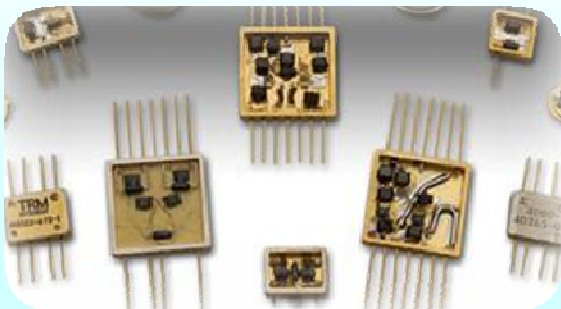
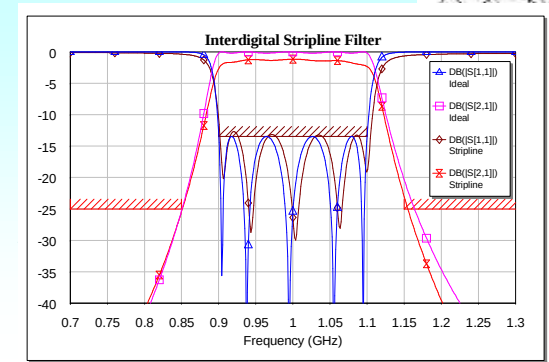


Микроталасна пасивна кола



Милка Потребић
Дејан Тошић



Микроталасни филтри

– део 1 –

појам филтра, прототип филтра, LC реализација, каскадна секција водова, Ричардсова трансформација, Куродини идентитети, инвертори, полуталасни резонатор

Уводник

Резонатор 1

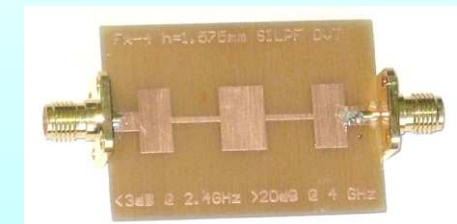
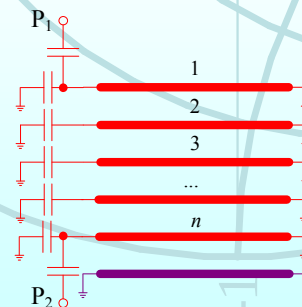
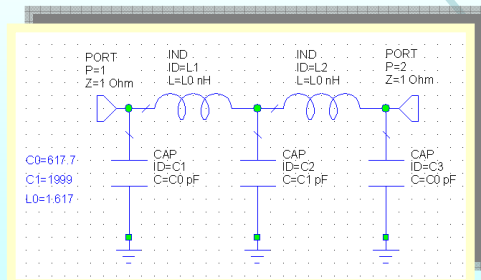
Резонатор 2

Резонатор 3

Резонатор 4

Резонатор 5

Уводник





Појам електричних филтара

- Мреже са два или више приступа селективне по учестаности
- Задатак је да сигнале неких учестаности добро пропуштају, а да сигнале других учестаности слабе
- Филтри најчешће слабе сигнал тако што га рефлектују
- Задатак филтра може бити и да уобличи фазу улазног сигнала



Трансфер функција

- Трансфер функција, $H(s)$, је количник комплексних представника величина на излазу и улазу филтра
- $H(j\omega)$ је фреквенцијски одзив, $H(j\omega) = M(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$
- $M(\omega)$ и $\Phi(\omega)$ су амплитудски и фазни одзив
- Графици: амплитудска и фазна карактеристика
- У линеарној скали или у dB, f -оса линеарна или логаритамска (декаде и октаве)
- Групно кашњење $\tau(\omega) = -\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega}$

Амплитудска, фазна карактеристика, Бодеови диаграми...



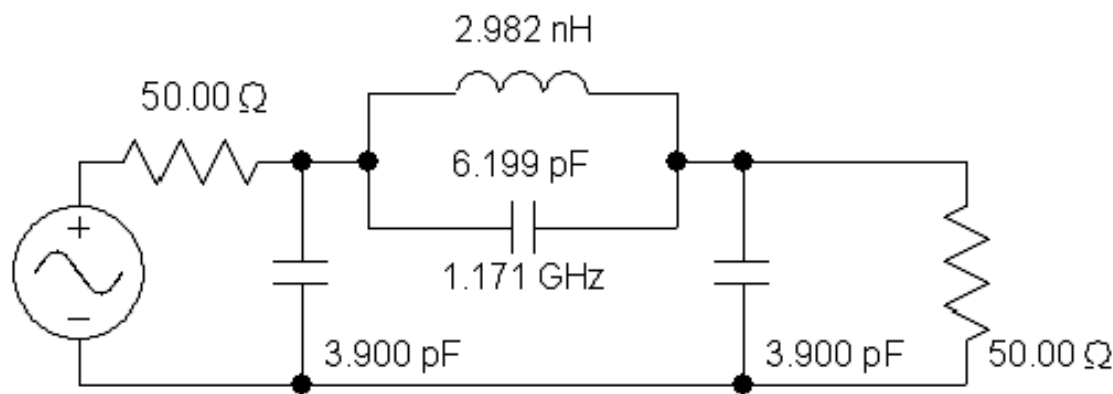
- Амплитудска карактеристика $M_{dB}(\omega) = 20 \log_{10} M(\omega)$
- Фазна карактеристика се некад црта у степенима ($^{\circ}$) $\Phi_{deg}(\omega) = \Phi(\omega)180/\pi$
- Фреквенцијске карактеристике се цртају и као упрошћени приближни графици састављени од изломљених линија, који се називају Бодеови диаграми



Слабљење, појачање...

- Количник Лапласових трансформација величине на улазу и величине на излазу филтра, назива се слабљење (attenuation)
- Реципрочна вредност слабљења је појачање (gain, amplification)

Трансфер функција филтра са концентрисаним елементима



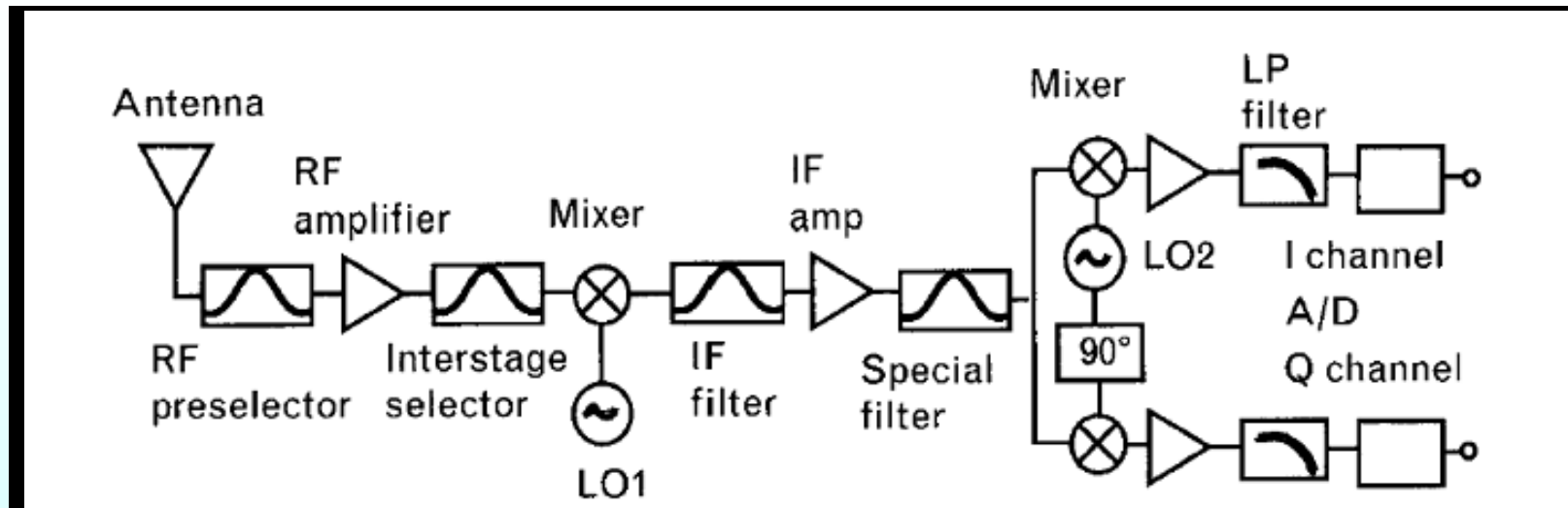
$$H(s) = \frac{3,901 \cdot 10^9 s^2 + 2,11 \cdot 10^{29}}{s^3 + 6,355 \cdot 10^9 s^2 + 4,745 \cdot 10^{19} s + 2,11 \cdot 10^{29}}$$

$$s_{z1,2} = \pm j 7,355 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

$$s_{p1} = -5,128 \cdot 10^9 \text{ rad/s}, \quad s_{p2,3} = (-0,613 \pm j 6,385) \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

$$H(s) = H_0 ((s - s_{z1})(s - s_{z2})...) / ((s - s_{p1})(s - s_{p2})...)$$

Примена филтара у комуникационом уређају





Кораци у пројектовању МТТ филтара

- Спецификација
- Апроксимација
- Шеме филтра са идеалним елементима
- Реализација
- Студија имперфекције

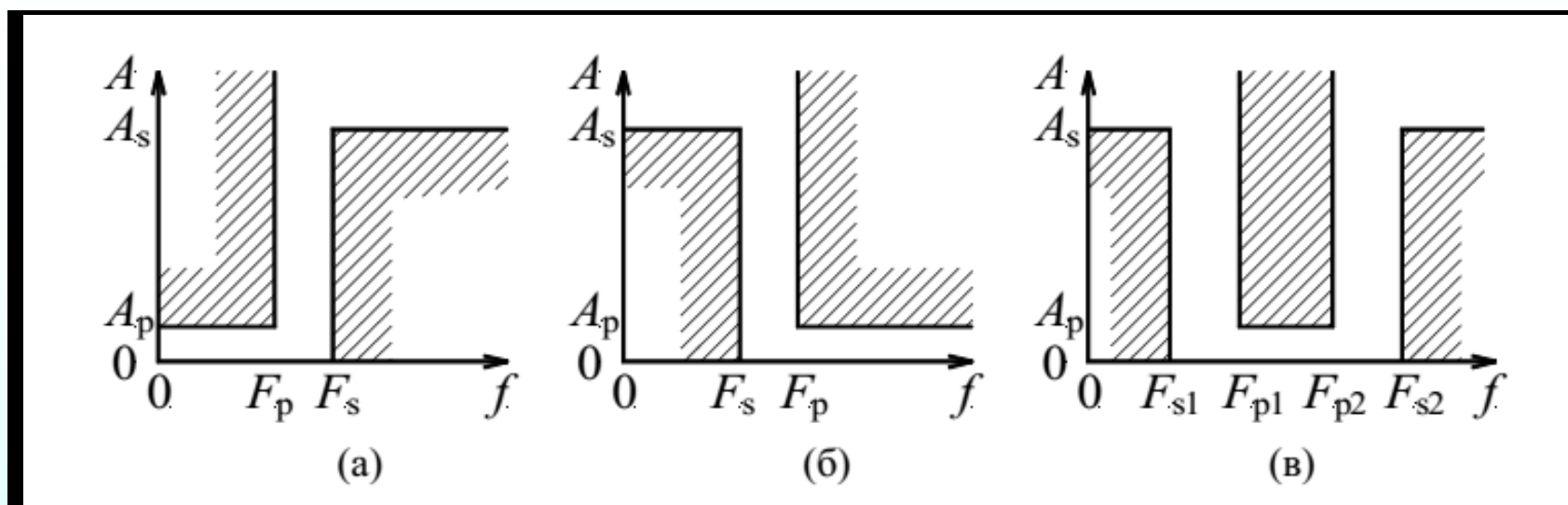


Спецификација

- Скуп услова које филтар треба да задовољи назива се спецификација
- Основну спецификацију чини спецификација амплитудског одзива
- Задаје се област у којој треба да буде амплитудска карактеристика
- Границе ове области чине габарит



Амплитудска спецификација (унето слабљење)



Амплитудска спецификација (унето слабљење) за: (а) пропусник ниских учестаности, (б) пропусник високих учестаности, (в) пропусник опсега учестаности.



