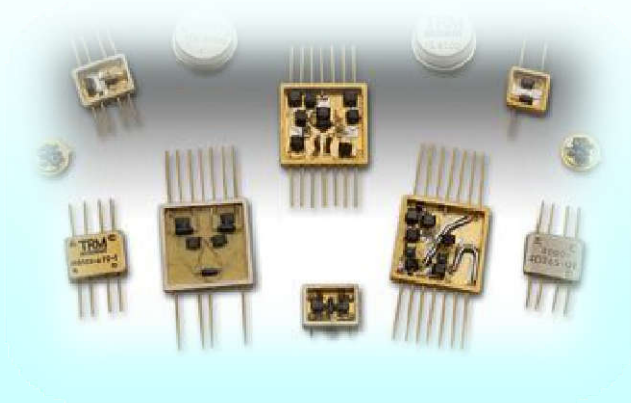


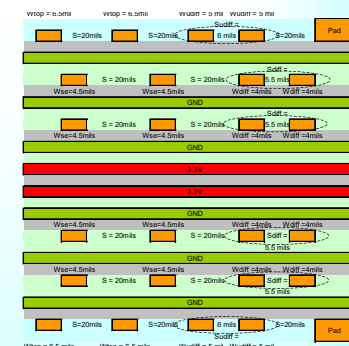
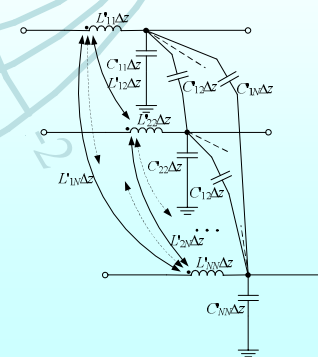
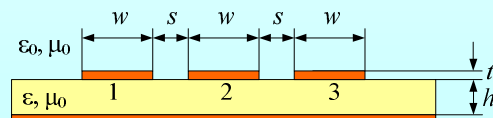
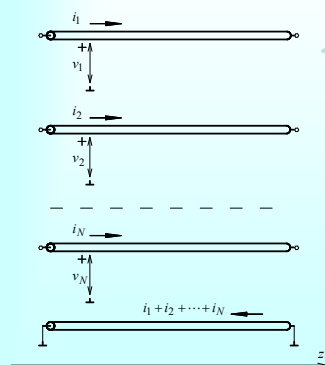
Микроталасна пасивна кола



Милка Потребић
Дејан Тошић



Вишепроводнички водови





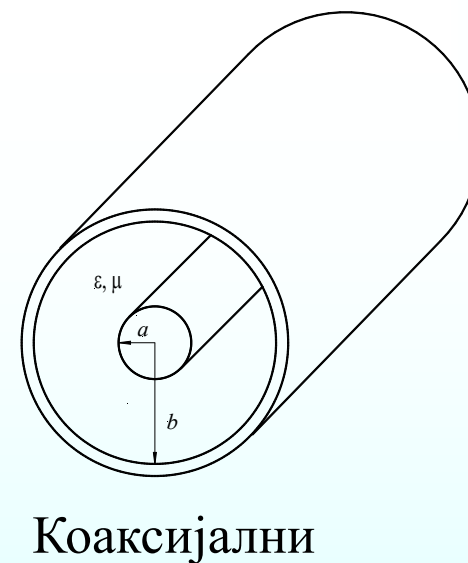
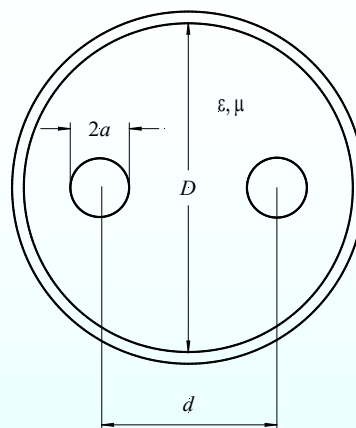
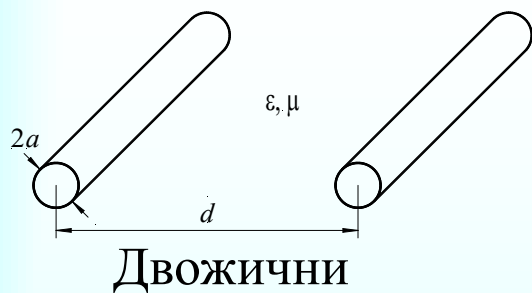
Вишепроводнички водови

- Вод: бар два проводника
 - Обичан вод: два проводника
 - двожични вод
 - коаксијални вод
 - Вишепроводнички вод: више од два проводника
 - енергетски вод (далековод)
 - магистрала у рачунарима
 - водови у микроталасним колима
- Спрега: намерна и ненамерна
- Систем спрегнутих водова

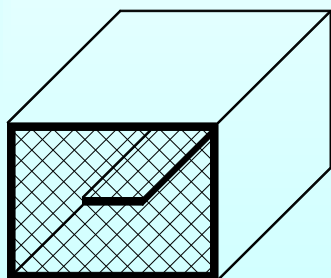


Обични водови

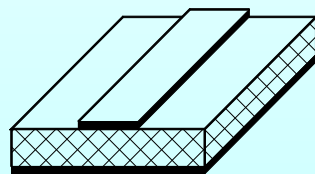
Класични



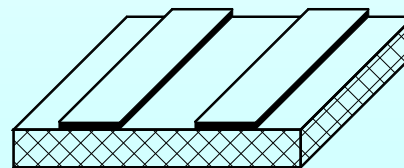
Штампани



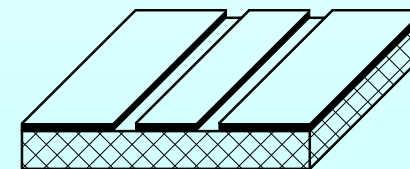
Тракасти вод



Микротракасти вод



Копланарни вод

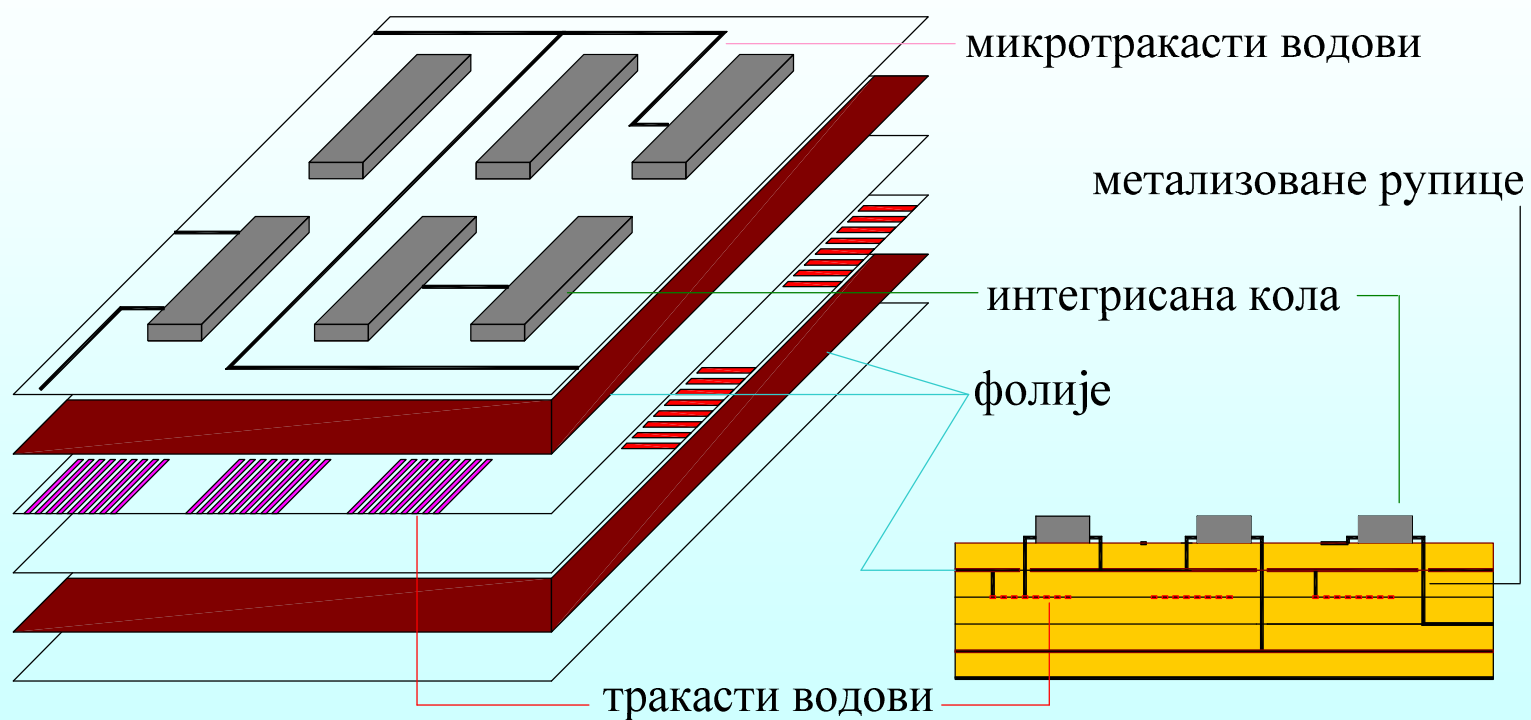


Копланарни таласовод



Магистрале

Вишеслојне штампане плоче

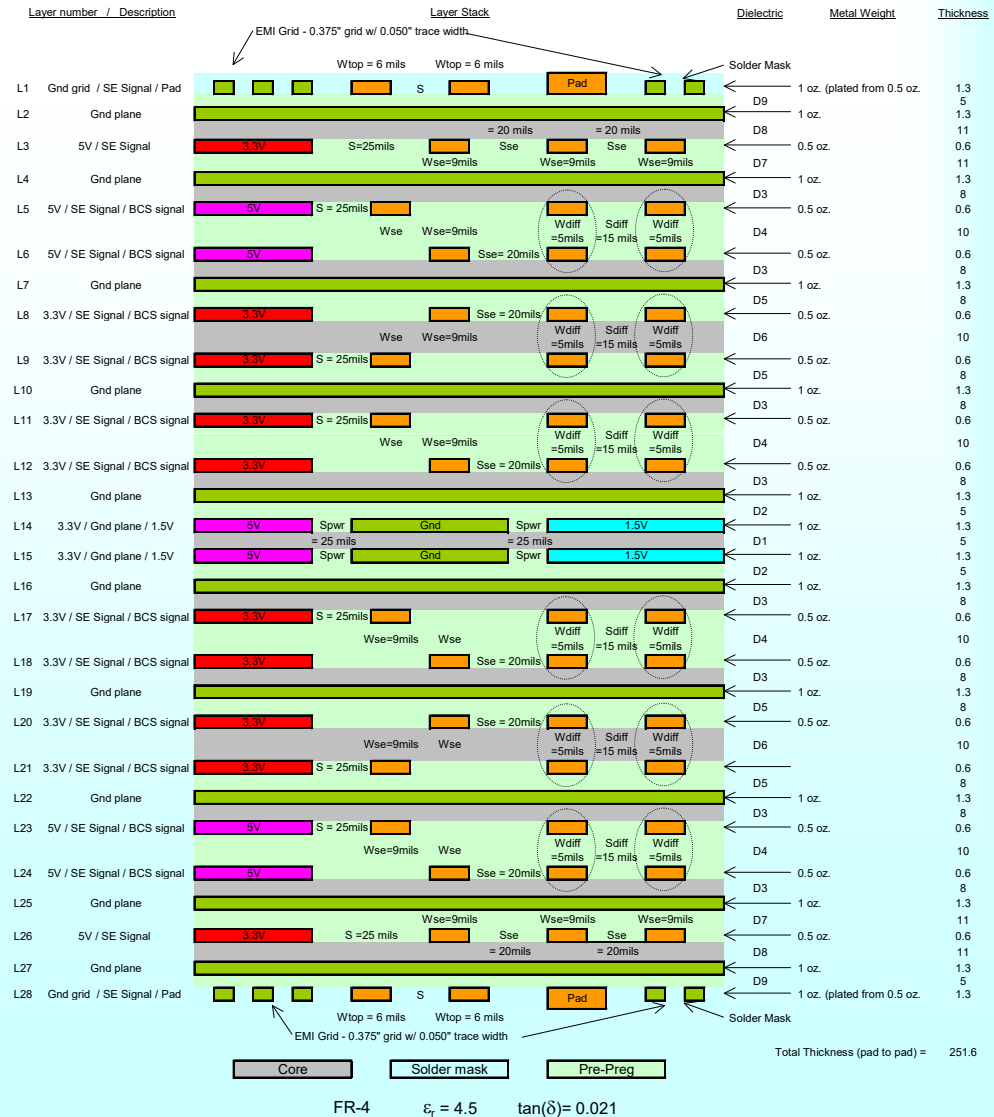


Брзе дигиталне везе (1/2)



Backplane Stackup:

- 0.0250" PCB thickness
- 28 layers total
 - 16 routing layers
 - 6 broadside coupled differential routing layers
- Utilize unused areas of signal layers for power distribution
- Power/Ground plane breaks isolated from controlled impedance layers.
- Dielectric thickness chosen to match standard stock thicknesses