Апроксимација

- Апроксимација је аналитички израз фреквенцијског одзива који задовољава спецификацију и може да се оствари у пракси
- Апроксимација мора задовољити услов каузалности: **импулсни одзив мора бити каузалан**, тј. не може да почне пре побуде
- Код пројектовања микроталасних филтара уобичајено је да се апроксимација прво тражи као функција која се може остварити мрежама са идеалним кондензаторима и калемовима, тј. LC -филтром
- Трансфер функција LC -филтара је рационална по s

Најпознатије апроксимације



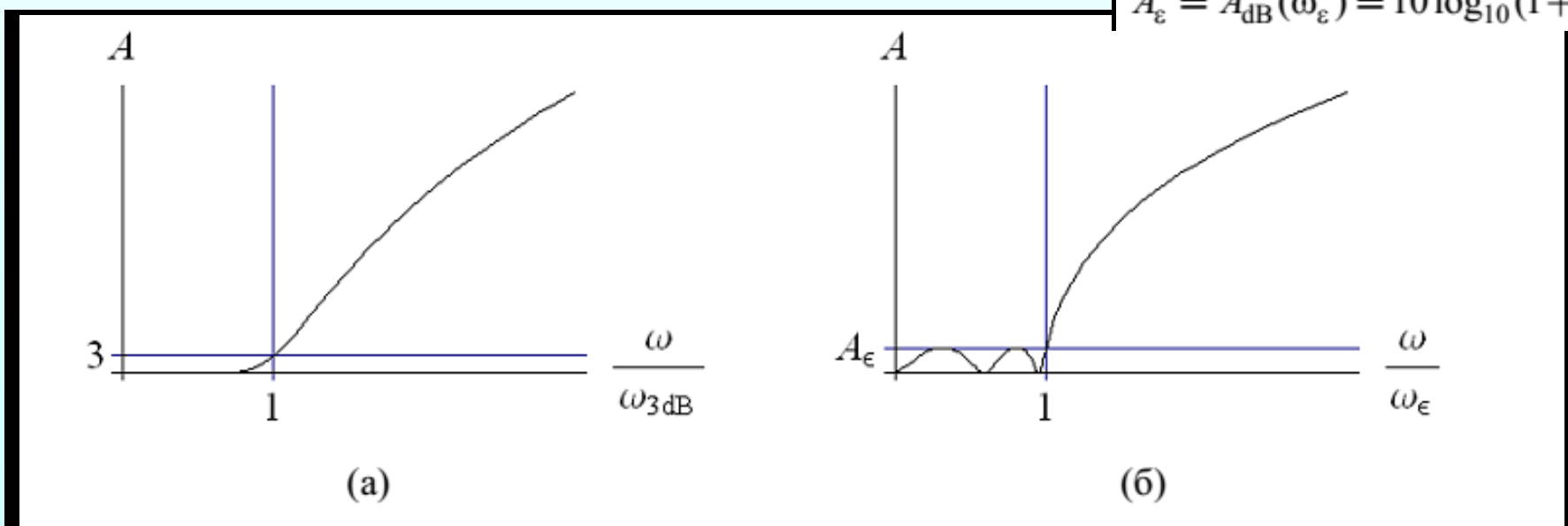
- Батервортова(Butterworth)

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(1 + (\omega/\omega_{3\text{dB}})^{2n})$$

- Чебишевљева (Chebyshev или Tschhebyscheff)

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega/\omega_\varepsilon))$$

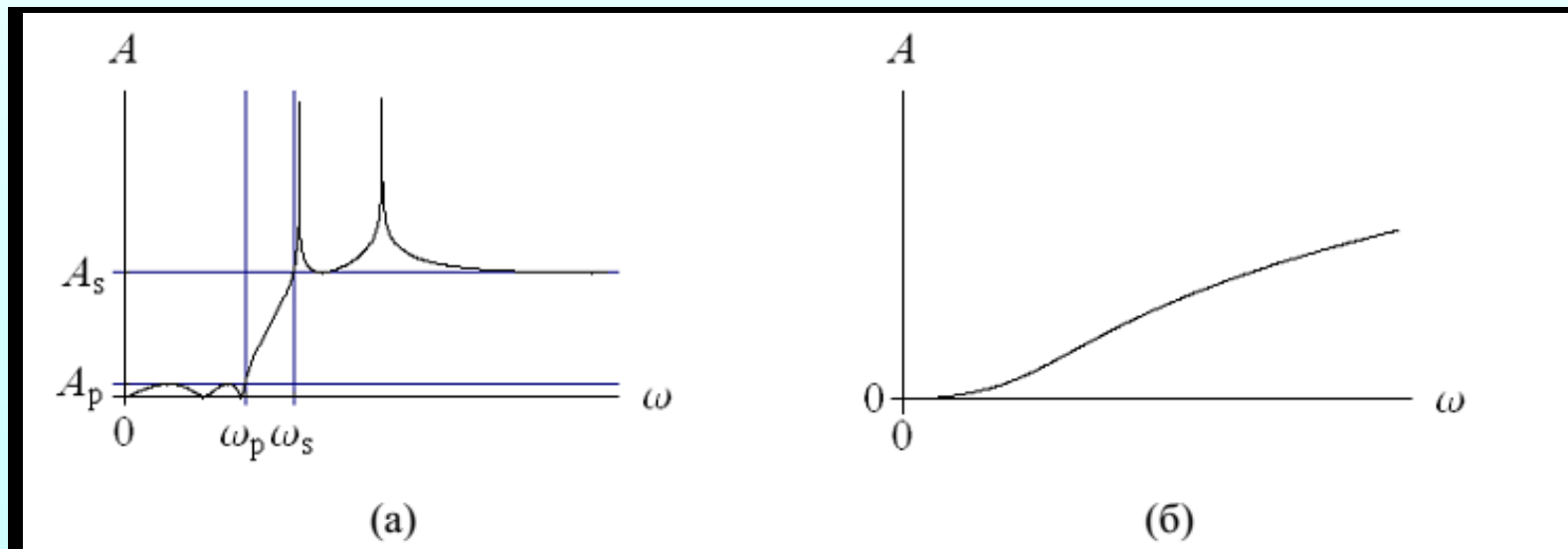
$$A_\varepsilon = A_{\text{dB}}(\omega_\varepsilon) = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2)$$



(а) Батервортова и (б) Чебишевљева апроксимација.

Елиптичка и Беселова апроксимација

- Елиптичка $A_{dB}(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(1 + \varepsilon^2 R_n^2(\omega/\omega_c, \xi))$
- Апроксимација са максимално равним групним кашњењем у пропусном опсегу је Беселова (Bessel)
Фазна карактеристика је скоро линеарна у пропусном опсегу (практично константно групно кашњење); селективност Беселовог филтра је знатно мања од Батервортовог



(а) Елиптичка и (б) Беселова апроксимација.

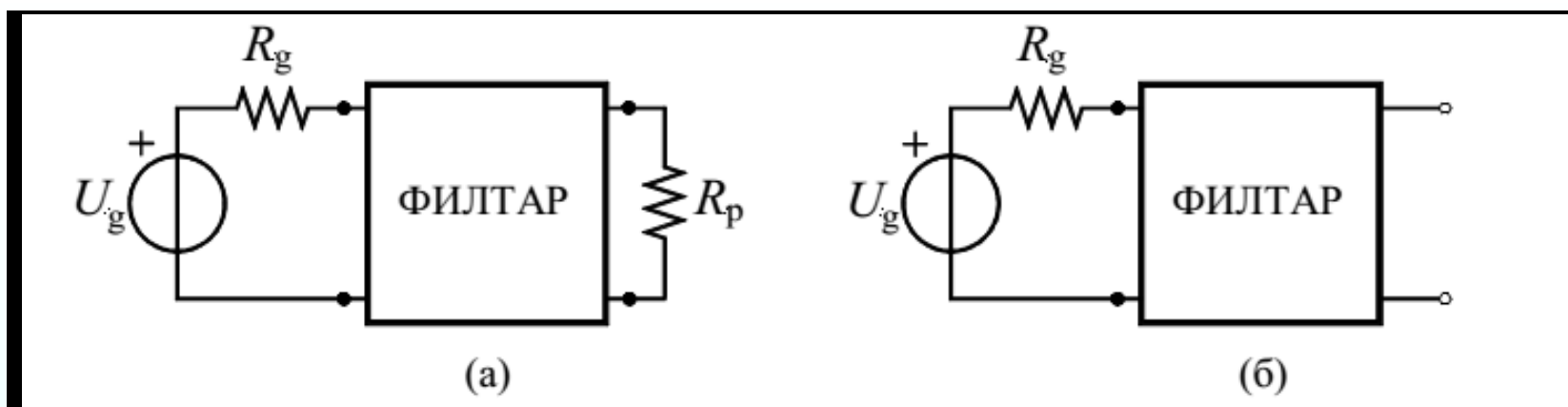


Шема филтра са идеалним елементима

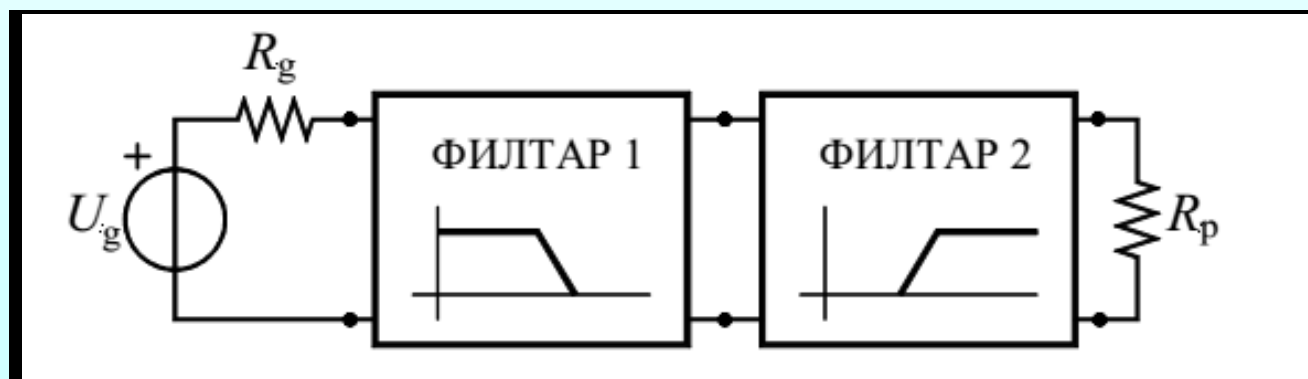
- За усвојену апроксимацију образује се електрична шема филтра са идеалним елементима, која задовољава спецификацију
Идеални елементи су кондензатор, калем, отпорник, трансформатор, секција вода и спрегнути водови
- Основни задатак ове шеме је да оствари трансфер функцију одређену апроксимацијом
- Следећи задатак је да оствари везу елемената (топологију) која је подесна за реализацију; нпр. у техници микротракастих водова отворени огранак је подеснији за реализацију од кратко спојеног



Двоструко и једноструко затворена мрежа



Општа шема реализације филтра са два приступа
(а) двоструко затворена, и (б) једноструко затворена.

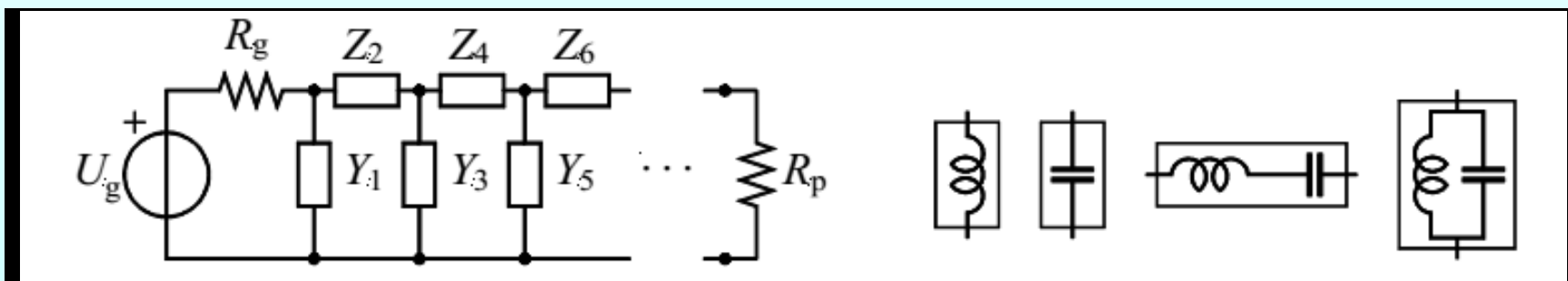


Општа каскадна шема филтра пропусника опсега.