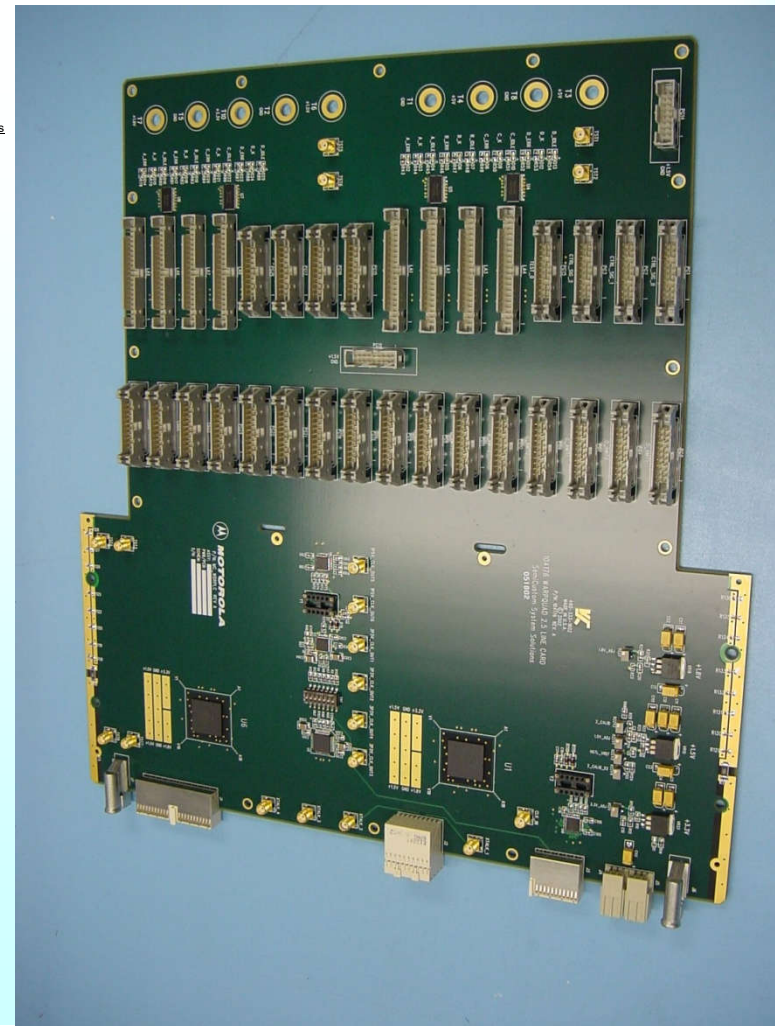


Брзе дигиталне везе (2/2)



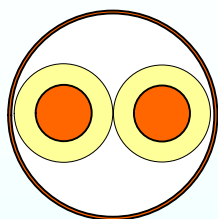
Layer number / Description	Wtop = 6.5mil	Wtop = 6.5mil	Wudiff = 5 mil	Wudiff = 5 mil	Dielectric	Metal weight	Thickness (mils)
L1 SE Signal / Pad	S=20mils	S=20mils	S=20mils	S=20mils	Solder Mask	1 oz. (plated from 0.5 oz.)	1.3
L2 Gnd plane					D7	0.5 oz.	5
L3 SE Signal / ECD signal	S=20mils	S=20mils	S=20mils	S=20mils	D6	0.5 oz.	0.6
L4 Gnd plane					D5	0.5 oz.	5
L5 SE Signal / ECD signal	S=20mils	S=20mils	S=20mils	S=20mils	D4	0.5 oz.	0.6
L6 Gnd plane					D3	0.5 oz.	5
L7 Power plane					D2	1 oz.	6
L8 Power plane					D1	1 oz.	1.3
L9 Gnd plane					D2	0.5 oz.	6
L10 SE Signal / ECD signal	S=20mils	S=20mils	S=20mils	S=20mils	D3	0.5 oz.	5
L11 Gnd plane					D4	0.5 oz.	0.6
L12 SE Signal / ECD signal	S=20mils	S=20mils	S=20mils	S=20mils	D5	0.5 oz.	5
L13 Gnd plane					D6	0.5 oz.	5
L14 SE Signal / Pad	S=20mils	S=20mils	S=20mils	S=20mils	D7	1 oz. (plated from 0.5 oz.)	1.3
Total Thickness (pad to pad) =							78.2

Core: FR-4
 Solder mask: $\epsilon_r = 4.5$
 Pre-Preg: $\tan(\delta) = 0.021$

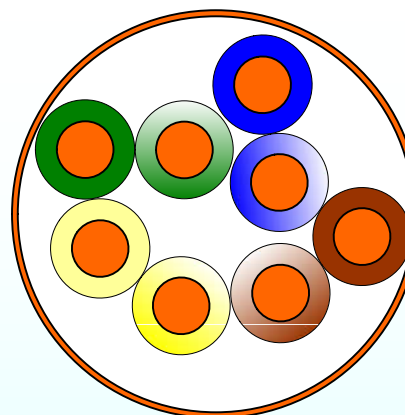




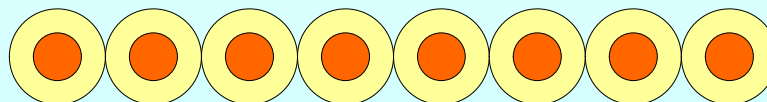
Рачунарске везе



Оклопљена парица
Shielded twisted pair (STP)



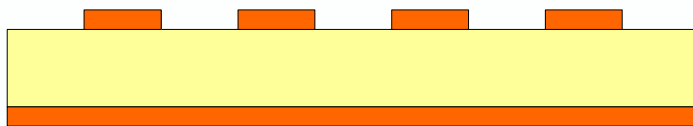
Кабл за рачунарске мреже



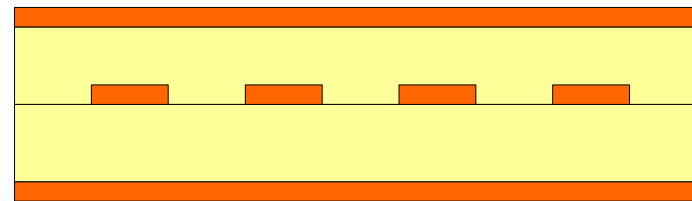
Пљоснати кабл
Flat cable



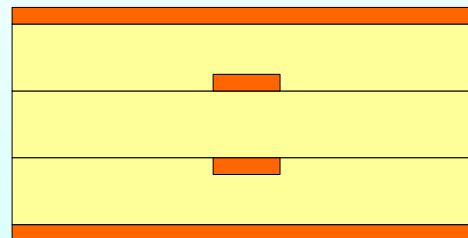
Планарни вишепроводнички водови



Спрегнути микротракасти водови



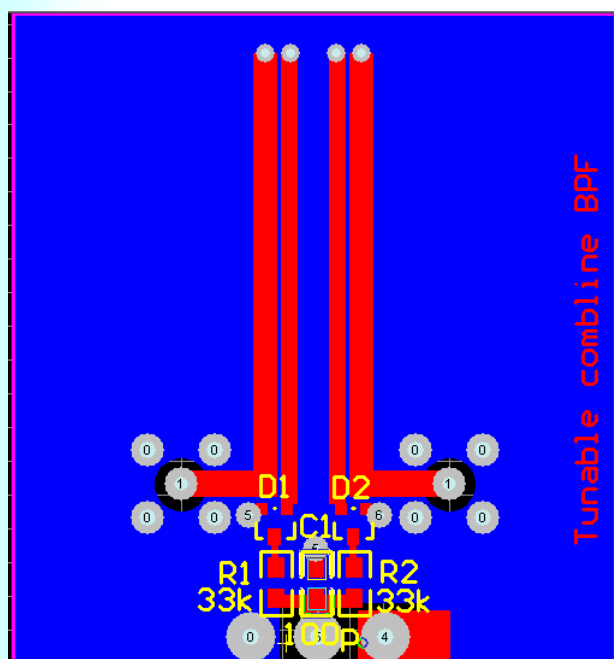
Спрегнути тракасти водови
edge-coupled striplines



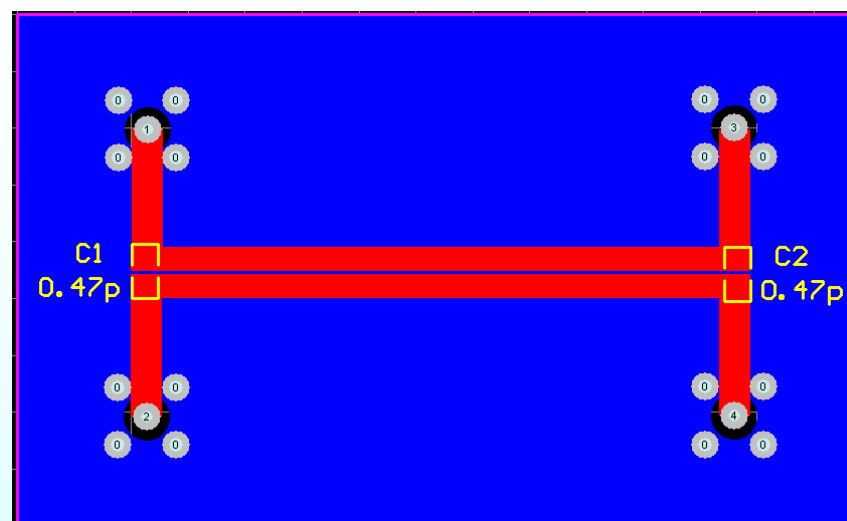
Спрегнути тракасти водови
broadside-coupled striplines



Микроталасна кола



Чешљасти филтар
combline filter



Усмерени спрежњак
directional coupler



Анализа водова

- Дијакоптички приступ: вод се анализира независно од остатка кола
 - анализа простирања
 - квазистатичка анализа
 - хибридни таласи (full-wave analysis)
 - евентуално, анализа дисконтинуитета
 - “склапање” у коло
- Електромагнетска симулација целог кола (WIPL-D, CST, HFSS, IE3D, Sonnet, ...)



Квазистатичка анализа

- Одвојена анализа електричног и магнетског поља
 - статичка или квазистатичка поља
 - нумерички методи
- Резултат: подужни примарни параметри
 - индуктивност, капацитивност, отпорност, проводност
- Секундарни параметри
 - карактеристична импеданса, коефицијент простирања



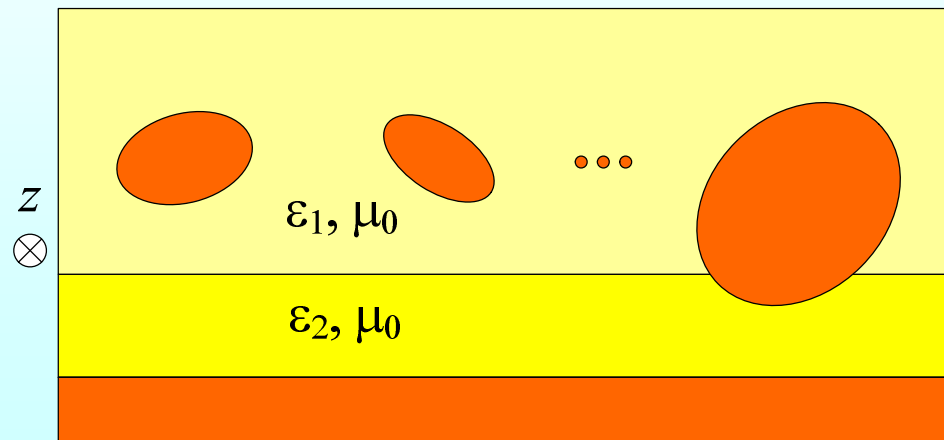
Анализа методама теорије ел. кола

- Укључивање у анализу целог кола
(**AWR Microwave Office**, **Ltspice** ...)
- Временски домен
 - водови без губитака
 - компатибилно са анализом нелинеарних кола
- Фреквенцијски домен
 - лако укључује губитке и фреквенцијски зависне параметре
 - FFT за добијање импулсног одзива
 - конволуција у временском домену

Анализа вишепроводничког вода



- Анализа простопериодичног одзива у фреквенцијском domeу $\omega = 2\pi f$
- Вод веома дугачак
- Униформан попречни пресек



Одређивање примарних и секундарних параметара вода



ТЕМ и квази-ТЕМ таласи

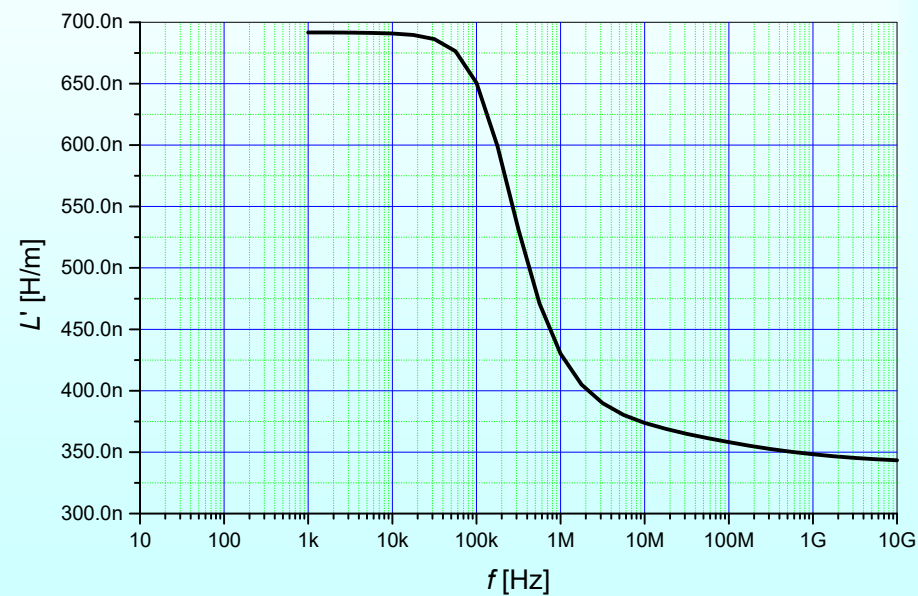
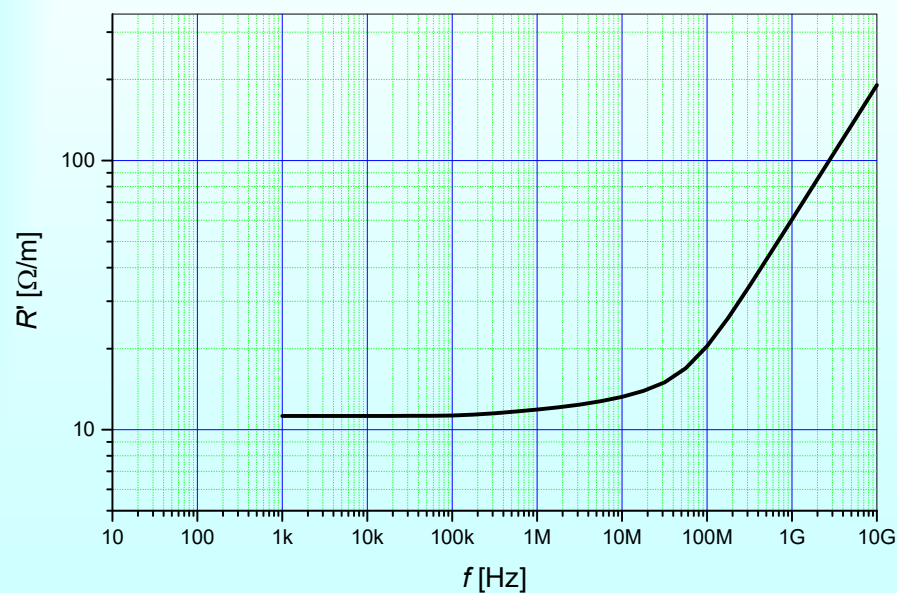
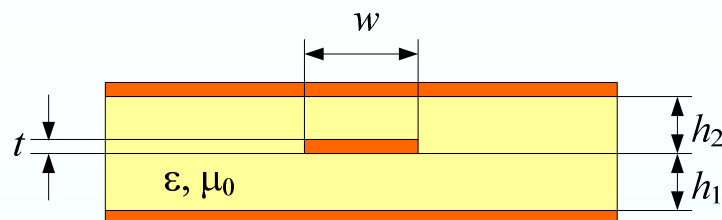
- Хомоген диелектрик и мали губици

– ТЕМ таласи

$$\mathbf{E} = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} \mathbf{i}_z \times \mathbf{H}$$

- Нехомоген диелектрик
 - Квази-ТЕМ таласи
- Доња гранична учестаност је нула
- Ограничење одозго: дисконтинуитети, дисперзија, зрачење

Фреквенцијска зависност примарних параметара вода



Фреквенцијска зависност ...