Лествичаста шема филтра

- Лествичаста шема је најважнија у пројектовању пасивних филтара
- За Батервортову и Чебишевљеву апроксимацију постоје аналитички изрази из којих се одређују параметри елемената лествичасте шеме



Лествичаста шема и најчешћи састав паралелних и редних мрежа



Реализација

- Шема са идеалним елементима је апстракција из које је потребно конструисати физичку нараву
- Да би се то постигло, потребно је одабрати технику у којој ће филтар бити физички остварен и одговарајуће компоненте филтра
- Сваки елемент шеме са идеалним елементима замењује се реалном компонентом (реалном концентрисаном компонентом или секцијом реалног вода)



Студија имперфекције

- Замена идеалних елемената реалним(несавршеним) компонентама уноси нежељене(паразитне) ефекте
- Паразитни ефекти изобличују фреквенцијске карактеристике, тако да се често мора кориговати синтеза (апроксимација + шема са идеалним елементима) да би се задовољила спецификација
- Студија имперфекције (проучавање несавршености) помаже да се неке од несавршености благовремено узму у обзир, и у синтези и у реализацији



Прототип филтра и LC -лествичаста шема

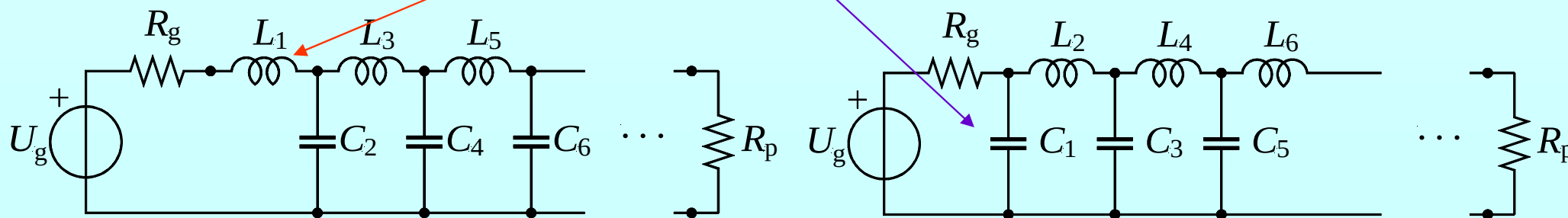
- Прототип филтра је LC -лествичаста шема LP филтра за

$$\Omega_{p,proto} = 1 \text{ rad/s}$$

$$R_{g,proto} = 1 \Omega$$

- Број динамичких елемената (калемова и кондензатора) је једнак реду апроксимације
- Каноничка синтеза: број елемената је најмањи за дати ред апроксимације.

Први елемент је **калем** или **кондензатор**





Рачунање параметара елемената прототипа

- За Батервортову и Чебишевљеву апроксимацију постоје аналитички изрази.
- Батервортова:

$$g_0 = 1,$$

$$g_i = 2 \sin \left(\frac{2i-1}{2n} \pi \right), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

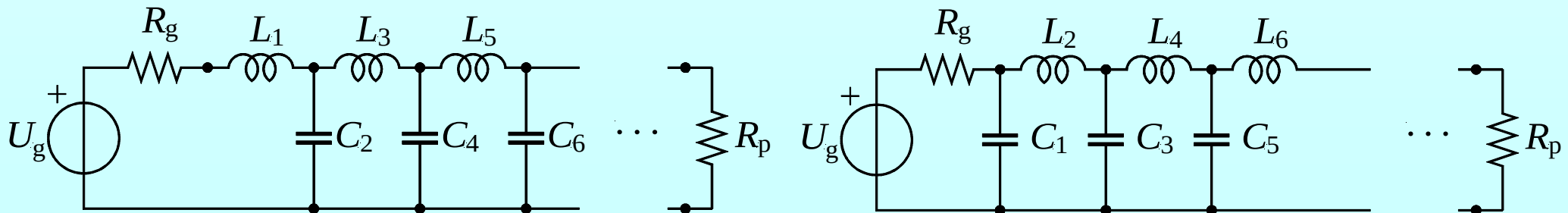
$$g_{n+1} = 1,$$

$$R_{g,proto} = g_0,$$

$$L_{k,proto} = g_k,$$

$$C_{k,proto} = g_k,$$

$$R_{p,proto} = g_{n+1}.$$



Рачунање параметара елемената прототипа...



- Чебишевљева апроксимација:

$$z = -\ln \left(\operatorname{cth} \frac{A_p [dB]}{17,37} \right), \quad x = \operatorname{sh} \frac{z}{2n},$$

$$a_i = \sin \left(\frac{2i-1}{2n} \pi \right), \quad b_i = x^2 + \sin^2 \frac{i\pi}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$g_0 = 1, \quad g_1 = 2 \frac{a_1}{x}, \quad g_i = \frac{4a_{i-1}a_i}{b_{i-1}g_{i-1}}, \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

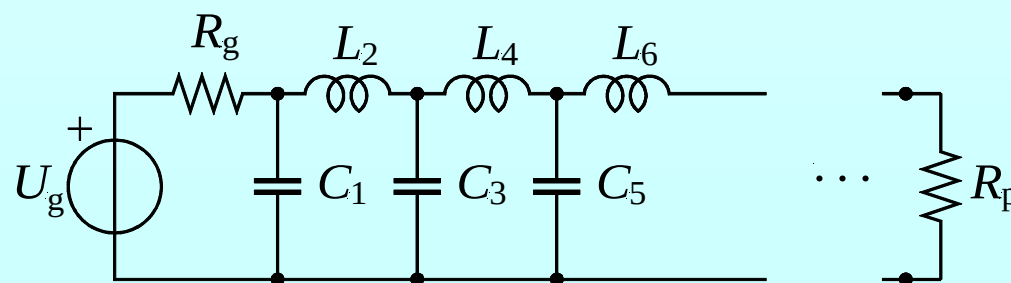
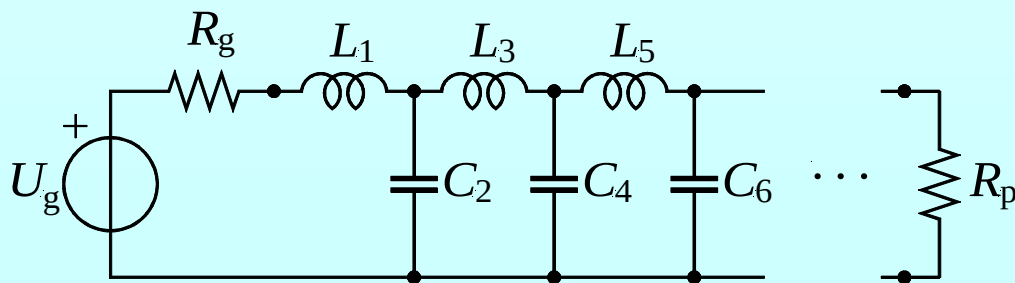
$$g_{n+1} = \begin{cases} 1, & n = 1, 3, 5, \dots \\ \operatorname{cth}^2 \frac{z}{4}, & n = 2, 4, 6, \dots, \end{cases}$$

$$R_{g, \text{proto}} = g_0,$$

$$L_{k, \text{proto}} = g_k,$$

$$C_{k, \text{proto}} = g_k,$$

$$R_{p, \text{proto}} = \begin{cases} g_{n+1}, & \text{последњи конд.} \\ \frac{1}{g_{n+1}}, & \text{последњи калем} \end{cases}$$

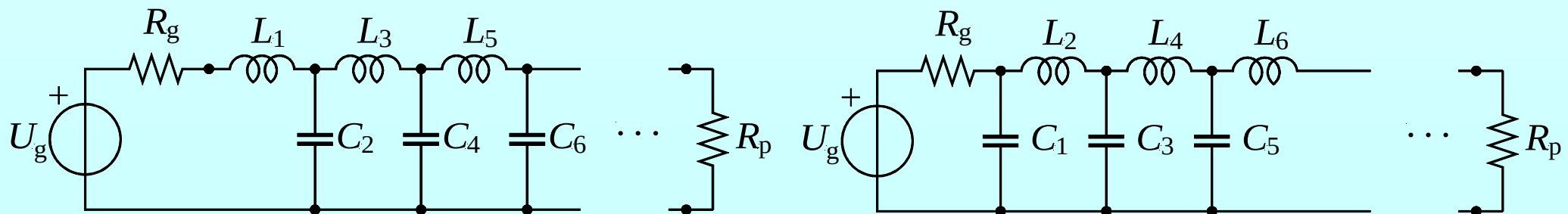


Рачунање параметара елемената прототипа...



- За остале апроксимације постоје таблице.
- Беселова апроксимација:

VALUE OF n	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6	ϵ_7	ϵ_8	ϵ_9	ϵ_{10}	ϵ_{11}	ϵ_{12}
1	2.0000	1.0000										
2	1.5774	0.4226	1.0000									
3	1.2550	0.5528	0.1922	1.0000								
4	1.0598	0.5116	0.3181	0.1104	1.0000							
5	0.9303	0.4577	0.3312	0.2090	0.0718	1.0000						
6	0.8377	0.4116	0.3158	0.2364	0.1480	0.0505	1.0000					
7	0.7677	0.3744	0.2944	0.2378	0.1778	0.1104	0.0375	1.0000				
8	0.7125	0.3446	0.2735	0.2297	0.1867	0.1387	0.0855	0.0289	1.0000			
9	0.6678	0.3203	0.2547	0.2184	0.1859	0.1506	0.1111	0.0682	0.0230	1.0000		
10	0.6305	0.3002	0.2384	0.2066	0.1808	0.1539	0.1240	0.0911	0.0557	0.0187	1.0000	
11	0.5989	0.2834	0.2243	0.1954	0.1739	0.1528	0.1296	0.1039	0.0761	0.0465	0.0154	1.0000



Шема (са идеалним елементима)

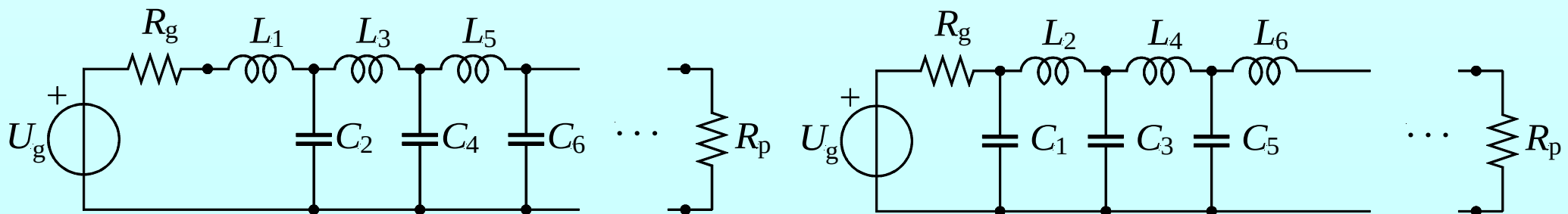
LP LC-филтра из прототипа

- За произвољну отпорност генератора R_g и граничну угаону учестаност $\Omega_p = 2\pi F_p$,

$$R_g = R_g R_{g,proto} = R_g \quad L_k = R_g \frac{1}{\Omega_p} L_{k,proto}$$

$$R_p = R_g R_{p,proto} \quad C_k = \frac{1}{R_g} \frac{1}{\Omega_p} C_{k,proto}$$

- тако су на Ω_p све импедансе R_g пута веће од импеданси прототипа на $\Omega_{p,proto} = 1 \text{ rad/s}$



Пример

Шеме **LP** филтра за три апроксимације

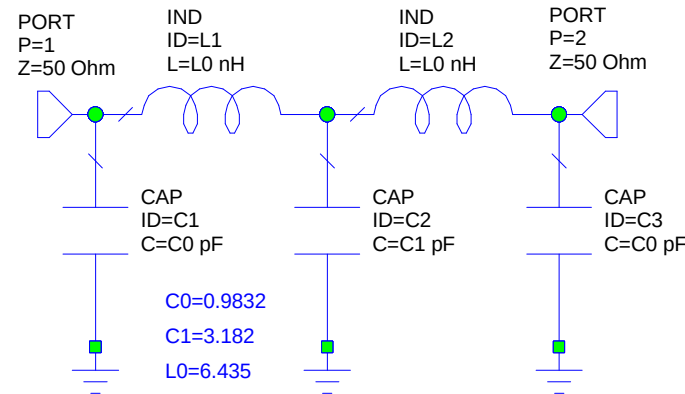
- $n = 5$, $F_p = 2 \text{ GHz}$, $A_p = 3 \text{ dB}$, $R_g = 50 \Omega$
- Задатак: прорачунати Батервортов филтар