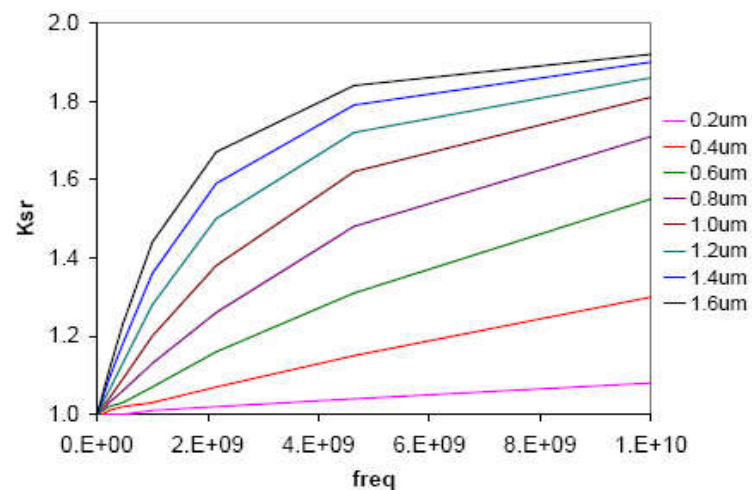
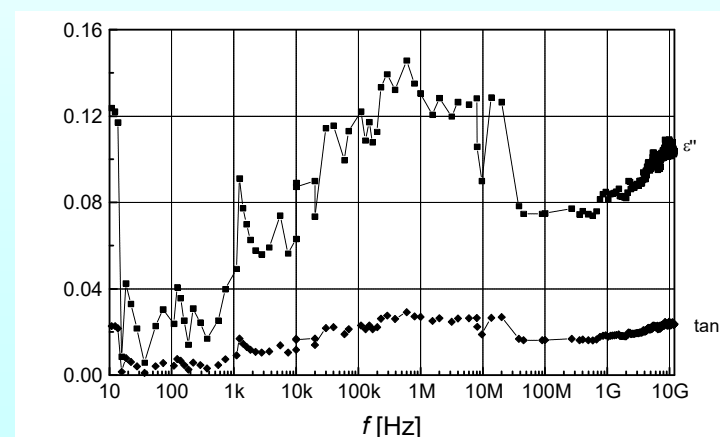
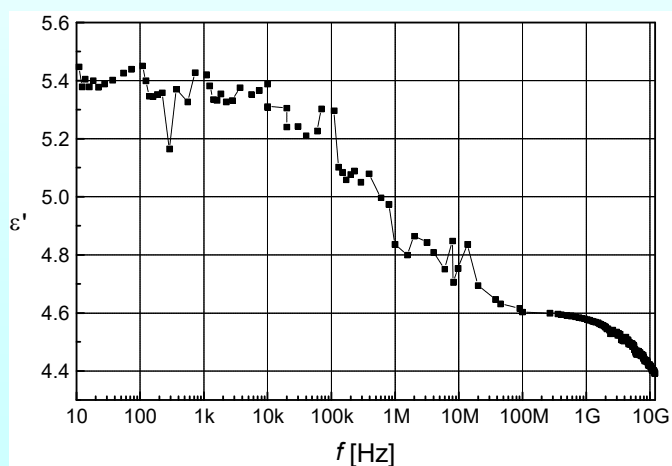


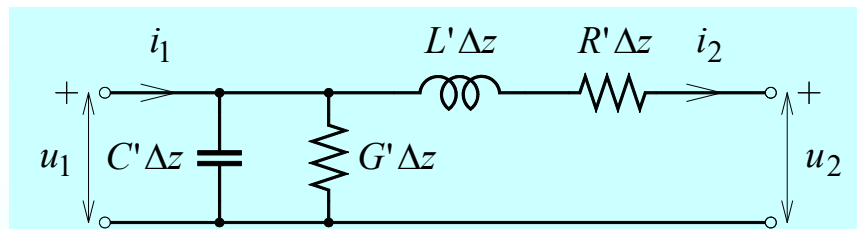
Figure 15 - Loss Factor K_{sr} due to Surface Roughness Effect



Фреквенцијска зависност параметара диелектрика FR-4



Обични водови



$$\frac{dU}{dz} = -Z' I$$

$$\frac{dI}{dz} = -Y' U$$

$$\frac{d^2 U}{dz^2} - Z' Y' U = 0$$

$$U(z) = U_0 \exp(-\gamma z)$$

$$(\gamma^2 - Z' Y') U_0 \exp(-\gamma z) = 0 \quad \exp(-\gamma z) \neq 0$$

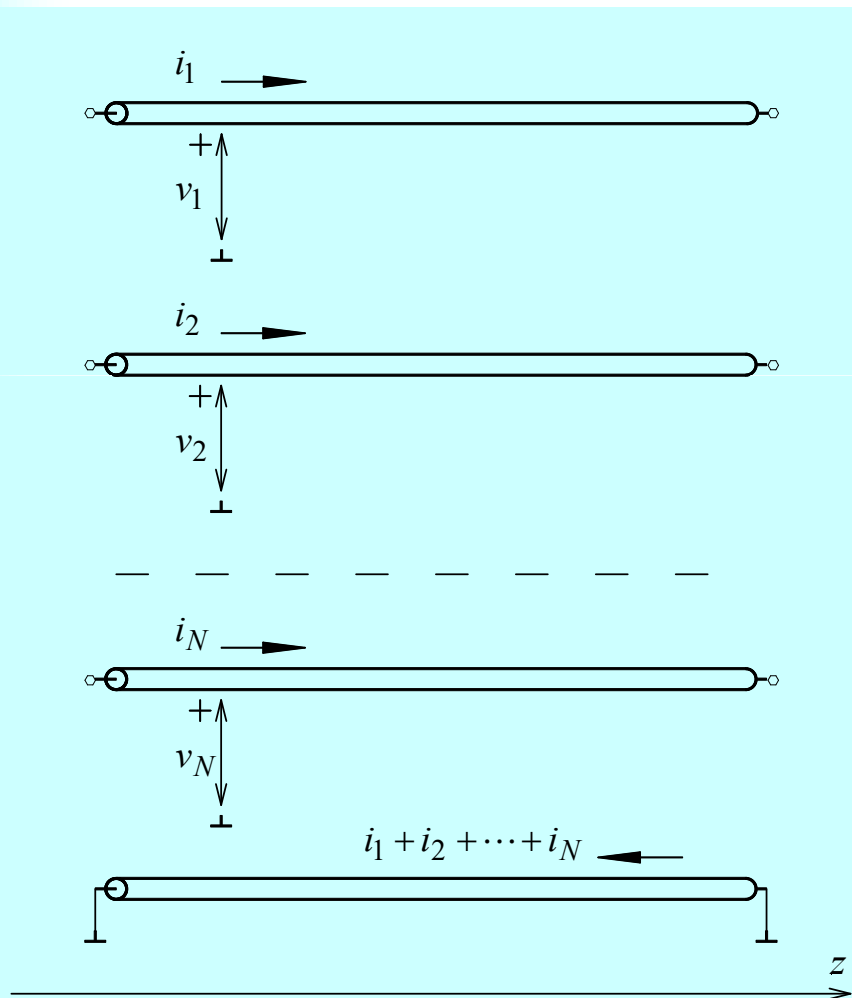
$$(\gamma^2 - Z' Y') U_0 = 0 \quad \gamma^2 - Z' Y' = 0 \quad \gamma_{1,2} = \pm \sqrt{Z' Y'}$$

$$U(z) = U_{i0} \exp(-\gamma z) + U_{r0} \exp(+\gamma z)$$

$$I(z) = Z_c^{-1} U_{i0} \exp(-\gamma z) - Z_c^{-1} U_{r0} \exp(+\gamma z)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = (Z' Y'^{-1})^{1/2}$$

Вишепроводнички водови



N сигналних (“врућих”) проводника

Проводник $N+1$ је заједнички (“маса”)



Спреге

- Електрична: електростатичка индукција
- Магнетска: електромагнетска индукција
- Спреге због губитака
- Преслушавање из побуђеног у непобуђени вод, и обратно



Електрична спрега

Коефицијенти електростатичке индукције

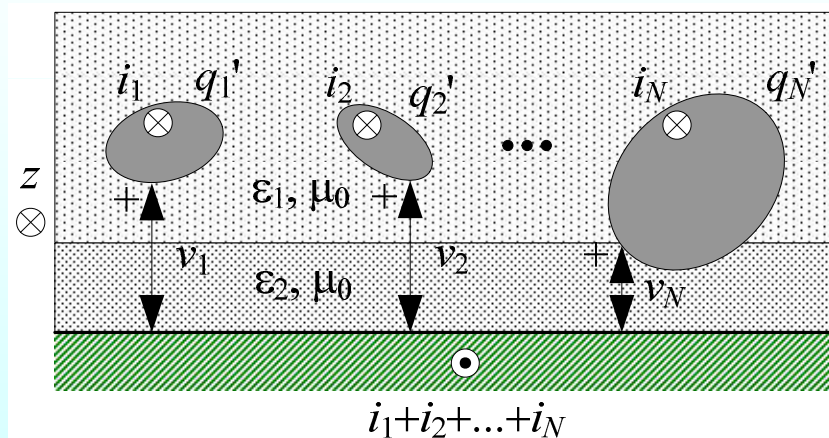
$$\begin{aligned} Q_1' &= b_{11}' V_1 + b_{12}' V_2 + \dots + b_{1N}' V_N, \\ Q_2' &= b_{21}' V_1 + b_{22}' V_2 + \dots + b_{2N}' V_N, \\ &\vdots \\ Q_N' &= b_{N1}' V_1 + b_{N2}' V_2 + \dots + b_{NN}' V_N, \end{aligned}$$

$$[Q'(z)] = [B'] [V(z)]$$

$$[Q'(z)] = [Q_1'(z) \ Q_2'(z) \ \dots \ Q_N'(z)]^t$$

$$[B'] = \begin{bmatrix} b_{11}' & b_{12}' & \dots & b_{1N}' \\ b_{21}' & b_{22}' & \dots & b_{2N}' \\ \vdots & & & \\ b_{N1}' & b_{N2}' & \dots & b_{NN}' \end{bmatrix}$$

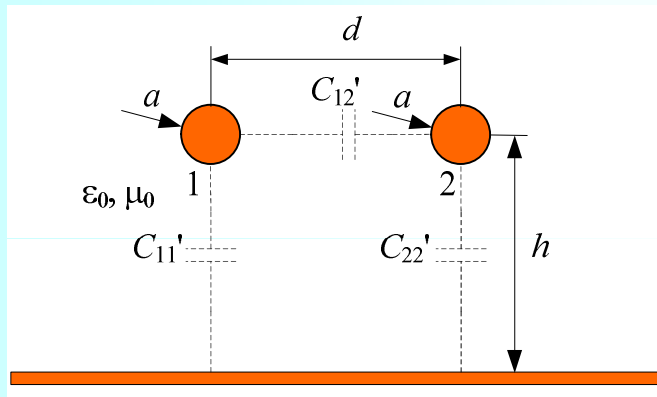
$$[V(z)] = [V_1(z) \ V_2(z) \ \dots \ V_N(z)]^t$$



Пример



Две жице изнад проводне равни



$$C_{11}' = b_{11}' + b_{12}' = 14,64 \text{ pF/m} = C_{22}'$$

$$C_{12}' = -b_{12}' = 5,37 \text{ pF/m}$$

Коефицијенти потенцијала

$$a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} = a_{22} \quad a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + d^2}}{d}$$