Филтер
Wizard
MWO

Filter Synthesis Wizard

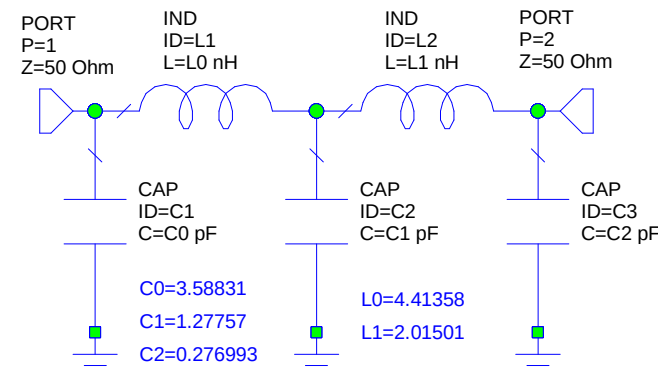
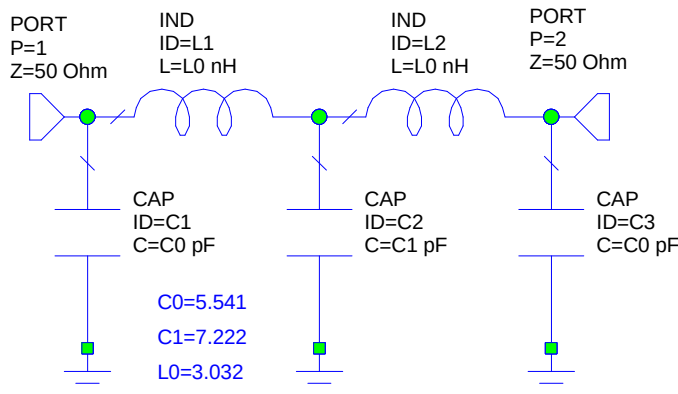
Lowpass Parameter Specifications
Specify the lowpass parameter values.

Filter Order:	N	5
Band Edge Frequency:	FC	2 GHz
Passband Parameter:	PP	Ripple [dB]
Passband Parameter Value:	PV	3 dB
Source Resistance:	RS	50 Ohm
Load Resistance:	RL	50 Ohm



Бат.

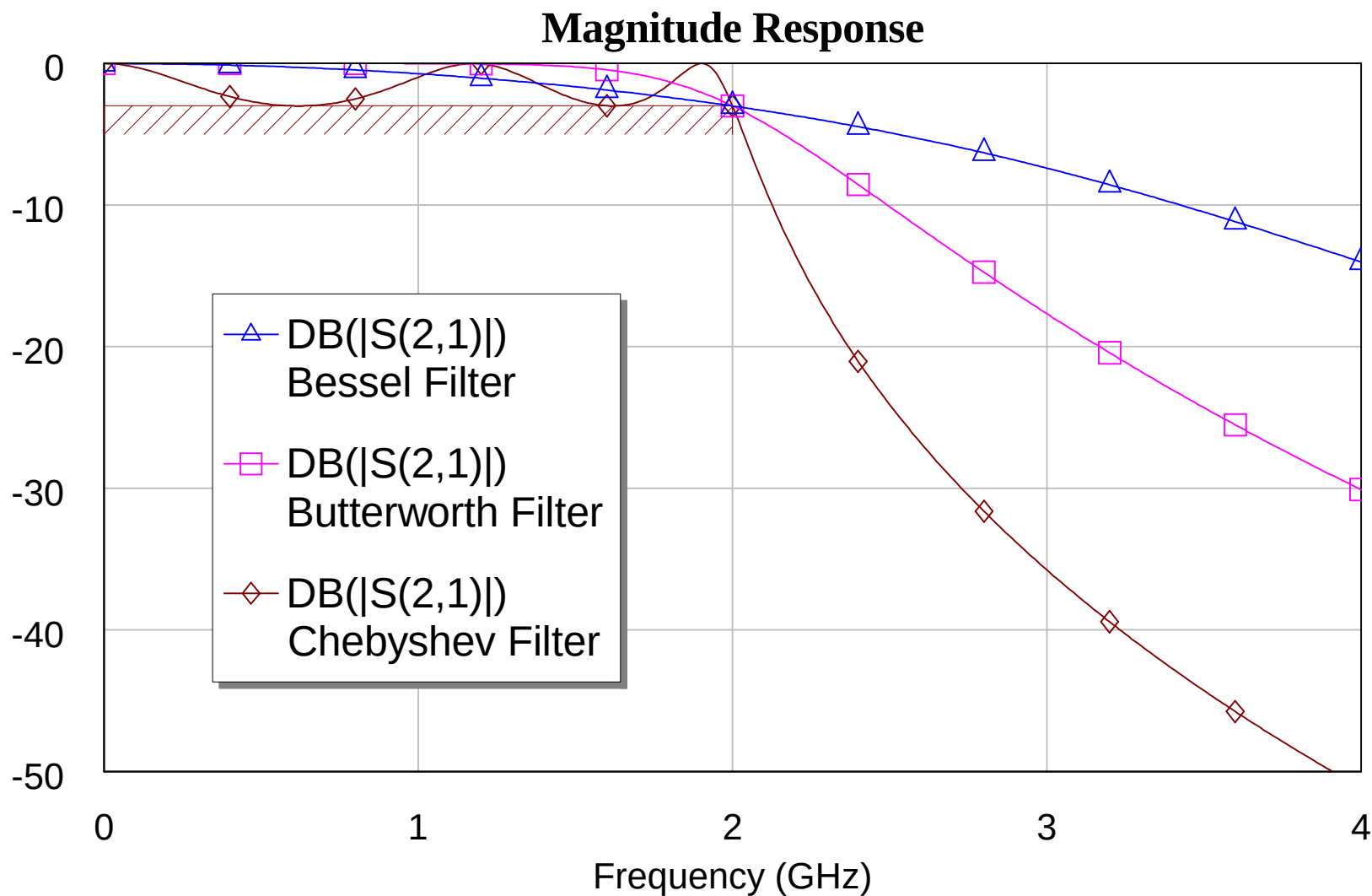
Чеб.



Бес.

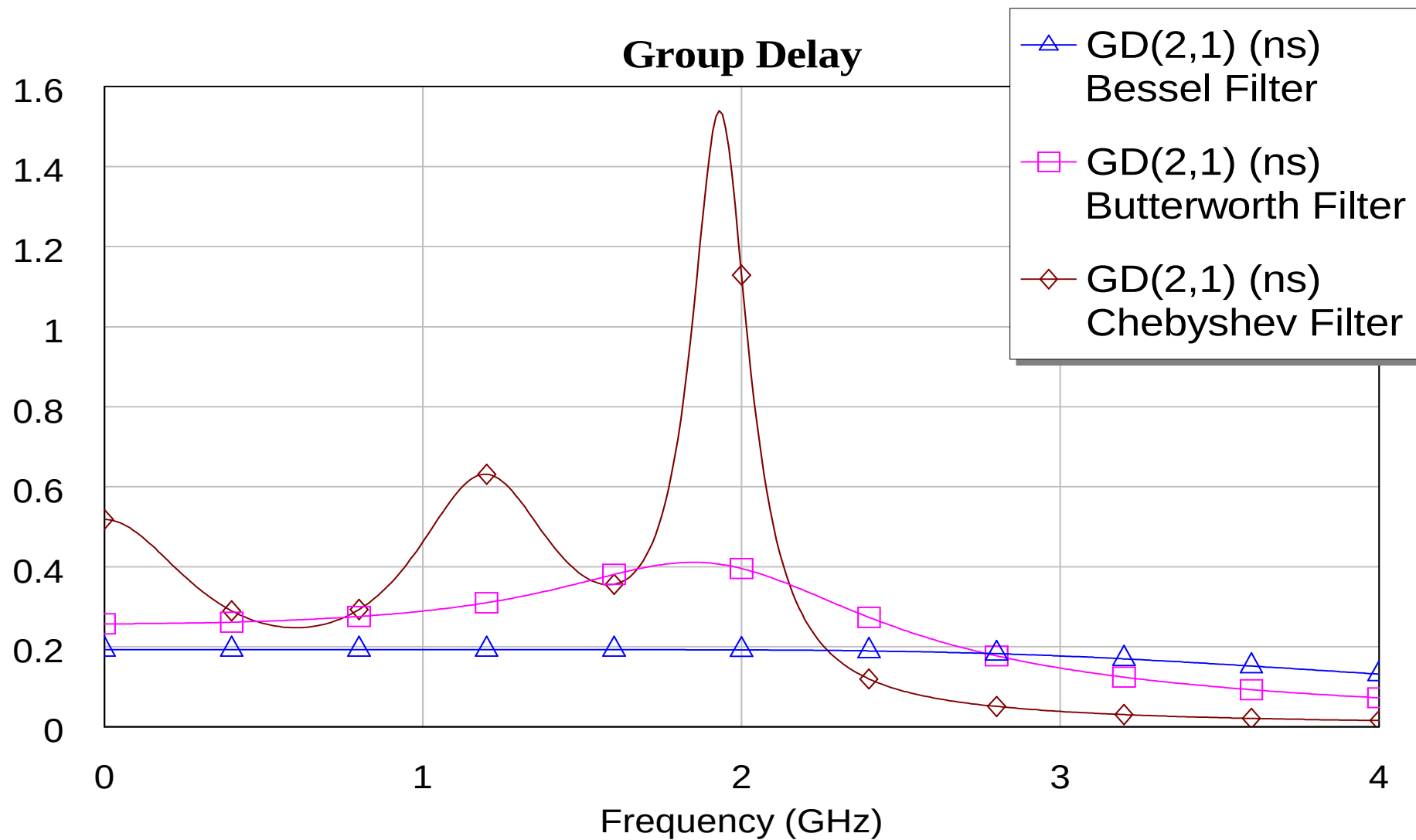


Амплитудска карактеристика





Групно кашњење



Шема (са идеалним елементима) НР филтра из прототипа



- Паралелни кондензатори замене се калемовима индуктивности $1/C_{k,proto}$
- Редни калемови замене се кондензаторима капацитивности $1/L_{k,proto}$
- За изабране Ω_p и R_g добија се

$$L_{k,HP} = R_g \frac{1}{\Omega_p} \frac{1}{C_{k,proto}}$$

$$C_{k,HP} = \frac{1}{R_g} \frac{1}{\Omega_p} \frac{1}{L_{k,proto}}$$

Пример

Шеме НР филтра из прототипа



- Чебишевљев НР филтар,

$$n = 3, \quad F_p = 500 \text{ MHz}, \quad A_p = 0,4 \text{ dB}, \quad R_g = R_p = Z_0 = 50 \Omega$$

- Решење:

$$g_0 = 1, \quad g_1 = 1,49088, \quad g_2 = 1,118, \quad g_3 = 1,49088, \quad g_4 = 1$$

Нека је први елемент (паралелни) кондензатор

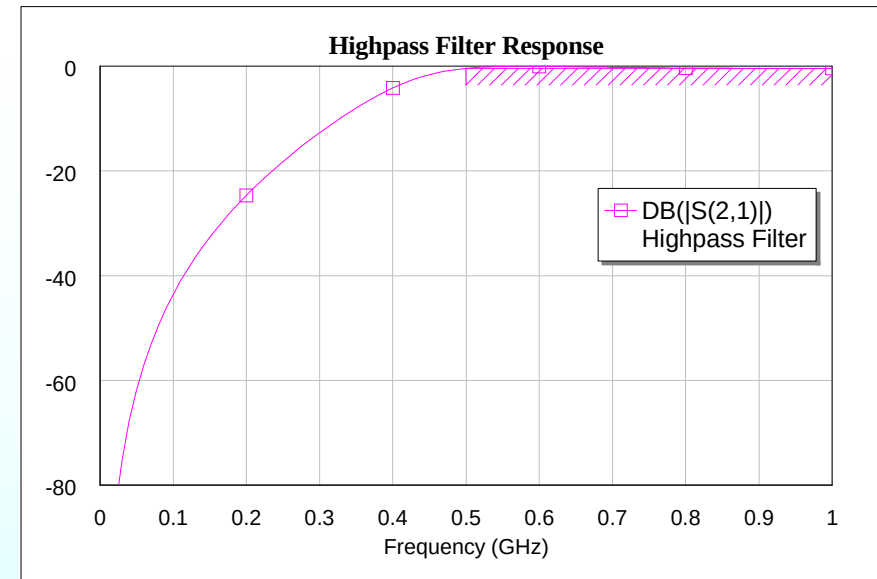
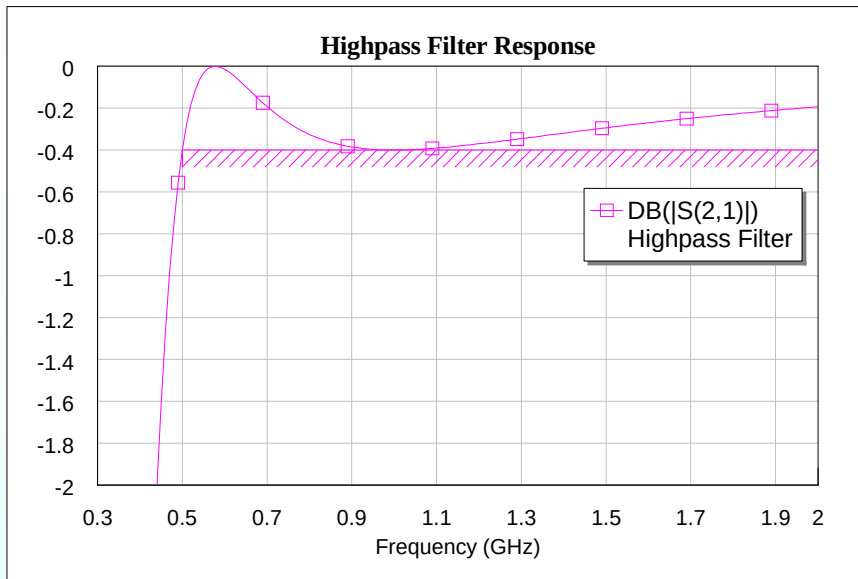
$$R_{g,proto} = R_{p,proto} = 1, \quad C_{1,proto} = C_{3,proto} = 1,49, \quad L_{2,proto} = 1,12,$$

$$L_{1,HP} = L_{3,HP} = 10,7 \text{ nH}, \quad C_{2,HP} = 5,69 \text{ pF}$$

У шеми филтра први елемент је (паралелни) калем

Пример

Шеме НР филтра из прототипа...



- Ако је потребно остварити и $A_s = 20$ dB ,
 $F_s = 400$ MHz који ред филтра треба одабрати?
- Одговор: $n = 7$
- Из аналитичког израза или претраживањем

Шема (са идеалним елементима) ВР филтра из прототипа



- Сваки паралелни кондензатор замени се паралелном LC везом

$$C_{k, \text{BP}} = \frac{1}{R_g} \frac{1}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} C_{k, \text{proto}} \qquad L_{k, \text{BP}} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} C_{k, \text{BP}}}$$

- Сваки редни калем замени се редном LC везом

$$L_{k, \text{BP}} = R_g \frac{1}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} L_{k, \text{proto}} \qquad C_{k, \text{BP}} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} L_{k, \text{BP}}}$$

$$L_{k, \text{BP}} C_{k, \text{BP}} = \text{const} = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1})$$

Пример

Шеме ВР филтра из прототипа

- Чебишевљев ВР филтар:

$$n = 3, \quad F_{p1} = 800 \text{ MHz}, \quad F_{p2} = 900 \text{ MHz},$$

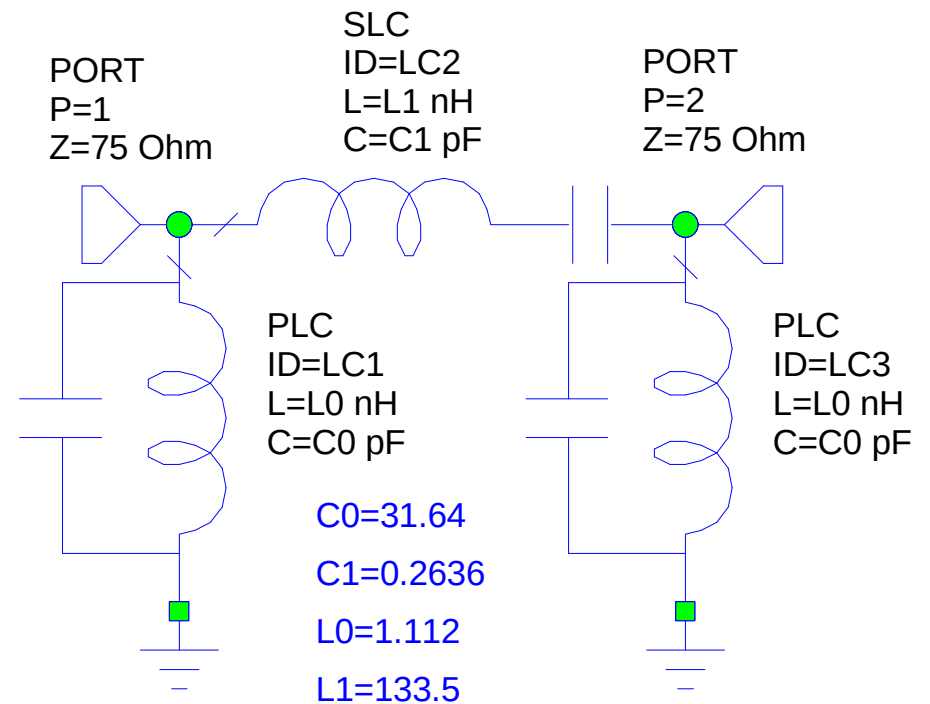
$$A_p = 0,4 \text{ dB}, \quad R_g = R_p = Z_0 = 75 \Omega$$

Filter Synthesis Wizard

Bandpass Parameter Specifications

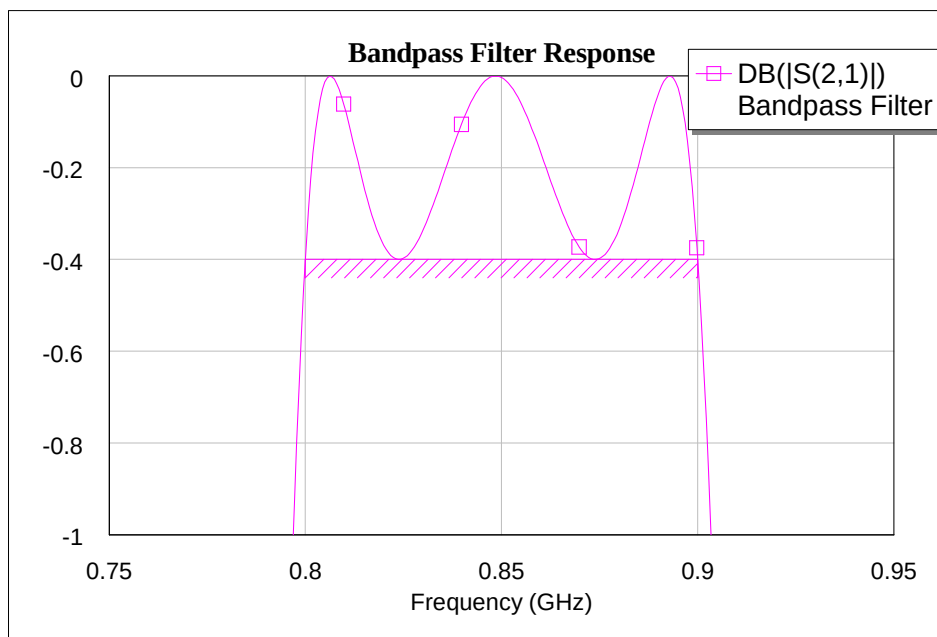
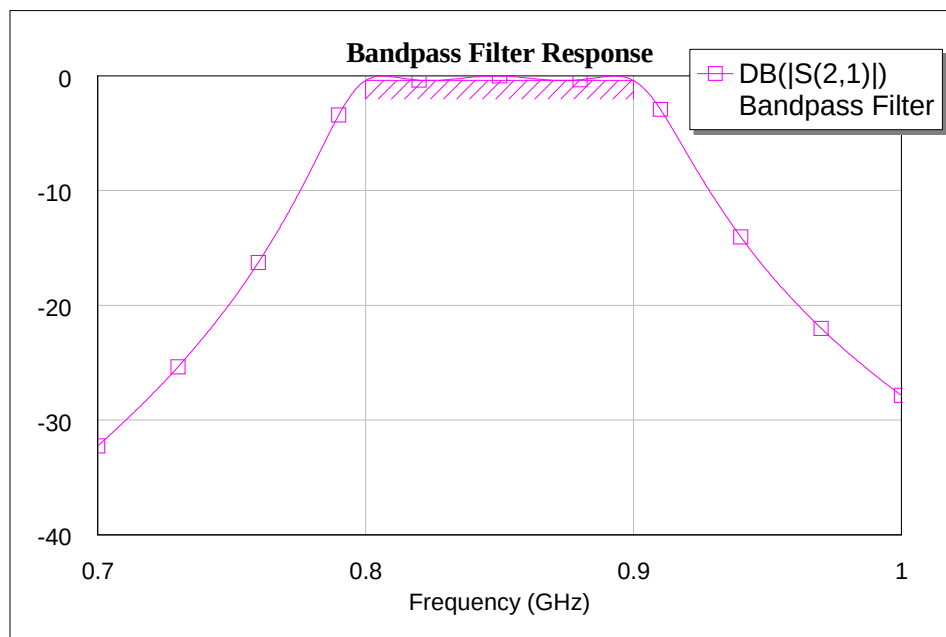
Specify the bandpass parameter values.

Filter Order:	N	3
Lower Edge of Passband:	FL	0.8 GHz
Upper Edge of Passband:	FH	0.9 GHz
Passband Parameter:	PP	Ripple [dB]
Passband Parameter Value:	PV	0.4 dB
Source Resistance:	RS	75 Ohm
Load Resistance:	RL	75 Ohm



Пример

Шеме ВР фильтра из прототипа...



Шема (са идеалним елементима) **BS** филтра из прототипа



- Сваки паралелни кондензатор замени се редном LC везом

$$L_{k,BS} = R_g \frac{1}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} \frac{1}{C_{k,proto}} \quad C_{k,BS} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} L_{k,BS}}$$

- Сваки редни калем замени се паралелном LC везом

$$C_{k,BS} = \frac{1}{R_g} \frac{1}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} \frac{1}{L_{k,proto}} \quad L_{k,BS} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} C_{k,BS}}$$

- Поново је $L_{k,BS} C_{k,BS} = \text{const} = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1})$

Пример

Шеме **BS** филтра из прототипа

- Чебишевљев BS филтар:

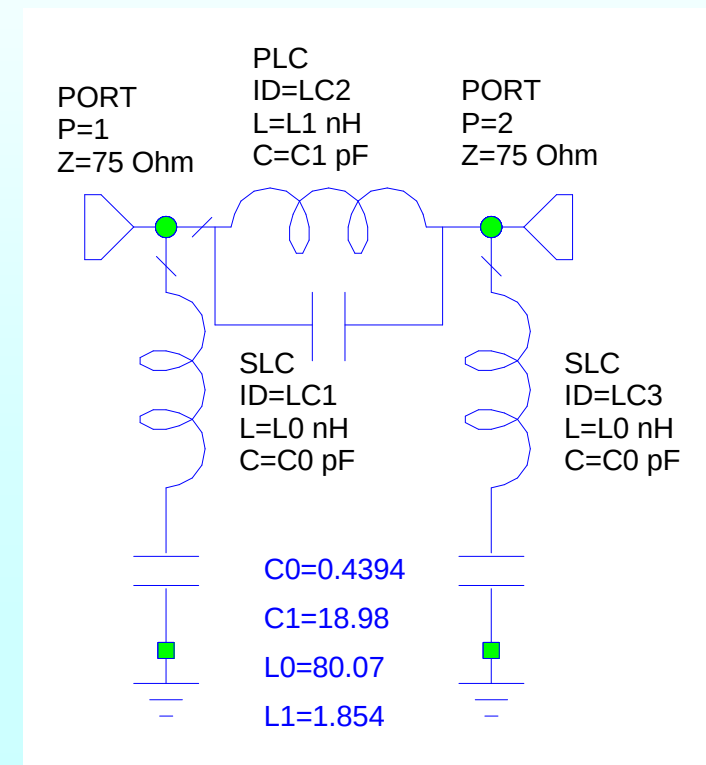
$$n = 3, \quad F_{p1} = 800 \text{ MHz}, \quad F_{p2} = 900 \text{ MHz},$$

$$A_p = 0,4 \text{ dB}, \quad R_g = R_p = Z_0 = 75 \Omega$$

Filter Synthesis Wizard

Bandstop Parameter Specifications
Specify the bandstop parameter values.