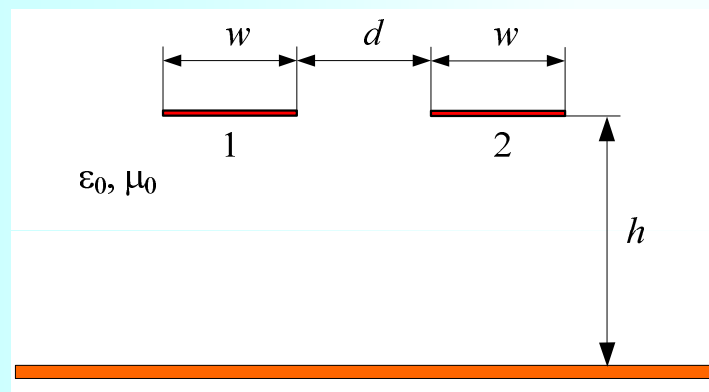
$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,385 & 1,446 \\ 1,446 & 5,385 \end{bmatrix} \cdot 10^{10} \text{ F}^{-1}\text{m}$$

$$[B'] = [A]^{-1} = \begin{bmatrix} b_{11}' & b_{12}' \\ b_{21}' & b_{22}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,01 & -5,37 \\ -5,37 & 20,01 \end{bmatrix} \text{ pF/m}$$



Пример

Две траке изнад проводне равни (*Linpar*)



$$[B'] = \begin{bmatrix} 20,11 & -5,56 \\ -5,56 & 20,11 \end{bmatrix} \text{ pF/m}$$

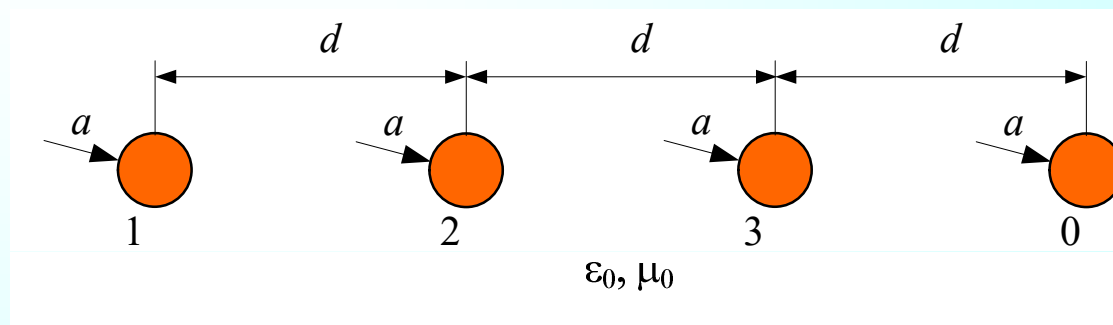
$$C_{11}' = b_{11}' + b_{12}' = 14,64 \text{ pF/m} = C_{22}'$$

$$C_{12}' = -b_{12}' = 5,37 \text{ pF/m}$$



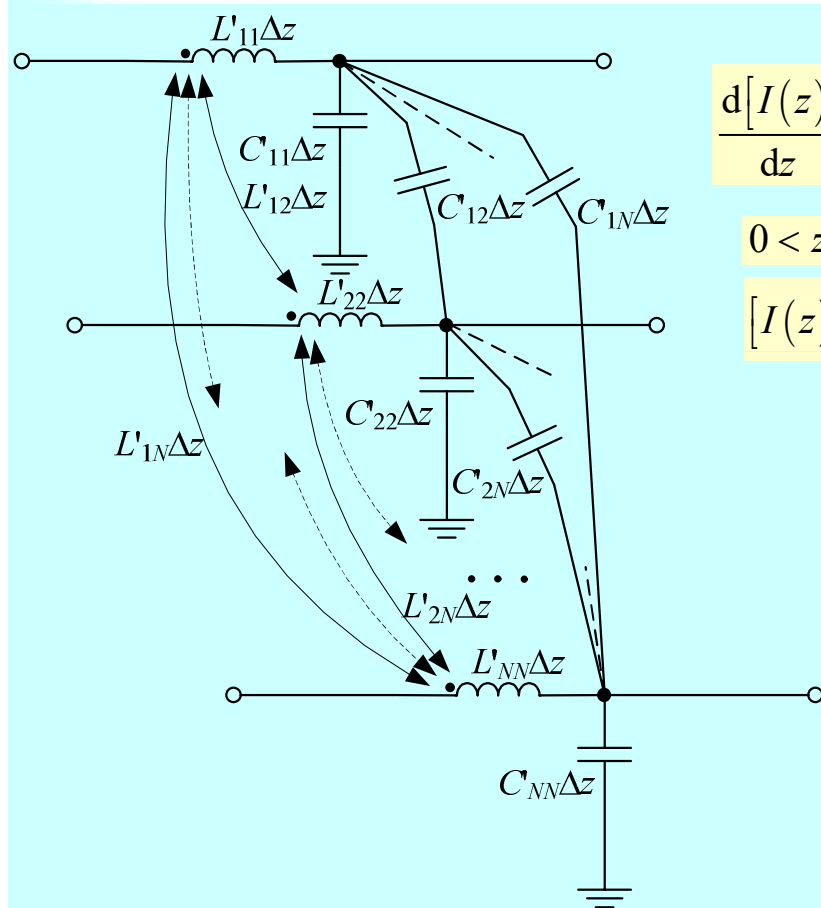
Пример

Четири паралелне танке жице



$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{3d}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{6d}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{3d}{2a} \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{6d}{a} & \frac{1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a} \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{3d}{2a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a} & \frac{1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a} \end{bmatrix}$$

Једначине телеграфичара (1/2)



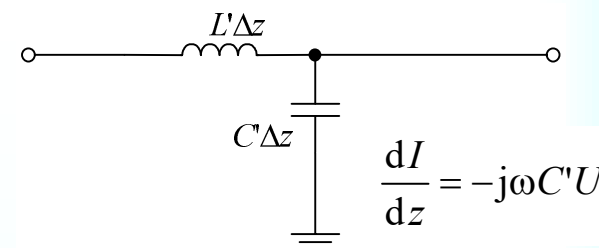
$$\frac{d[I(z)]}{dz} = -j\omega[B'] [V(z)]$$

$$0 < z < D$$

$$[I(z)] = [I_1(z) \ I_2(z) \ \cdots \ I_N(z)]^t$$

$$\frac{d[I(z)]}{dz} = -j\omega[Q'(z)]$$

$$[Q'(z)] = [B'] [V(z)]$$





$$\begin{aligned}
 I_1(z) - I_1(z + \Delta z) &= j\omega C'_{11}\Delta z V_1(z + \Delta z) + j\omega C'_{12}\Delta z (V_1(z + \Delta z) - V_2(z + \Delta z)) + \dots + \\
 &\quad + j\omega C'_{1N}\Delta z (V_1(z + \Delta z) - V_N(z + \Delta z)) \\
 &\quad \vdots \\
 I_N(z) - I_N(z + \Delta z) &= j\omega C'_{N1}\Delta z (V_1(z + \Delta z) - V_N(z + \Delta z)) + j\omega C'_{N2}\Delta z (V_2(z + \Delta z) - V_N(z + \Delta z)) + \dots + \\
 &\quad + j\omega C'_{NN}\Delta z V_N(z + \Delta z)
 \end{aligned}$$

$$C_{ij} = C_{ji}, i \neq j$$

$$\begin{aligned}
 \frac{I_1(z) - I_1(z + \Delta z)}{\Delta z} &= j\omega C'_{11}V_1(z + \Delta z) + j\omega C'_{12}(V_1(z + \Delta z) - V_2(z + \Delta z)) + \dots + \\
 &\quad + j\omega C'_{1N}(V_1(z + \Delta z) - V_N(z + \Delta z)) \\
 &\quad \vdots \\
 \frac{I_N(z) - I_N(z + \Delta z)}{\Delta z} &= j\omega C'_{N1}(V_1(z + \Delta z) - V_N(z + \Delta z)) + j\omega C'_{N2}(V_2(z + \Delta z) - V_N(z + \Delta z)) + \dots + \\
 &\quad + j\omega C'_{NN}V_N(z + \Delta z)
 \end{aligned}$$

$$\Delta z \rightarrow 0$$

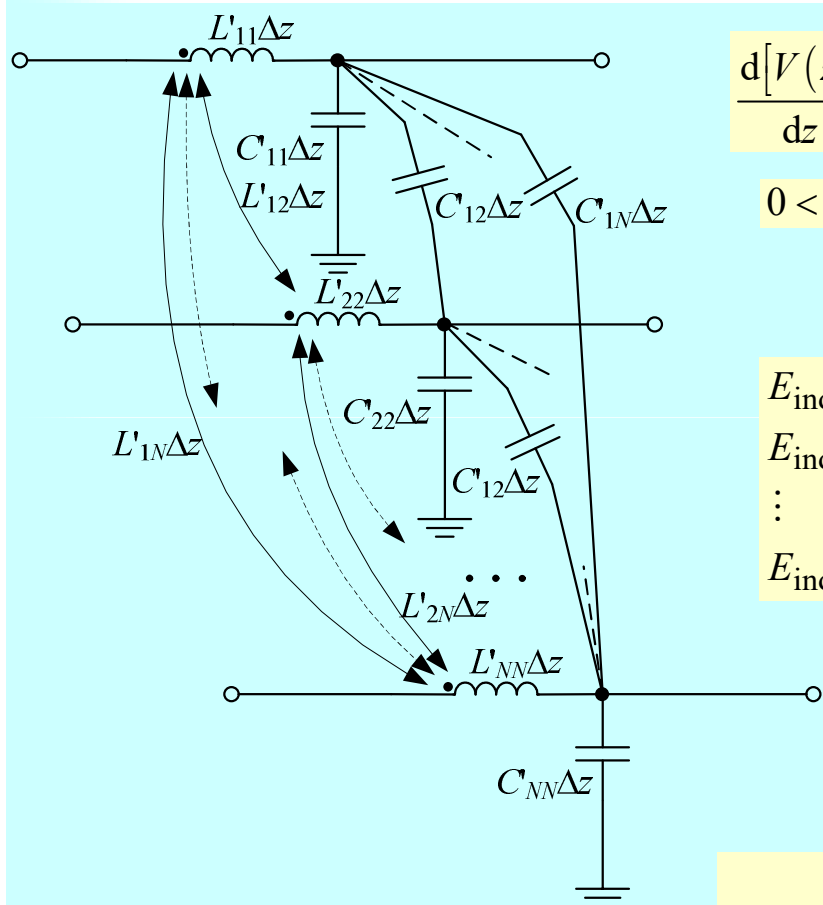


$\Delta z \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}
 -\frac{dI_1(z)}{dz} &= j\omega C'_{11}V_1(z) + j\omega C'_{12}(V_1(z) - V_2(z)) + \dots + \\
 &\quad + j\omega C'_{1N}(V_1(z) - V_N(z)) \\
 &\quad \vdots \\
 -\frac{dI_N(z)}{dz} &= j\omega C'_{N1}(V_1(z) - V_N(z)) + j\omega C'_{N2}(V_2(z) - V_N(z)) + \dots + \\
 &\quad + j\omega C'_{NN}V_N(z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{dI_1(z)}{dz} &= j\omega((b'_{11} + b'_{12} + \dots + b'_{1N}) - b'_{12} - \dots - b'_{1N})V_1(z) + j\omega b'_{12}V_2(z) + \dots + \\
 &\quad + j\omega b'_{1N}V_N(z) \\
 &\quad \vdots \\
 -\frac{dI_N(z)}{dz} &= j\omega b'_{N1}V_1(z) + j\omega b'_{N2}V_2(z) + \dots + \\
 &\quad + j\omega V_N(z)((b'_{N1} + b'_{N2} + \dots + b'_{NN}) - b'_{N1} - \dots - b'_{N,N-1})
 \end{aligned}$$

Једначине телеграфичара (2/2)



$$\frac{d[V(z)]}{dz} = -j\omega[L'] [I(z)]$$

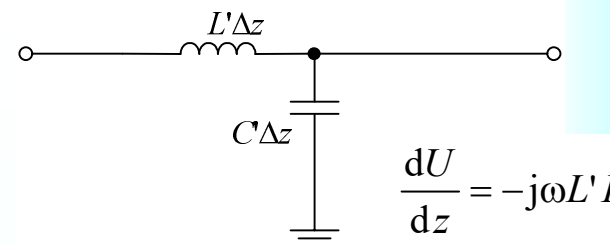
$$0 < z < D$$

$$\begin{aligned} E_{\text{ind1}}'(z) &= -j\omega (L_{11}' I_1 + L_{12}' I_2 + \dots + L_{1N}' I_N), \\ E_{\text{ind2}}'(z) &= -j\omega (L_{21}' I_1 + L_{22}' I_2 + \dots + L_{2N}' I_N), \\ &\vdots \\ E_{\text{indN}}'(z) &= -j\omega (L_{N1}' I_1 + L_{N2}' I_2 + \dots + L_{NN}' I_N), \end{aligned}$$

$$[E'_{\text{ind}}(z)] = -j\omega [L'] [I(z)]$$

$$[E'_{\text{ind}}(z)] = [E'_{\text{ind1}}(z) \ E'_{\text{ind2}}(z) \ \dots \ E'_{\text{indN}}(z)]^t$$

$$[L'] = \begin{bmatrix} L_{11}' & L_{12}' & \dots & L_{1N}' \\ L_{21}' & L_{22}' & \dots & L_{2N}' \\ \vdots & & & \\ L_{N1}' & L_{N2}' & \dots & L_{NN}' \end{bmatrix}$$



$$\frac{dU}{dz} = -j\omega L' I$$

$$\frac{d[V(z)]}{dz} = [E'_{\text{ind}}(z)]$$

Једначине телеграфичара (2/2) -извођење



$$\begin{aligned} V_1(z) - V_1(z + \Delta z) &= j\omega L'_{11}\Delta z I_1(z) + j\omega L'_{12}\Delta z I_2(z) + \dots + \\ &\quad + j\omega L'_{1N}\Delta z I_N(z) \\ &\quad \vdots \\ V_N(z) - V_N(z + \Delta z) &= j\omega L'_{N1}\Delta z I_1(z) + j\omega L'_{N2}\Delta z I_2(z) + \dots + \\ &\quad + j\omega L'_{NN}\Delta z I_N(z) \end{aligned}$$