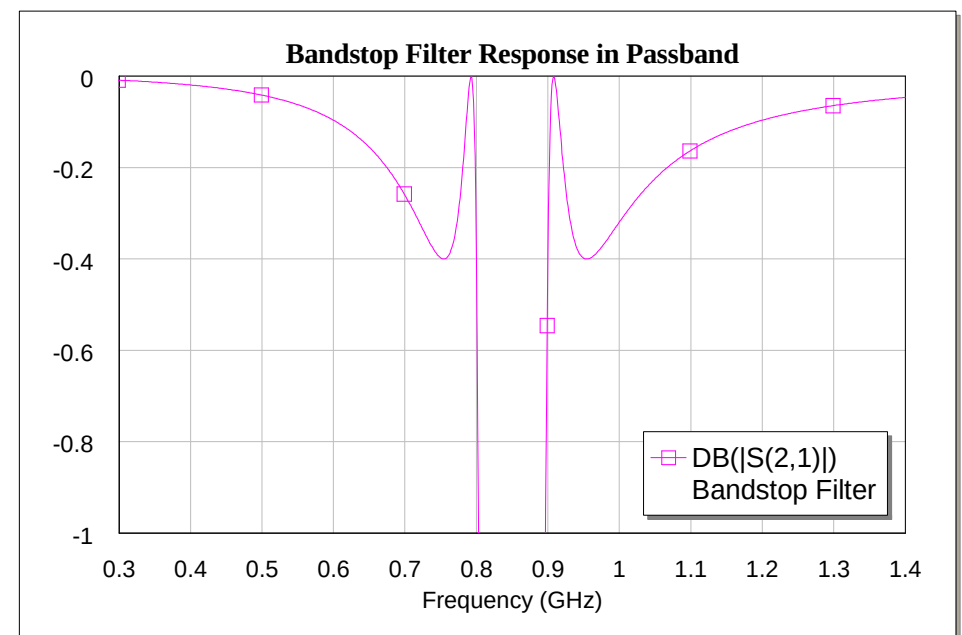
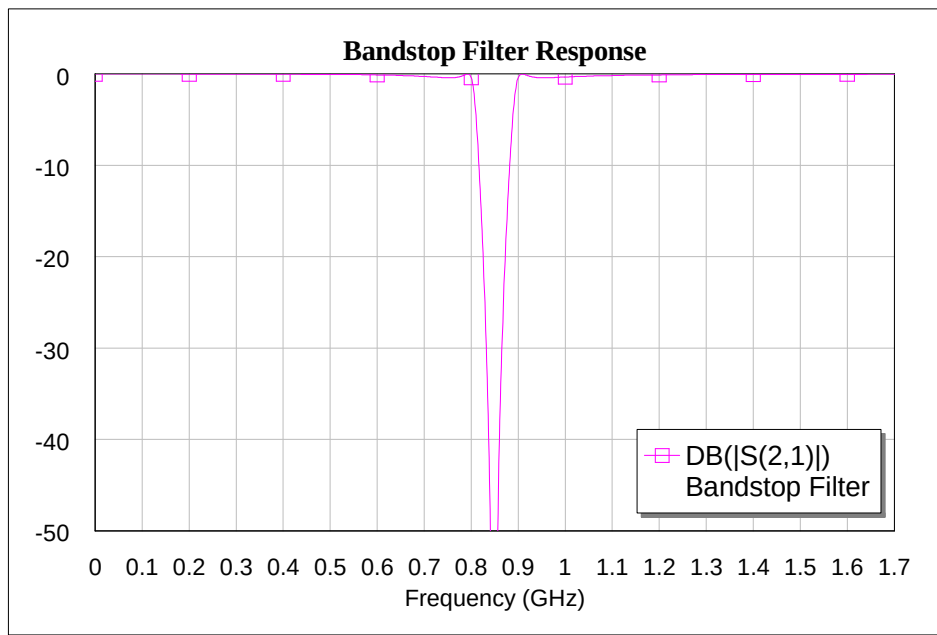
Filter Order:	N	3
Lower Edge of Passband:	FL	0.8 GHz
Upper Edge of Passband:	FH	0.9 GHz
Passband Parameter:	PP	Ripple [dB]
Passband Parameter Value:	PV	0.4 dB
Source Resistance:	RS	75 Ohm
Load Resistance:	RL	75 Ohm



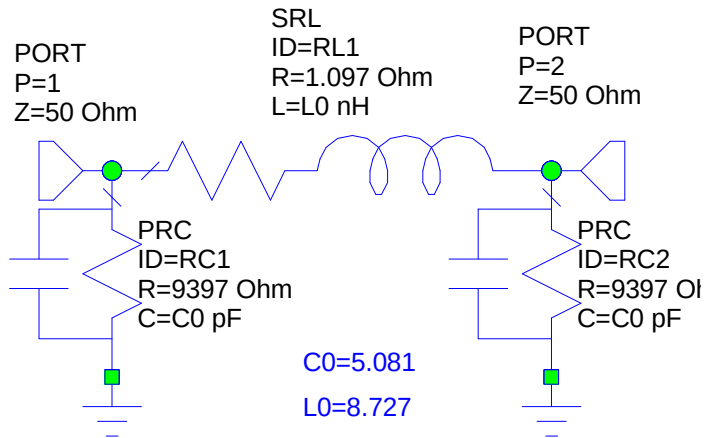


Пример

схеме **BS** фильтра из прототипа...



Утицај губитака на амплитудску карактеристику филтра



Y Wizard-y:

Element Loss

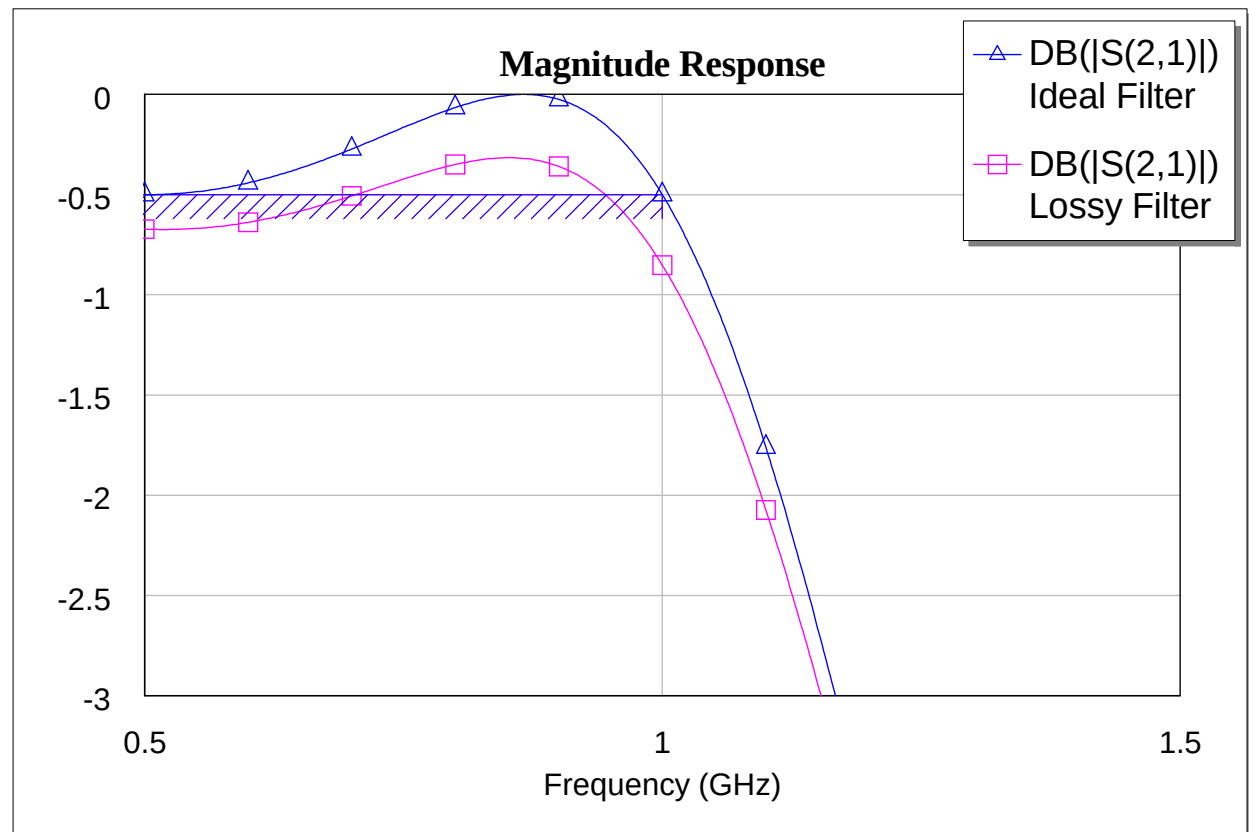
☒ Include Element Loss

Inductor Q:

Capacitor Q:

Resonator Q:

0 = Infinite Q

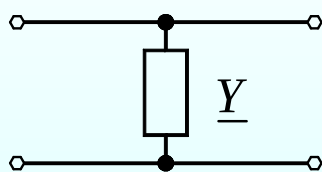




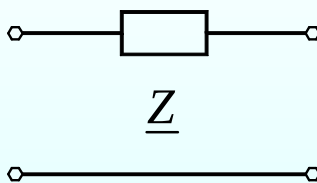
Реализација филтра помоћу каскада секција вода

- Да ли се секцијом вода може реализовати концентрисани елеменат?

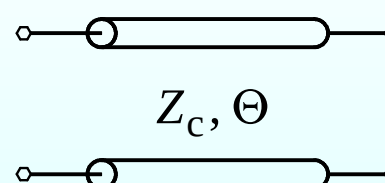
$$\mathbf{ABCD}_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y} & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{ABCD}_Z = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{ABCD}_\Theta = \begin{bmatrix} \cos \Theta & jZ_c \sin \Theta \\ jY_c \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$$



- За мало $\Theta_{[\text{rad}]}$ је $\mathbf{ABCD}_\Theta \approx \begin{bmatrix} 1 & jZ_c \Theta \\ jY_c \Theta & 1 \end{bmatrix}$
- Мало Z_c - паралелна капацитивна адмитанса
- Велико Z_c - редна индуктивна импеданса



Прорачун дужина секција водова

- Усвоји се $Z_{c,\min}$ и $Z_{c,\max}$ (микротрак. вод: 20 Ω , 100 Ω)
- Паралелни кондензатор:

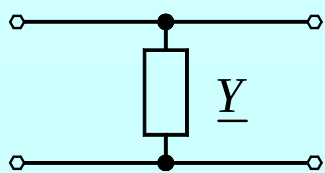
$$Z_c = Z_{c,\min} \quad \Theta_0 = C\omega_0 Z_{c,\min} = C_{\text{proto}} Z_{c,\min} / R_g$$

- Редни калем:

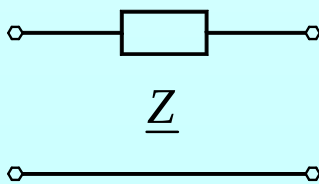
$$Z_c = Z_{c,\max} \quad \Theta_0 = L\omega_0 / Z_{c,\max} = L_{\text{proto}} R_g / Z_{c,\max}$$

Θ_0 је у радијанима!

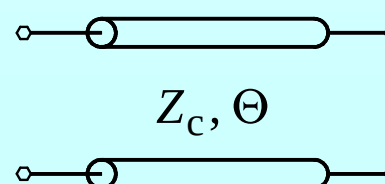
$$\mathbf{ABCD}_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y} & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{ABCD}_Z = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{ABCD}_\Theta = \begin{bmatrix} \cos \Theta & jZ_c \sin \Theta \\ jY_c \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$$





Stepped-impedance филтар

- "High-Z-low-Z" реализација
- Пропусник ниских учестаности (LP)
- Има умерену селективност
- Амплитудска карактеристика има паразитне пропусне опсеге



Пример

Прорачуна Stepped-impedance филтра

- Максимално равна карактеристика, LP,

$$F_p = 2,5 \text{ GHz}, \quad A_p = 3 \text{ dB}, \quad F_s = 4 \text{ GHz}, \quad A_s = 20 \text{ dB},$$

$$R_g = R_p = Z_0 = 50 \, \Omega, \quad Z_{c,\min} = 20 \, \Omega, \quad Z_{c,\max} = 120 \, \Omega$$

- Прорачун (први елемент кондензатор):

$$A_{\text{dB}}(f) = 10 \log_{10} (1 + (f/F_{3\text{dB}})^{2n})$$

$$A_{\text{dB}}(F_s) \geq A_s \Rightarrow n \geq 5$$

$$g_0 = 1, g_1 = 0,618034, g_2 = 1,61803, g_3 = 2, g_4 = 1,61803, g_5 = 0,618034, g_6 = 1$$

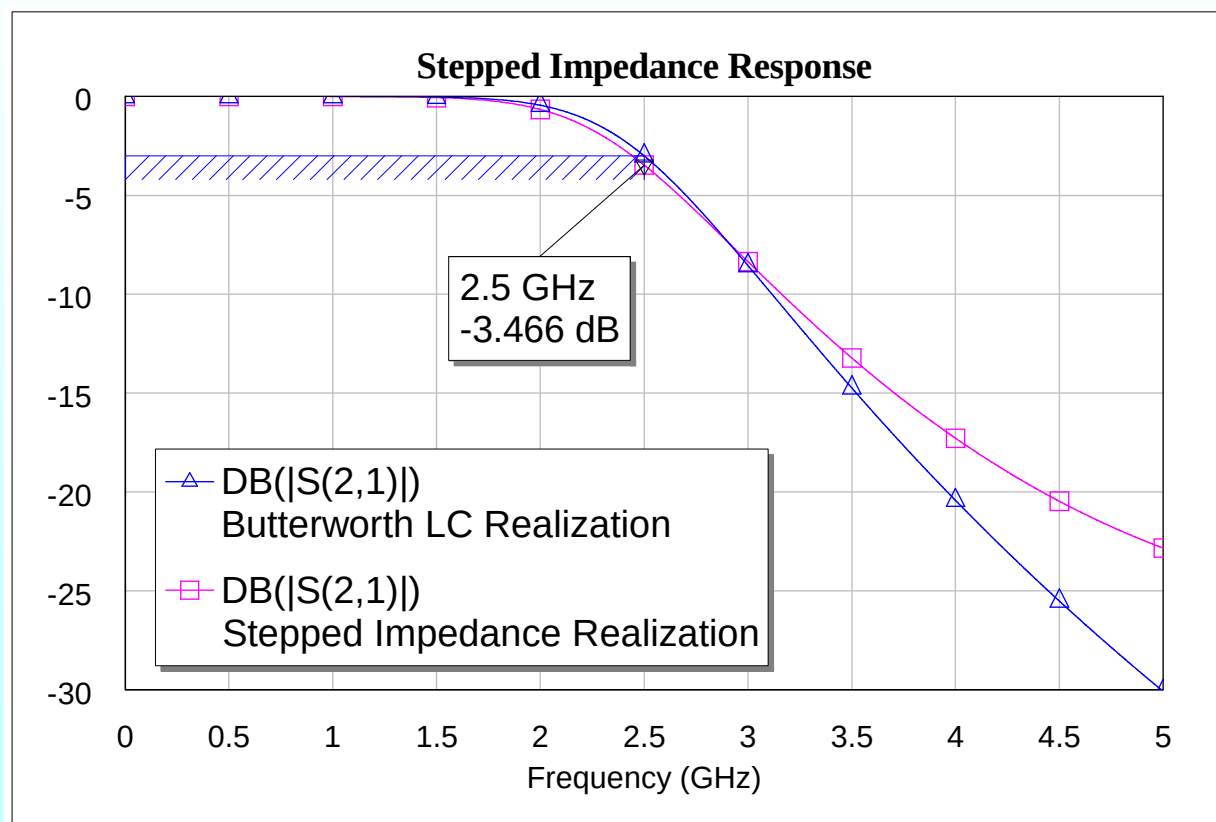
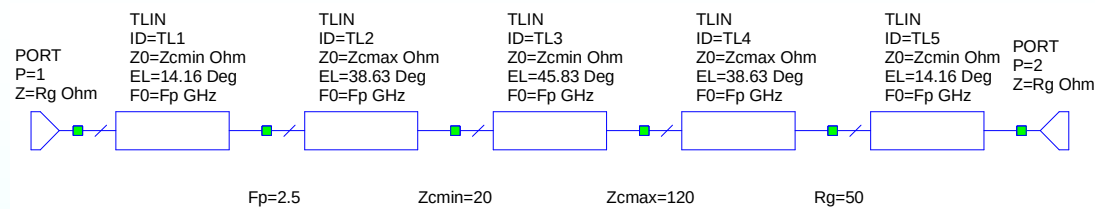
$$\Theta_{01} = 14,16^\circ, \Theta_{02} = 38,63^\circ, \Theta_{03} = 45,84^\circ, \Theta_{04} = 38,63^\circ, \Theta_{05} = 14,16^\circ$$



Пример

Прорачуна Stepped-impedance филтра...

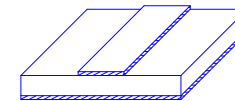
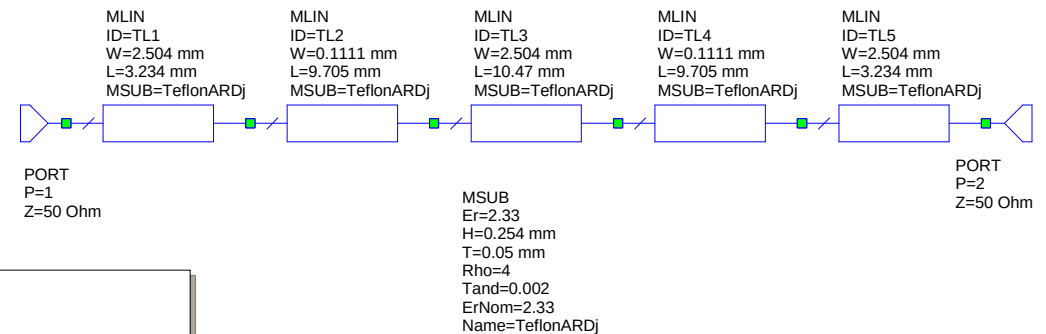
Шема са идеалним водовима



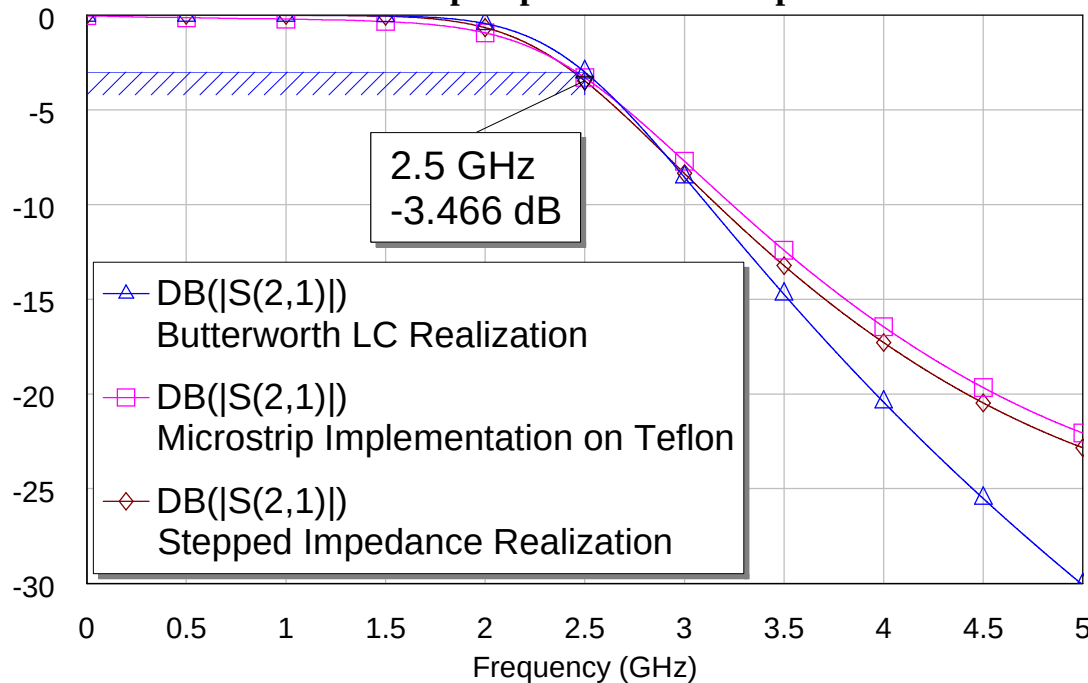
Пример

Прорачуна Stepped-impedance филтра...

Реализација у микротракастој техници на тефлону



Microstrip Implementation Response

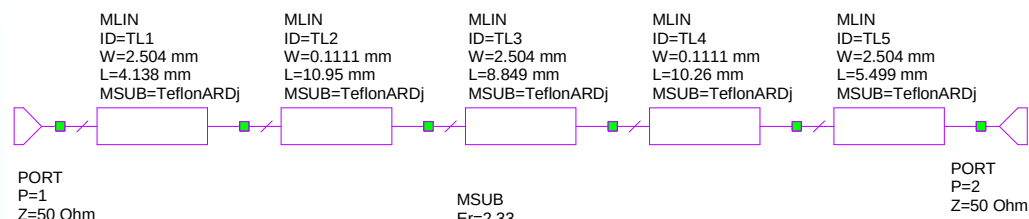




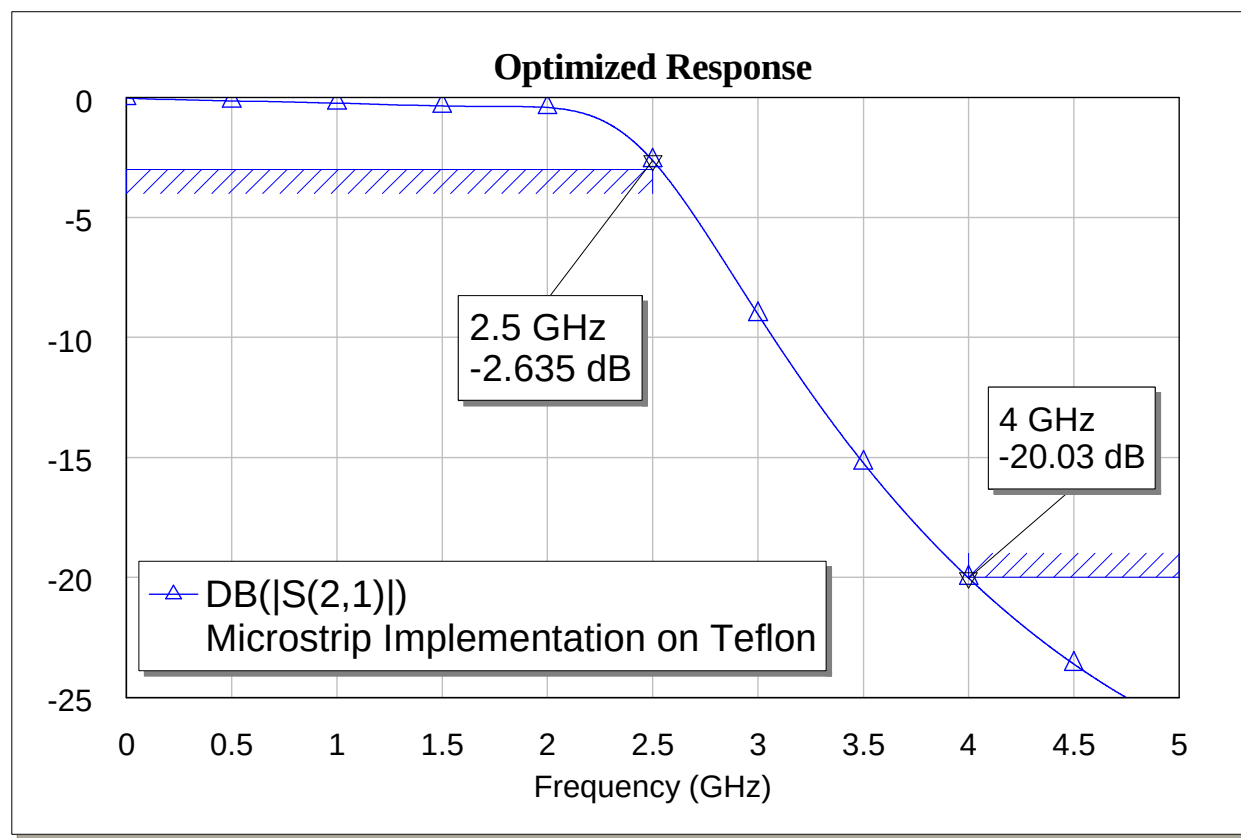
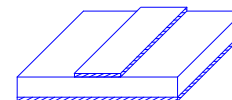
Пример

Прорачуна Stepped-impedance филтра...