$\Delta z \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} -\frac{dV_1(z)}{dz} &= j\omega L'_{11}I_1(z) + j\omega L'_{12}I_2(z) + \dots + \\ &\quad + j\omega L'_{1N}I_N(z) \\ &\quad \vdots \\ -\frac{dV_N(z)}{dz} &= j\omega L'_{N1}I_1(z) + j\omega L'_{N2}I_2(z) + \dots + \\ &\quad + j\omega L'_{NN}I_N(z) \end{aligned}$$



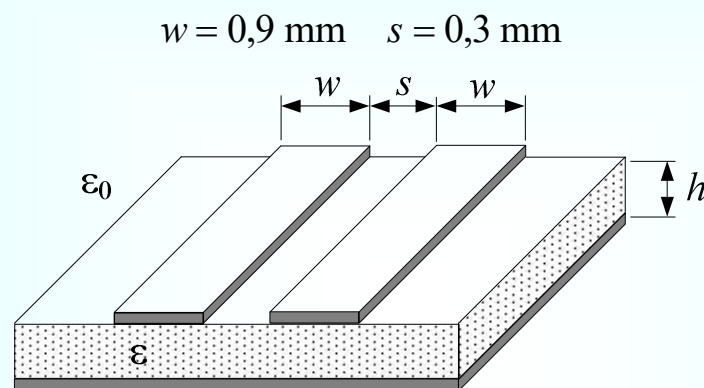
Прорачун примарних параметара вода

- $[\mathbf{B}']$ електростатичком анализом (Linpar) задатог система
- $[\mathbf{L}']$ електростатичком анализом система у вакууму $[\mathbf{L}'][\mathbf{B}'_0] = \varepsilon_0 \mu_0$
- $[\mathbf{R}']$ пертурбационим методом (површински ефекат) уз анализу $[\mathbf{L}']$
- $[\mathbf{G}']$ преко комплексне пермитивности уз анализу $[\mathbf{B}']$



Пример

Спрегнуті мікротракасти водови



$$h = 0,508 \text{ mm}$$

$$\epsilon_r = 4,6$$

$$\text{tg } \delta = 0,02$$

$$f = 1 \text{ GHz}$$

Примарни матричні параметри

$$[L'] = \begin{bmatrix} 301,1 & 76,2 \\ 76,2 & 30,1 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}} \quad [B'] = \begin{bmatrix} 126,7 & -18,1 \\ -18,1 & 126,7 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$$

$$[R'] = \begin{bmatrix} 19,9 & 1,29 \\ 1,29 & 19,9 \end{bmatrix} \frac{\Omega}{\text{m}} \quad [G'] = \begin{bmatrix} 13,9 & -1,34 \\ -1,34 & 13,9 \end{bmatrix} \frac{\text{mS}}{\text{m}}$$



Модови: полазне једначине

- Једначине телеграфичара

$$\frac{d[V(z)]}{dz} = -[Z'] [I(z)]$$

$$[Z'] = [R'] + j\omega [L']$$

$$\frac{d[I(z)]}{dz} = -[Y'] [V(z)]$$

$$[Y'] = [G'] + j\omega [B']$$

- Таласна једначина

$$\frac{d^2[V(z)]}{dz^2} - [Z'] [Y'] [V(z)] = 0$$

- Тражимо решење у облику $[V(z)] = [V_0] \exp(-\gamma z)$



Карактеристична једначина

$$\left([Z'] [Y'] - \gamma^2 [1] \right) [V_0] \exp(-\gamma z) = 0$$

- Нетривијална решења ако је

$$\det \left([Z'] [Y'] - \gamma^2 [1] \right) = 0$$

- Полином N -тог степена по γ^2

- Корени $\gamma_m^2, m = 1, \dots, N \longrightarrow \pm \gamma_m$

- Сваком корену одговара $[V_0^m], m = 1, \dots, N$



Потенцијали и струје

- Потенцијали врућих проводника

$$\left[V^m(z) \right] = \left[V_0^m \right] \exp(\mp \gamma_m z), \quad m = 1, \dots, N$$

- Заменом у $\frac{d[V(z)]}{dz} = -[Z'] [I(z)]$ добијају се струје

$$\left[I^m(z) \right] = \pm \left[I_0^m \right] \exp(\mp \gamma_m z), \quad m = 1, \dots, N$$

$$\left[I_0^m \right] = [Z']^{-1} \left[V_0^m \right] \gamma_m$$



Модалне матрице

Вектори потенцијала и струја се аранжирају у модалне матрице

$$[S_V] = \begin{bmatrix} [V_0^1] & \cdots & [V_0^N] \end{bmatrix}$$

$$[S_I] = \begin{bmatrix} [I_0^1] & \cdots & [I_0^N] \end{bmatrix}$$

$$[S_I] = [Z']^{-1} [S_V] [\Gamma]$$

$$[\Gamma] = \text{diag}[\gamma_1 \cdots \gamma_N]$$



Разлагање на модове

- N модова
 - сваки има свој коефицијент простирања и структуру
 - сваком одговара један инцидентни и један рефлектовани талас
- Стање на воду се разлаже на модове (декомпозиција)

$$[V(z)] = [V_i(z)] + [V_r(z)] = [S_V] \{ [G_i(z)] + [G_r(z)] \}$$

$$[I(z)] = [I_i(z)] + [I_r(z)] = [S_I] \{ [G_i(z)] - [G_r(z)] \}$$



Разлагање на модове

- Интензитети инцидентних таласа

$$[G_i(z)] = [G_i^1(z) \cdots G_i^N(z)]^t$$

$$G_i^m(z) = G_i^m(0) \exp(-\gamma_m z), m = 1, \dots, N$$

- Интензитети рефлектованих таласа

$$[G_r(z)] = [G_r^1(z) \cdots G_r^N(z)]^t$$

$$G_r^m(z) = G_r^m(0) \exp(\gamma_m z), m = 1, \dots, N$$



Карактеристична импеданса

- За инцидентни талас

$$[V_i(z)] = [Z_c][I_i(z)]$$

$$[Z_c] = [S_V][S_I]^{-1}$$

- За рефлектовани талас

$$[V_r(z)] = -[Z_c][I_r(z)]$$

- Карактеристична адмитанса

$$[Y_c] = [Z_c]^{-1}$$



Коефицијенти простирања

- Коефицијент простирања

$$\gamma_m = \alpha_m + j\beta_m$$

- Коефицијент слабљења Np/m dB/m $20\log_{10} e \approx 8,686$

$$\alpha_m$$

- Фазни коефицијент

$$\beta_m = \frac{\omega}{c_m} = \frac{\omega\sqrt{\epsilon_{rem}}}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda_m}$$

c_m - брзина простирања,

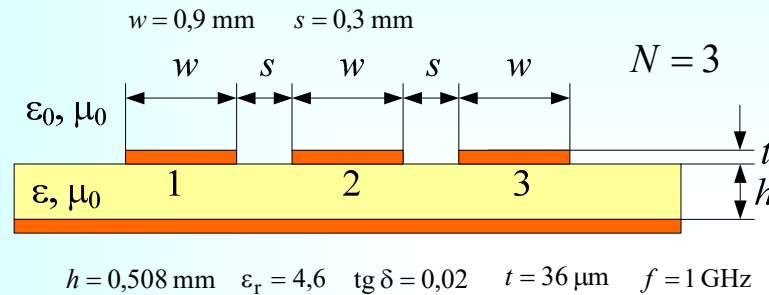
ϵ_{rem} - ефективна релативна пермитивност,

λ_m - таласна дужина

Пример



Три спрегнута микротракаста вода



$$\gamma_1 = (0,5665 + j41,31) \text{ m}^{-1} \quad \epsilon_{r1} = 3,884$$

$$\gamma_2 = (0,5340 + j37,37) \text{ m}^{-1} \quad \epsilon_{r2} = 3,180$$

$$\gamma_3 = (0,5438 + j35,48) \text{ m}^{-1} \quad \epsilon_{r3} = 2,865$$

$$[L'] = \begin{bmatrix} 300,4 & 74,0 & 26,4 \\ 74,0 & 293,6 & 74,0 \\ 26,4 & 74,0 & 300,4 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}$$

$$[B'] = \begin{bmatrix} 126,7 & -18,0 & -0,94 \\ -18,0 & 131,1 & -18,0 \\ -0,94 & -18,0 & 126,7 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$$

$$[R'] = \begin{bmatrix} 20,0 & 1,65 & 0,39 \\ 1,65 & 21,0 & 1,65 \\ 0,39 & 1,65 & 20,0 \end{bmatrix} \frac{\Omega}{\text{m}}$$

$$[G'] = \begin{bmatrix} 13,9 & -1,35 & 0,006 \\ -1,35 & 14,1 & -1,35 \\ 0,006 & -1,35 & 13,9 \end{bmatrix} \frac{\text{mS}}{\text{m}}$$

$$[S_I] = \begin{bmatrix} 8,764 - j0,0318 & 15,18 - j0,0046 & -12,16 + j0,0031 \\ 9,597 - j0,0522 & 0 + j0 & 21,12 - j0,0029 \\ 8,764 - j0,0318 & -15,18 + j0,0046 & -12,16 + j0,0031 \end{bmatrix} \text{mA}$$

$$[S_V] = \begin{bmatrix} 0,5483 & 0,7071 & -0,4329 \\ 0,6314 & 0 & 0,7907 \\ 0,5483 & -0,7071 & -0,4329 \end{bmatrix} \text{V}$$

$$[Z_c] = \begin{bmatrix} 49,36 + j0,17 & 9,52 + j0,10 & 2,77 + j0,04 \\ 9,52 + j0,10 & 48,4 + j0,15 & 9,52 + j0,10 \\ 2,77 + j0,04 & 9,52 + j0,10 & 49,36 + j0,17 \end{bmatrix} \Omega$$



Дегенерисани модови

- Хомоген диелектрик, савршени проводници

$$[L'] [B'] = \epsilon \mu_0 [1]$$

- Коефицијенти простирања идентични

$$\gamma_m = j\beta_m = j\omega\sqrt{\epsilon\mu_0} = j\beta$$

$$[Z_c] = [S_V] [S_I]^{-1} = c [L']$$

$$c = 1 / \sqrt{\epsilon\mu_0}$$



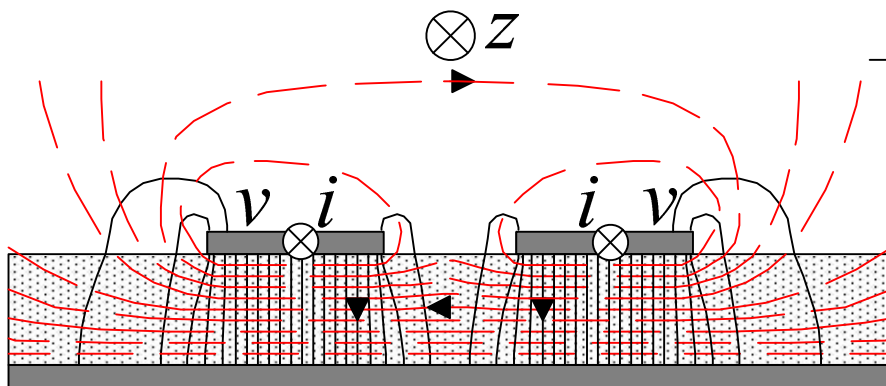
Пар симетричних водова

$$[S_V] = \begin{bmatrix} V_e & V_o \\ V_e & -V_o \end{bmatrix}$$

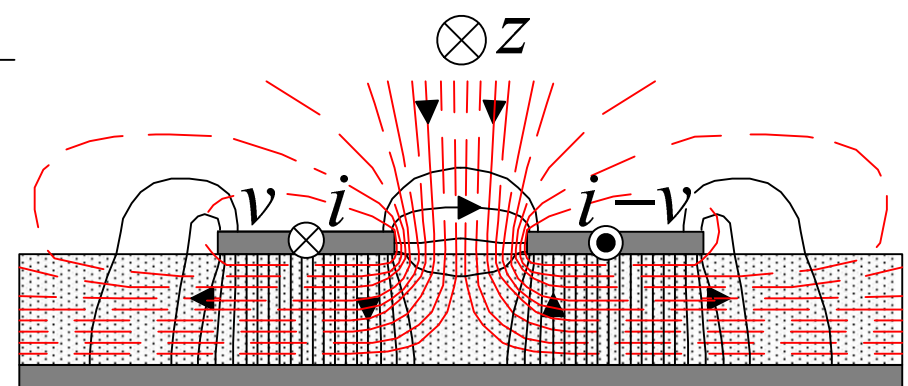
$$[S_I] = \begin{bmatrix} I_e & I_o \\ I_e & -I_o \end{bmatrix}$$

$$[Z_c] = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_s \end{bmatrix}$$

Н
Е



Парни (заједнички) мод

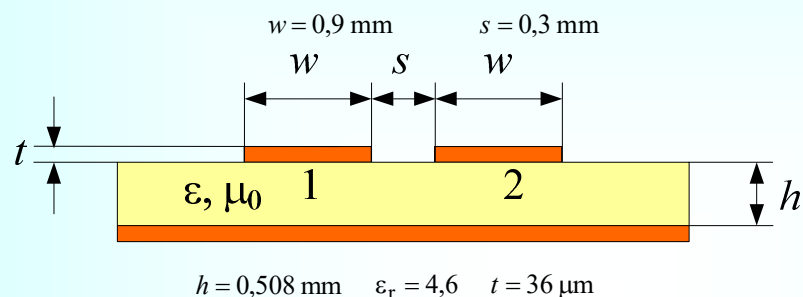


Непарни (диференцијални) мод



Пример

Спрегнати микротракасти водови – модалне матрице



$$c_1 = 156,3 \text{ Mm/s} \quad c_2 = 175,2 \text{ Mm/s}$$

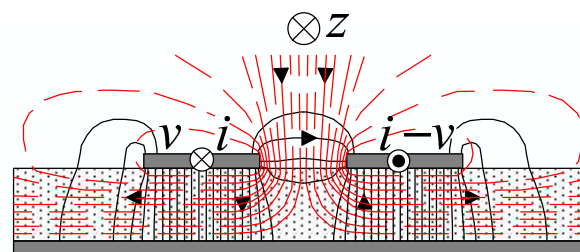
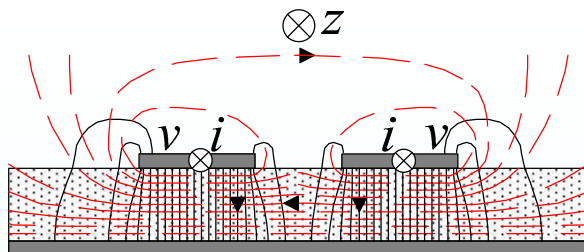
$$[S_V] = \begin{bmatrix} 0,7071 & -0,7071 \\ 0,7071 & 0,7071 \end{bmatrix} \text{V}$$

$$[S_I] = \begin{bmatrix} 11,99 & -17,94 \\ 11,99 & 17,94 \end{bmatrix} \text{mA}$$

$$[Z_c] = \begin{bmatrix} 49,18 & 9,77 \\ 9,77 & 49,18 \end{bmatrix} \Omega$$



Карактеристичне импедансе



- Парна

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = Z_s + Z_m$$

- Непарна

$$Z_o = \frac{V_o}{I_o} = Z_s - Z_m$$

- Заједничка

$$Z_{cmn} = \frac{V_e}{2I_e} = \frac{Z_s + Z_m}{2} = \frac{Z_e}{2}$$

- Диференцијална

$$Z_{diff} = \frac{2V_o}{I_o} = 2(Z_s - Z_m) = 2Z_o$$



Анализа кола

- Почетак вода $z = 0$ $[G_i(D)] = [E][G_i(0)]$
- Крај вода $z = D$ $[G_r(0)] = [E][G_r(D)]$

- Од интереса напони и струје на крајевима

$$[V(0)] = [S_V] \{ [G_i(0)] + [E][G_r(D)] \} \quad [V(D)] = [S_V] \{ [E][G_i(0)] + [G_r(D)] \}$$

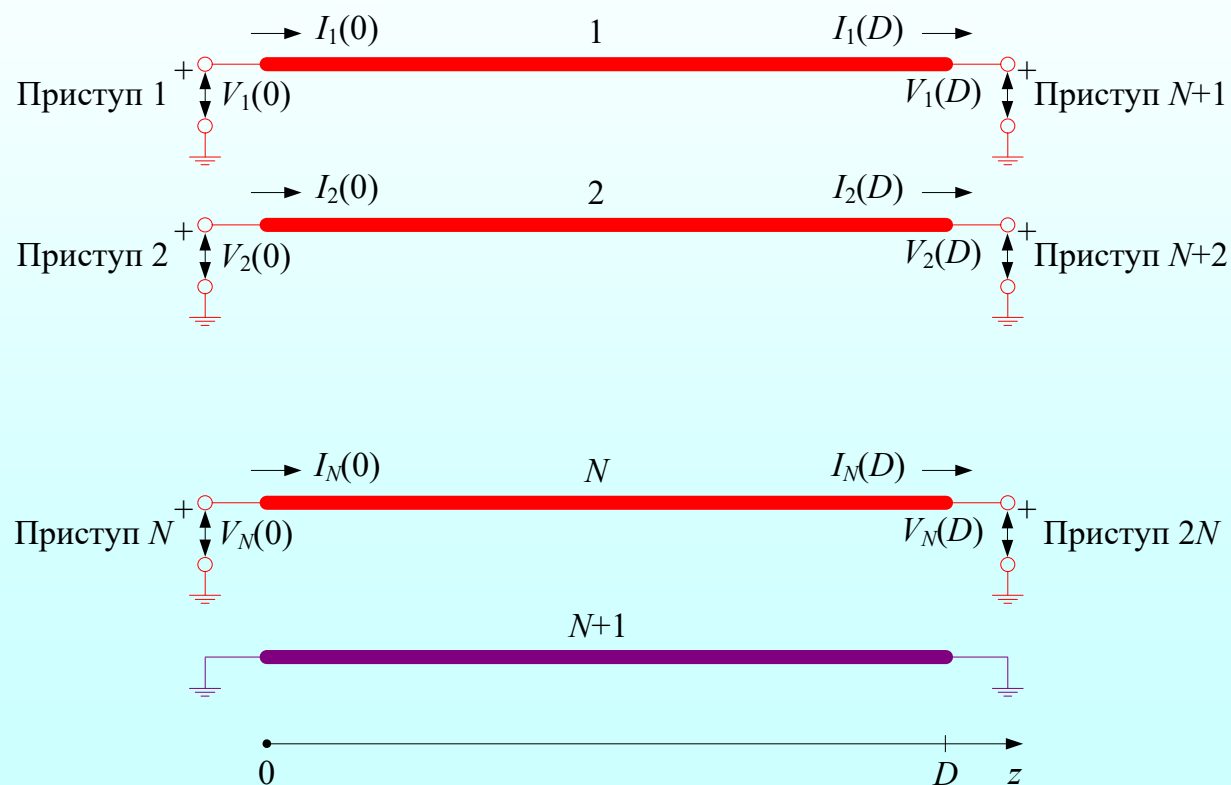
$$[I(0)] = [S_I] \{ [G_i(0)] - [E][G_r(D)] \} \quad [I(D)] = [S_I] \{ [E][G_i(0)] - [G_r(D)] \}$$

- $2N$ потенцијала и $2N$ струја изражено преко $2N$ интензитета модова
 - по N елемената вектора $[G_i(0)]$ и $[G_r(D)]$



Мрежа са $2N$ приступа

- Напони приступа $[V(0)] \quad [V(D)]$
- Струје приступа $[I(0)] \quad [-I(D)]$





Мрежа са $2N$ приступа – једначине

- Везе између напона и струје вода

$$\begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_V] & [S_V][E] \\ [S_V][E] & [S_V] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G_i(0)] \\ [G_r(D)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_I] & -[S_I][E] \\ -[S_I][E] & [S_I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G_i(0)] \\ [G_r(D)] \end{bmatrix}$$

- Импедансни параметри

$$\begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_V] & [S_V][E] \\ [S_V][E] & [S_V] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [S_I] & -[S_I][E] \\ -[S_I][E] & [S_I] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix}$$

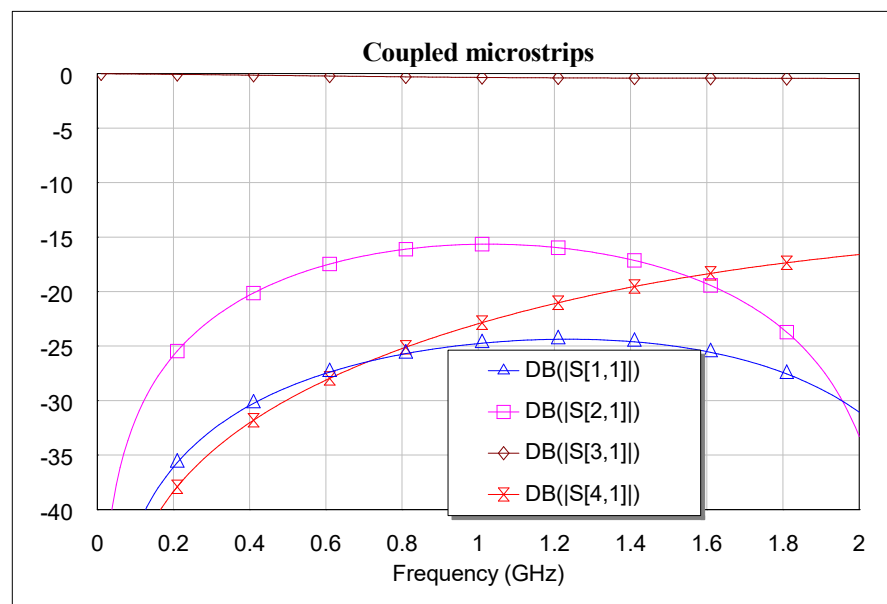
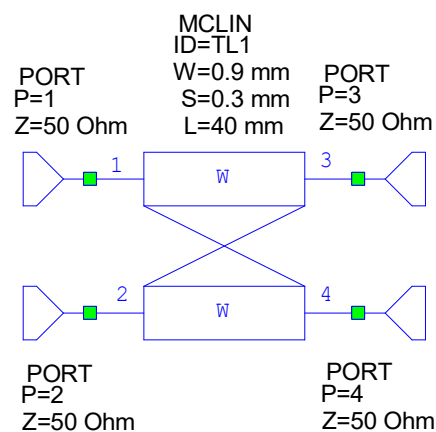
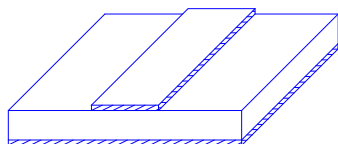
$[Z]$



Пример

Анализа спрегнутих микротракастих водова

MSUB
Er=4.6
H=0.508 mm
T=0.036 mm
Rho=3
Tand=0.02
ErNom=4.6
Name=SUB1



Водови без губитака са ХОМОГЕНИМ ДИЕЛЕКТРИКОМ



$$\gamma = j\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu_0} \quad [E] = [1]\exp(-j\beta D) = [1]e$$

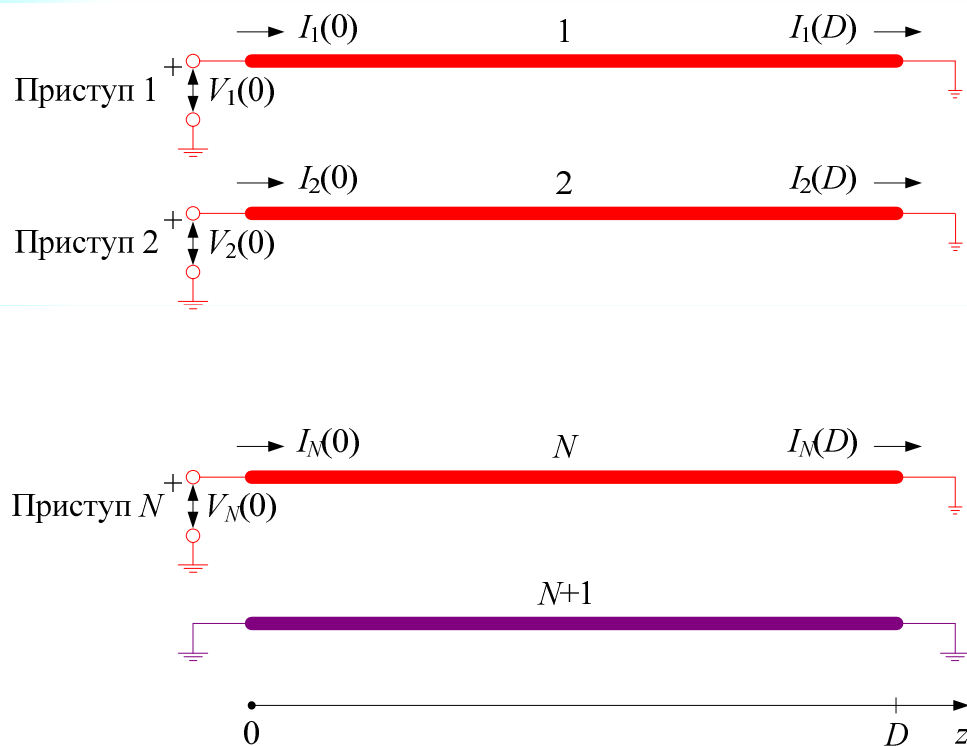
$$[S_I] = [1] \text{ A} \quad [S_V] = [Z_c]$$

$$[Z] = \frac{1}{j \sin \beta D} \begin{bmatrix} \cos \beta D [Z_c] & [Z_c] \\ [Z_c] & \cos \beta D [Z_c] \end{bmatrix}$$

$$\frac{Z_c}{j \sin \beta D} \begin{bmatrix} \cos \beta D & 1 \\ 1 & \cos \beta D \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \frac{1}{j \sin \beta D} \begin{bmatrix} \cos \beta D [Y_c] & -[Y_c] \\ -[Y_c] & \cos \beta D [Y_c] \end{bmatrix}$$

Кратко спојен вод



$$\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix} = \frac{1}{j \sin \beta D} \begin{bmatrix} \cos \beta D [Y_c] & -[Y_c] \\ -[Y_c] & \cos \beta D [Y_c] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix}$$

$$[V(D)] = [0]$$

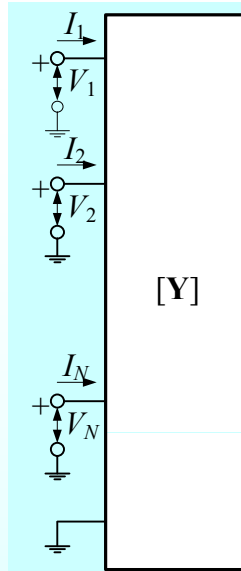
$$[I(0)] = \frac{\cos \beta D}{j \sin \beta D} [Y_c] [V(0)]$$

$$[Y] = \frac{1}{j \tan \beta D} [Y_c]$$

Синтеза задате матрице [Y]

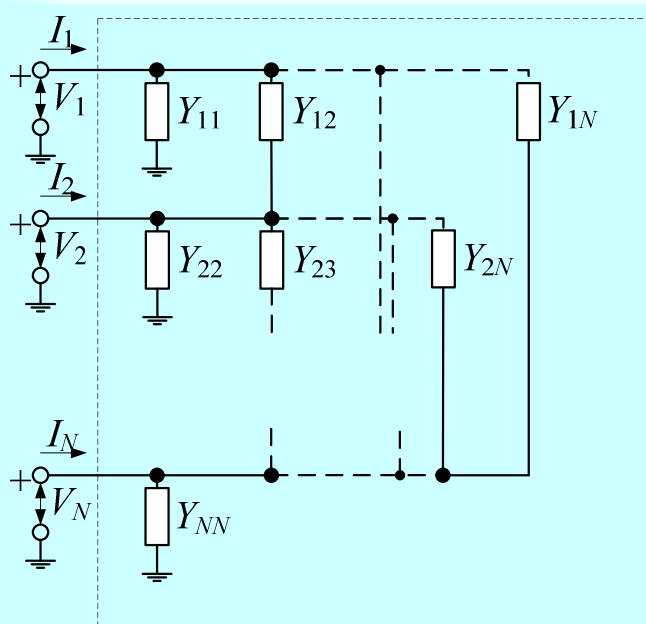


$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1N} \\ y_{12} & y_{22} & \cdots & y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1N} & y_{2N} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix}$$



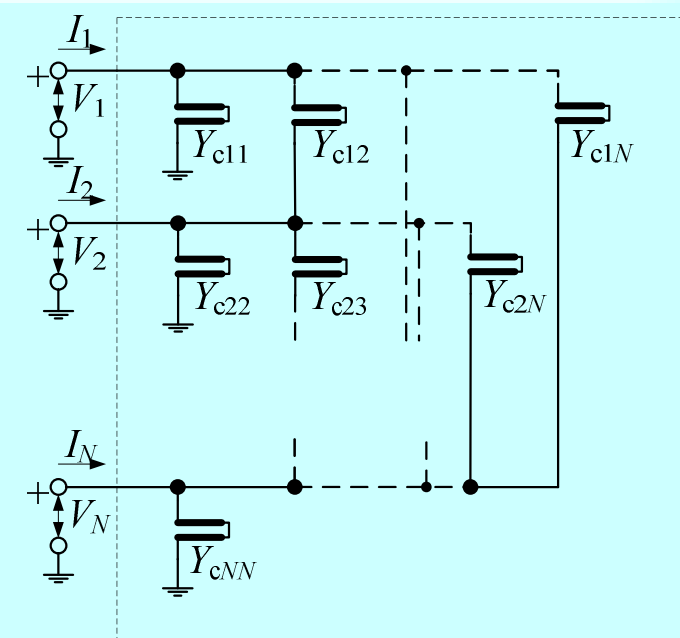
$$Y_{cmm} = c \sum_{n=1}^N b'_{mn} = \sum_{n=1}^N \bar{Y}_{cmn}$$

$$Y_{cmn} = -cb'_{mn} = -\bar{Y}_{cmn}$$

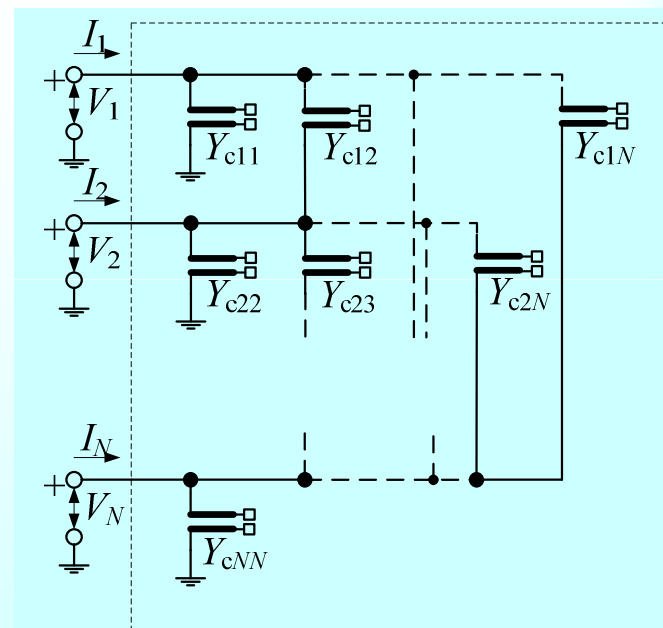
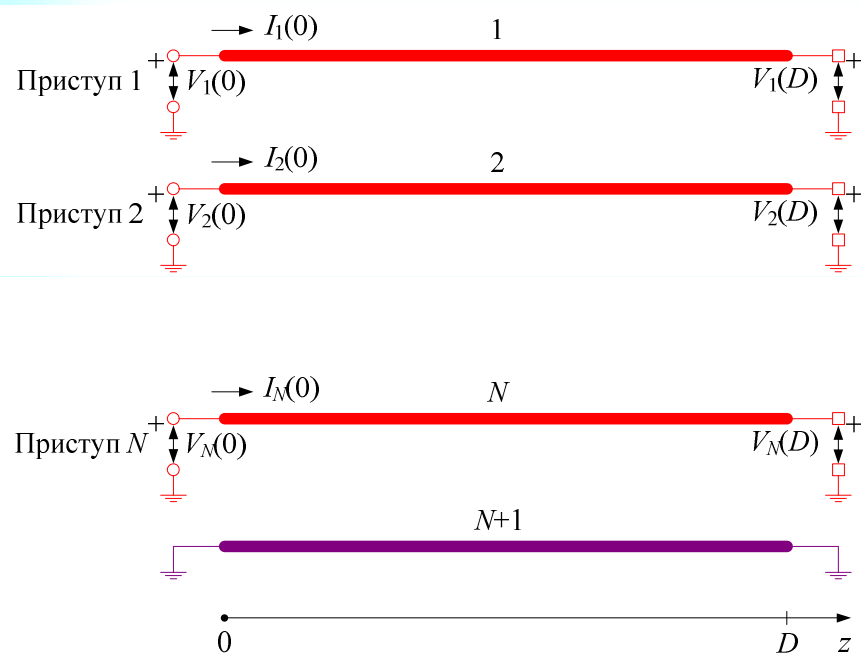


$$Y_{mm} = \sum_{n=1}^N y_{mn}$$

$$Y_{mn} = -y_{mn}$$



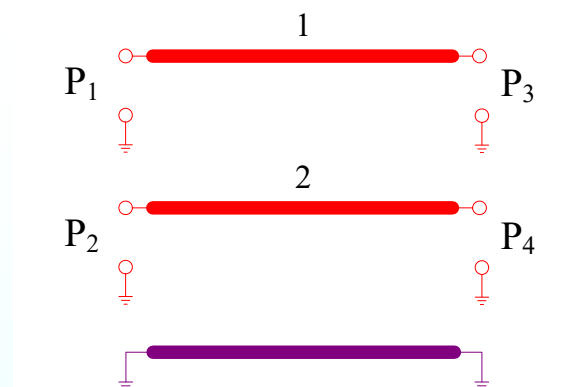
Отворен вод



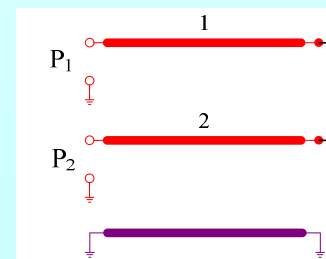
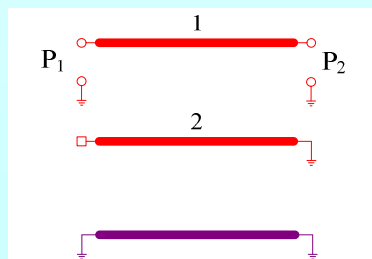
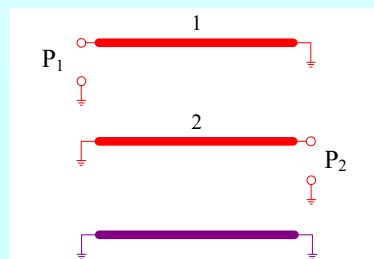
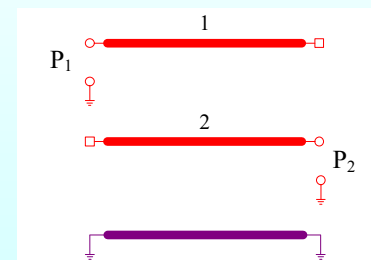
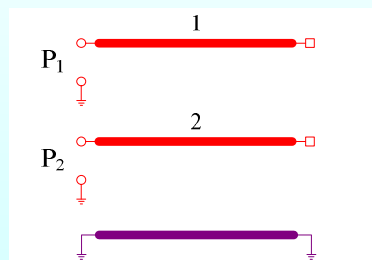
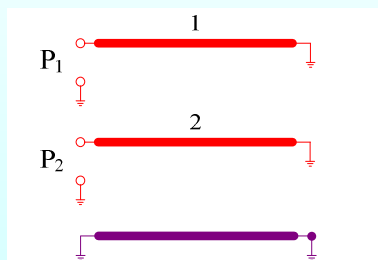


Пар спрегнутих водова

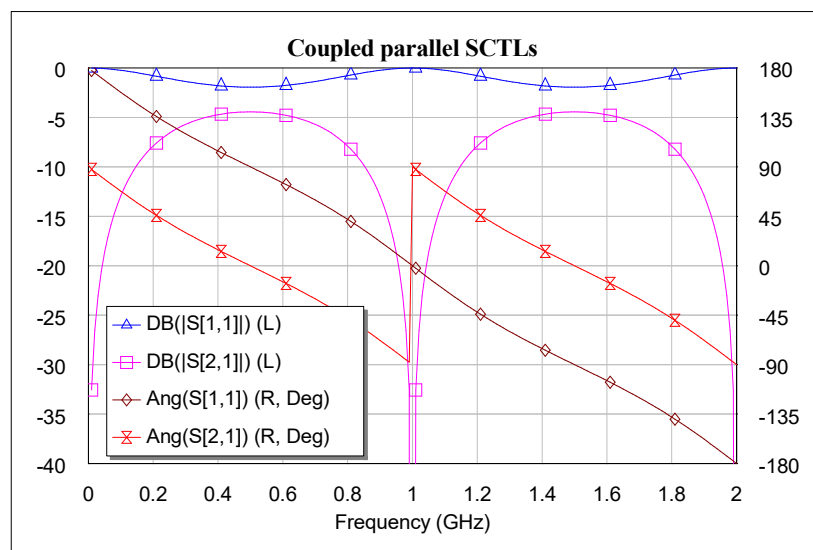
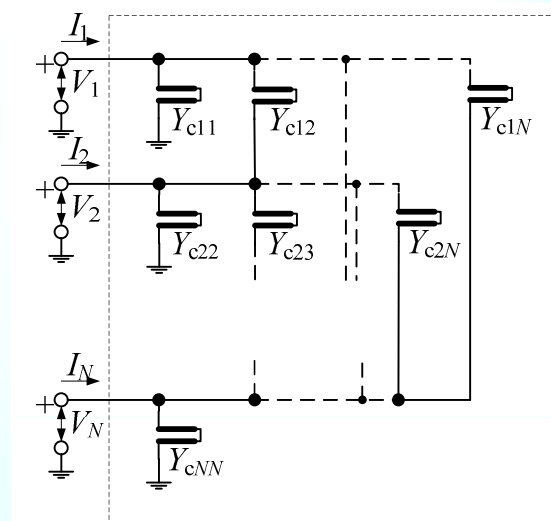
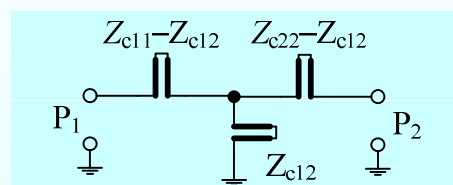
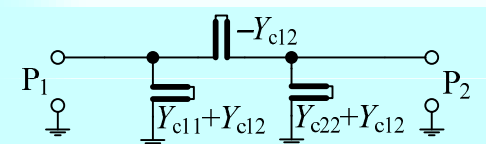
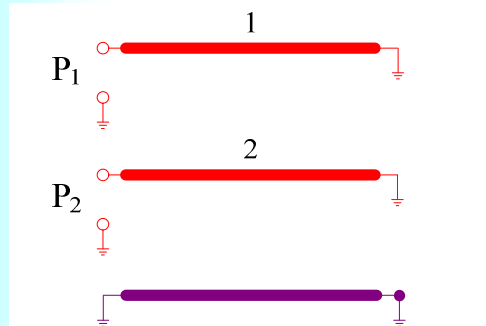
- Мрежа са 4 приступа



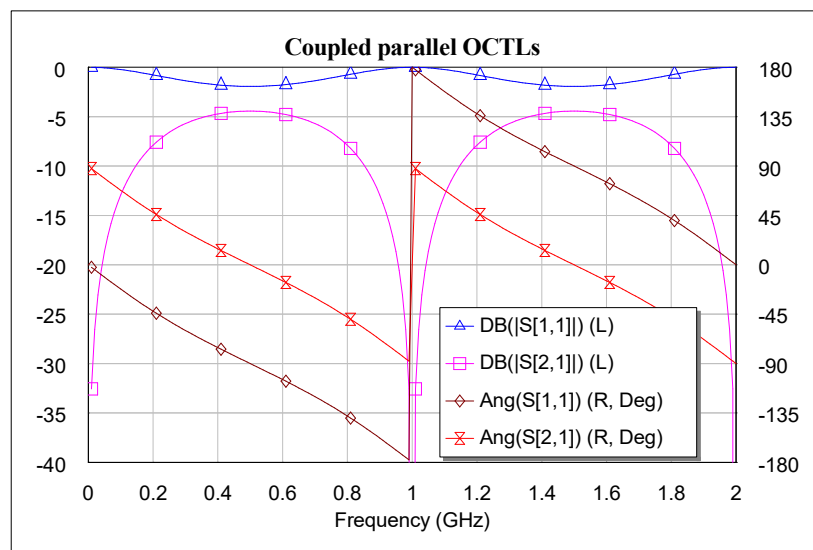
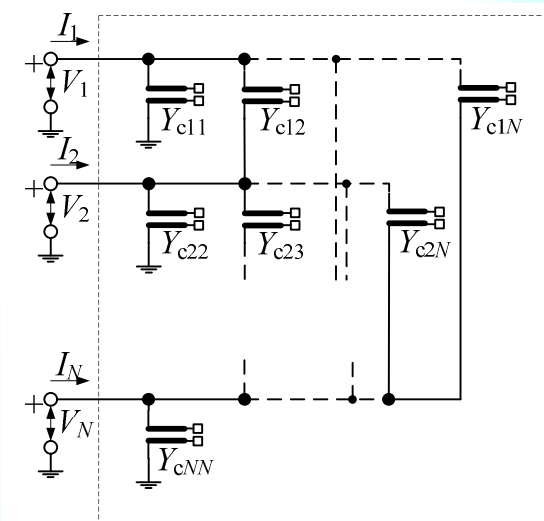
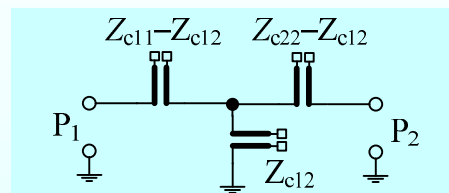
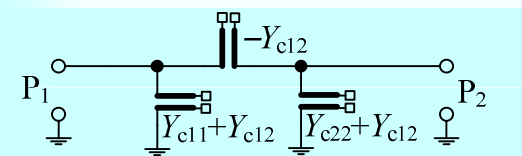
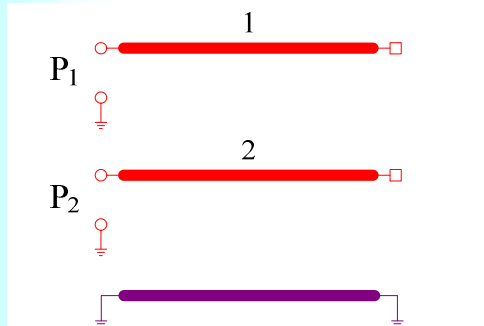
- Редукција на 2 приступа



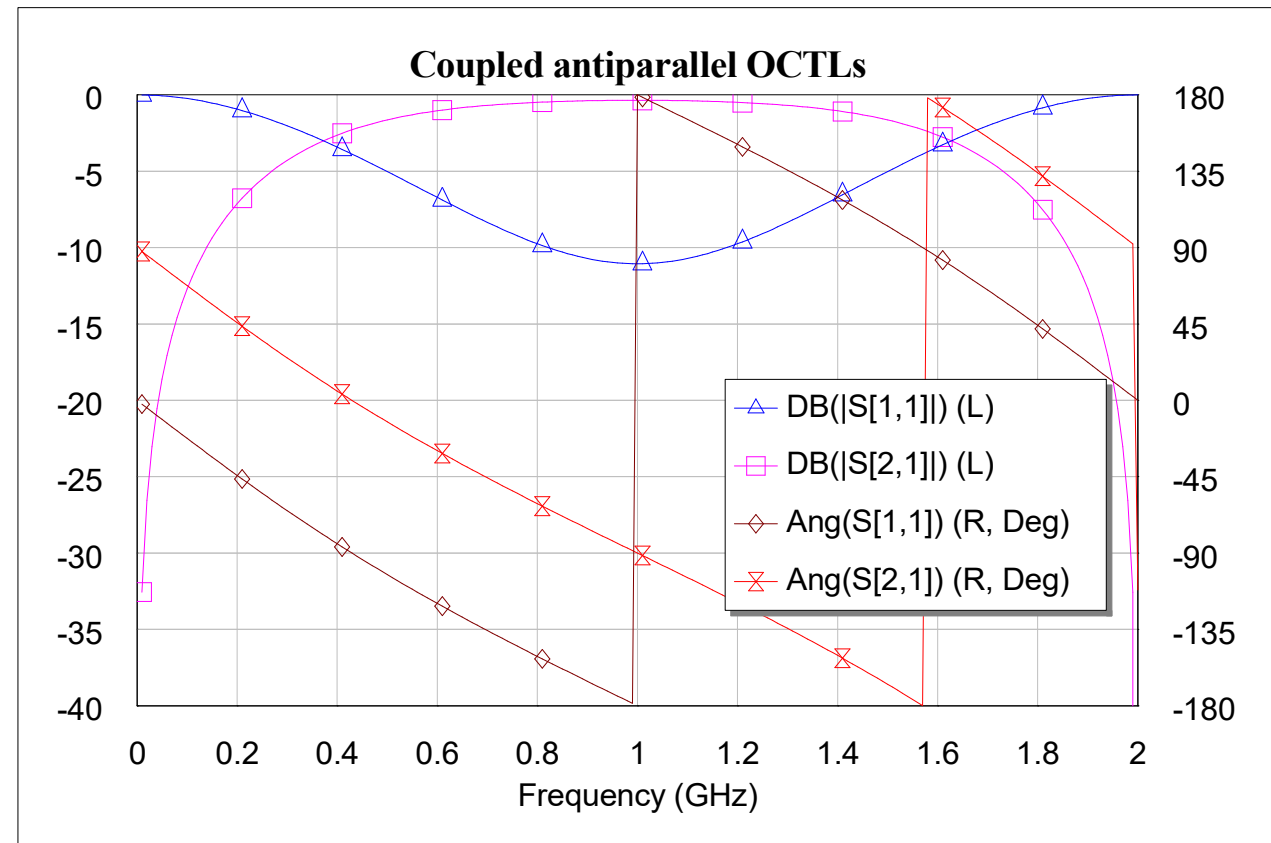
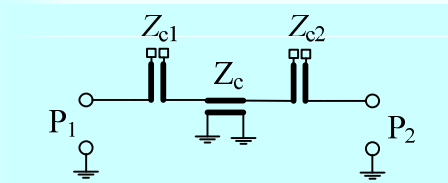
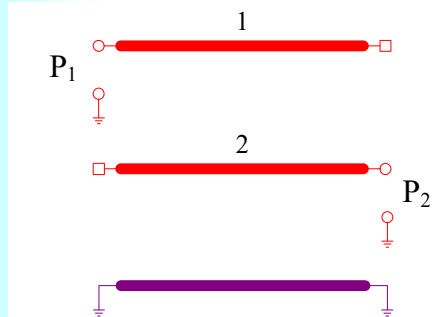
Краткоспојен један крај вода



Отворен један крај вода

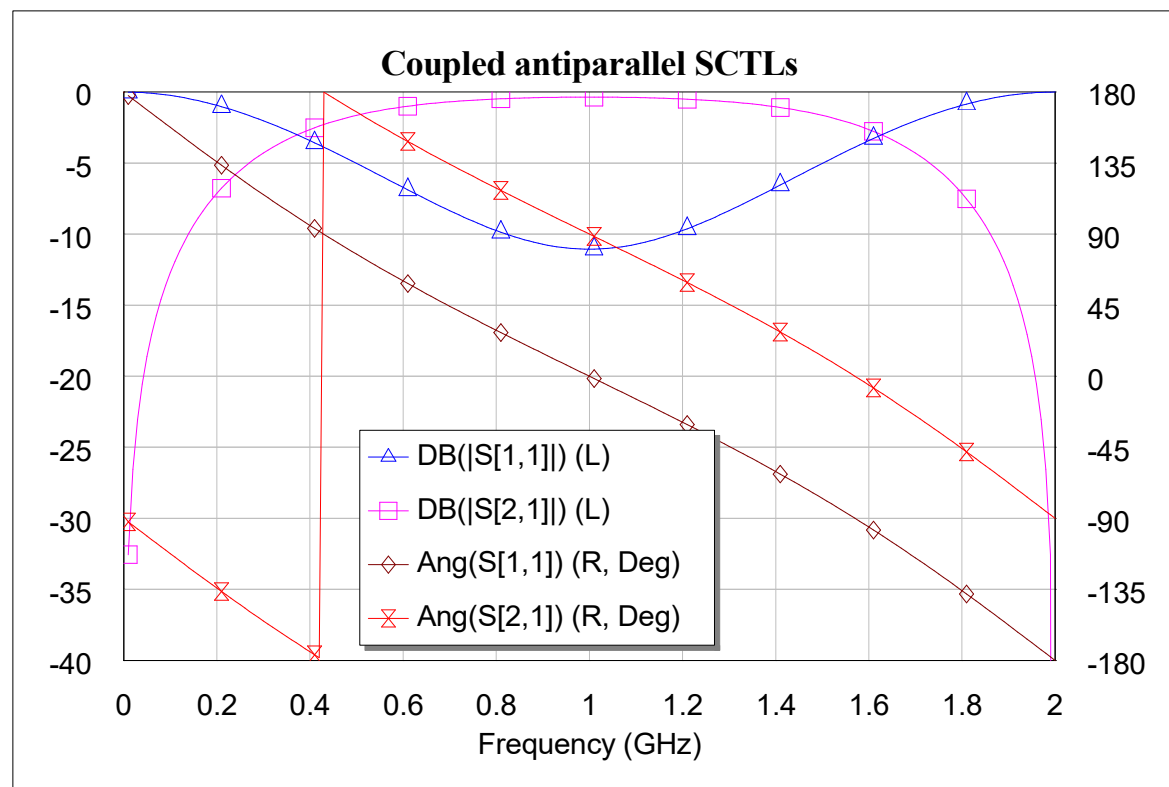
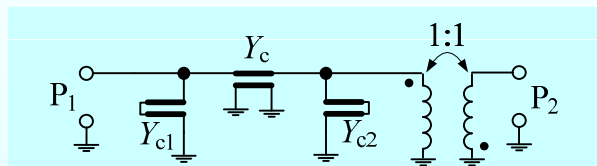
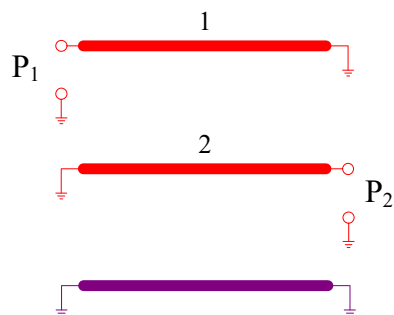


Наспрамно отворени крајеви вода

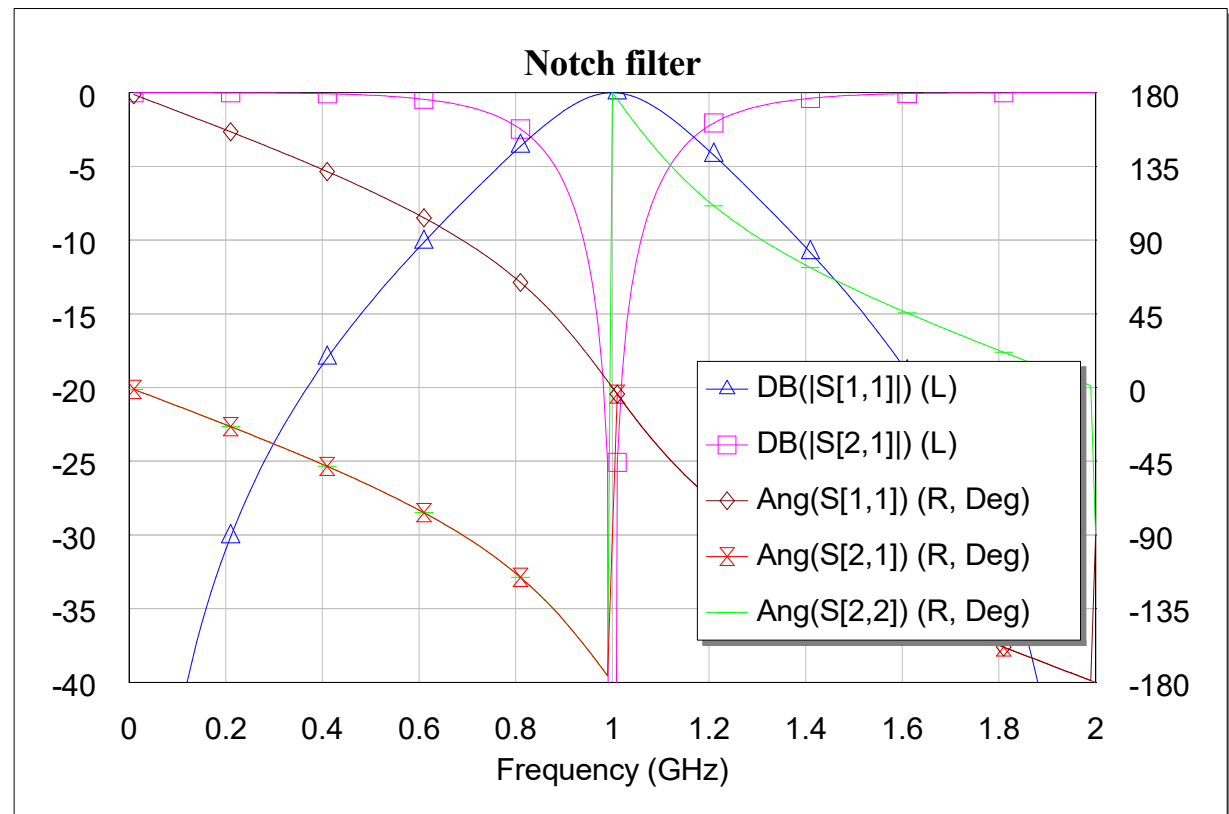
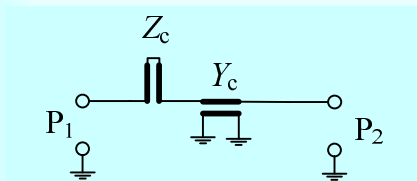
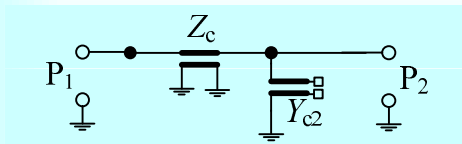
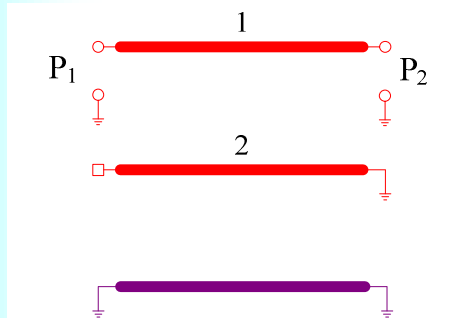




Наспрамно краткоспојени крајеви вода



Спрегнут резонатор





Меандар