Оптимизована микротракаста реализација и *layout*



MSUB
Er=2.33
H=0.254 mm
T=0.05 mm
Rho=4
Tand=0.002
ErNom=2.33
Name=TeflonARDj

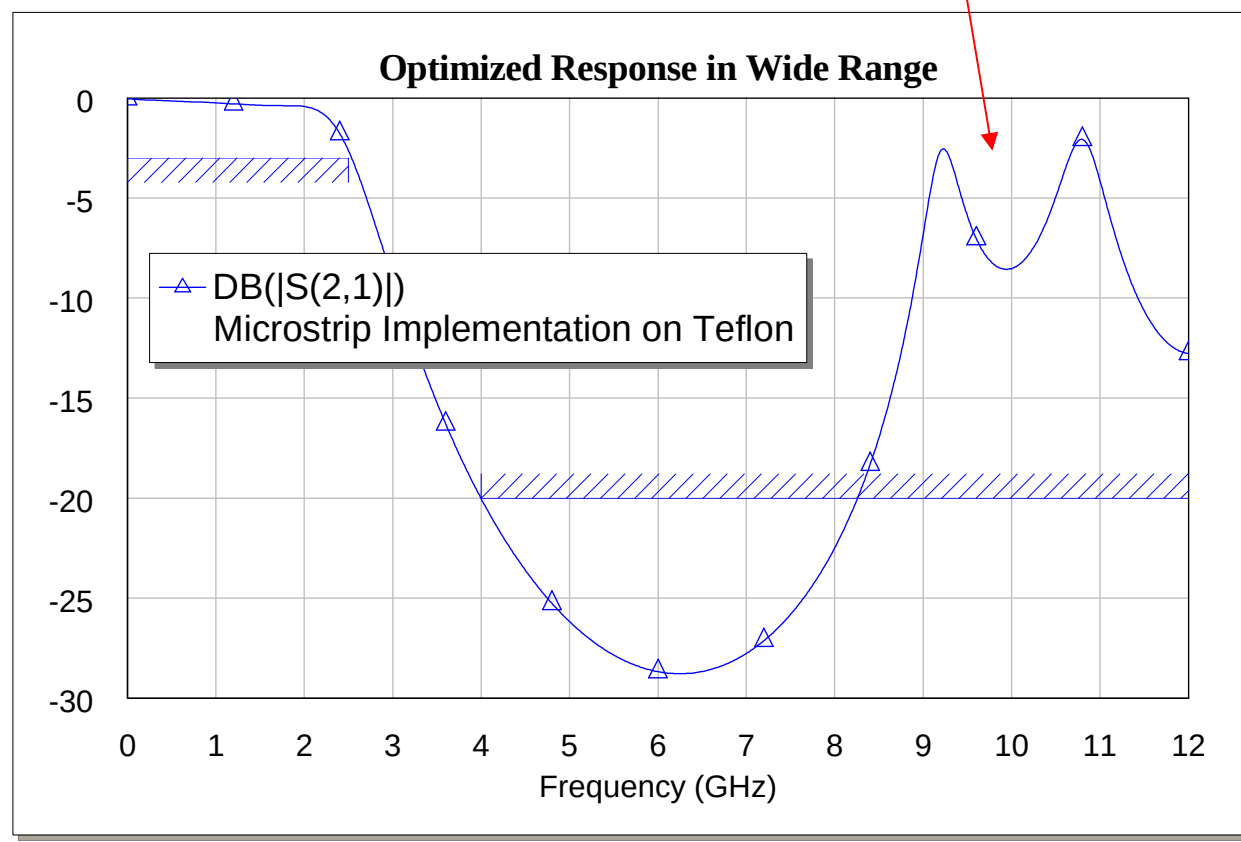




Пример

Прорачуна Stepped-impedance филтра...

Паразитни пропусни опсези



Како их можемо потиснути???

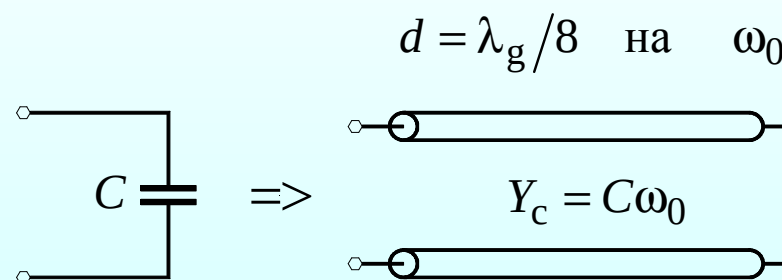
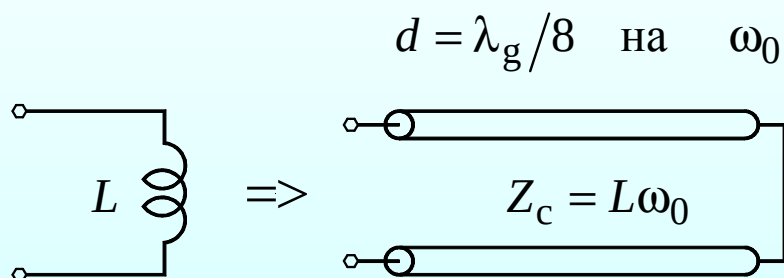


Ричардсова трансформација

- Замена калемова и кондензатора к.с. и отв. огранцима исте дужине ($d = \lambda_g / 8$)

$$Z_c = L\omega_0 = R_g L_{\text{proto}}$$

$$Y_c = C\omega_0 = C_{\text{proto}} / R_g$$



- Реализација "*commensurate line*", "*all-stub*"

commensurate (eng.) = сразмеран

Пример



Ричардсове трансформације **LP** филтра

- Батервортов LP филтар (први елемент калем),

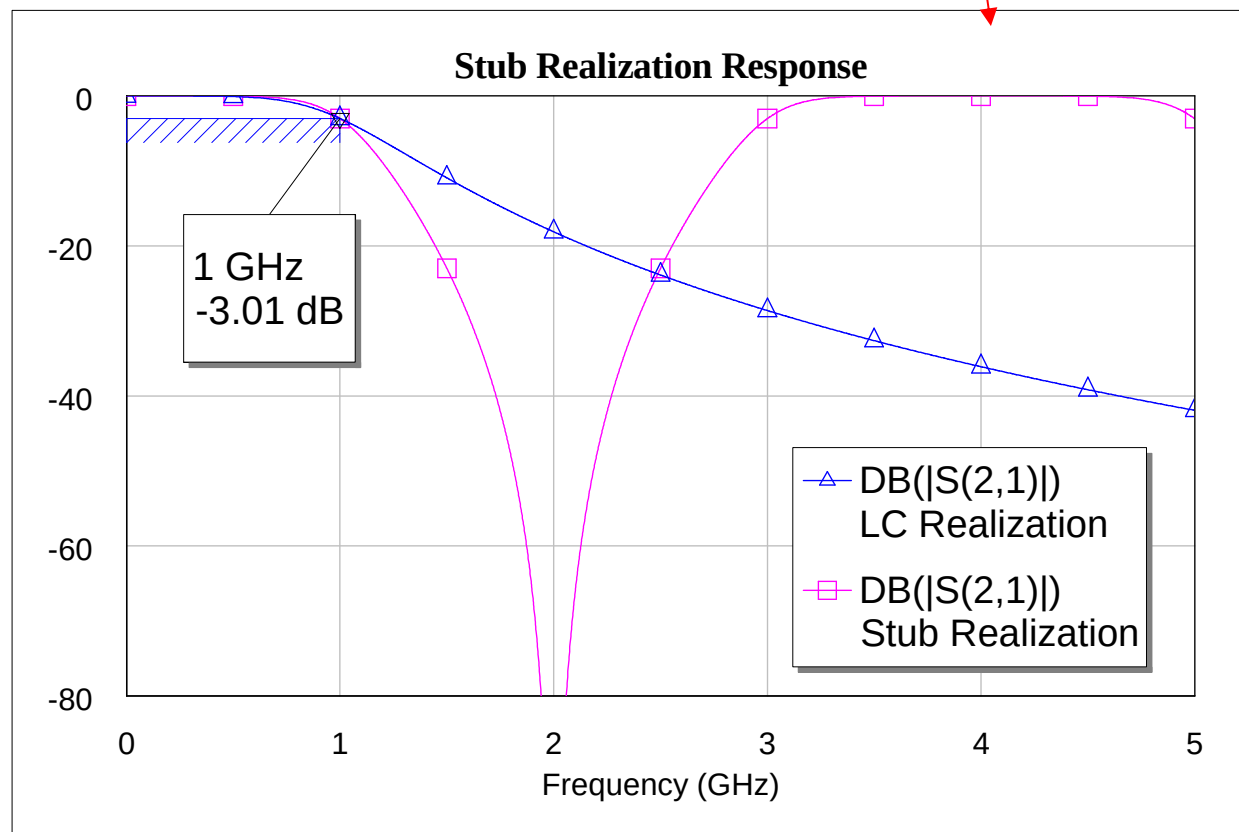
$$n = 3, \quad F_p = 1 \text{ GHz}, \quad A_p = 3 \text{ dB}, \quad Z_0 = 50 \, \Omega$$

- Резултат:

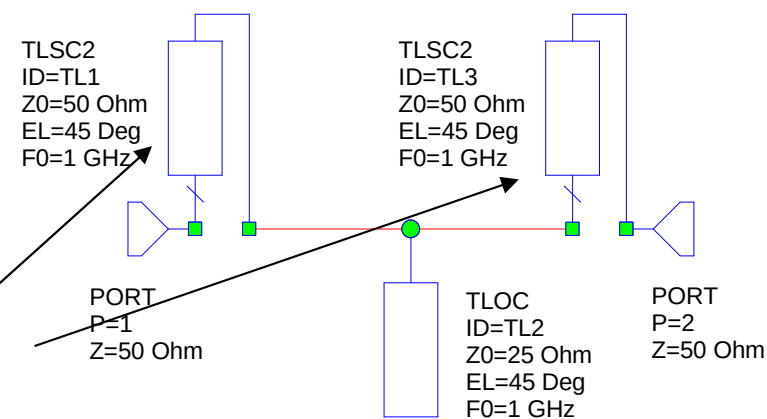
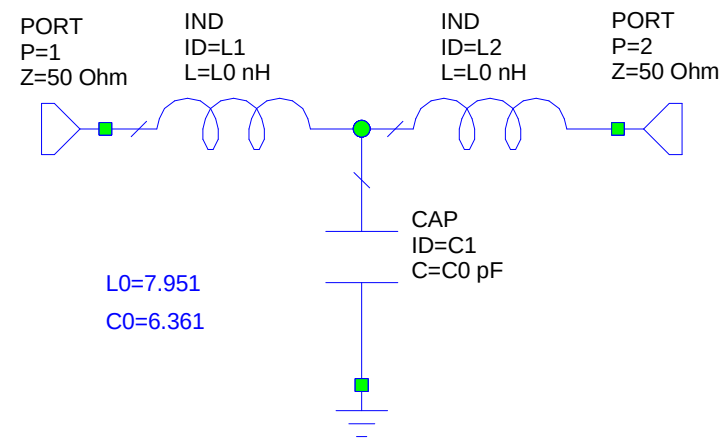
$$g_{0,1,2,3,4} = 1; 1; 2; 1; 1, \quad Z_{c1,2,3} = 50; 25; 50 \, \Omega$$

Пример

Ричардсове трансформације LP филтра...

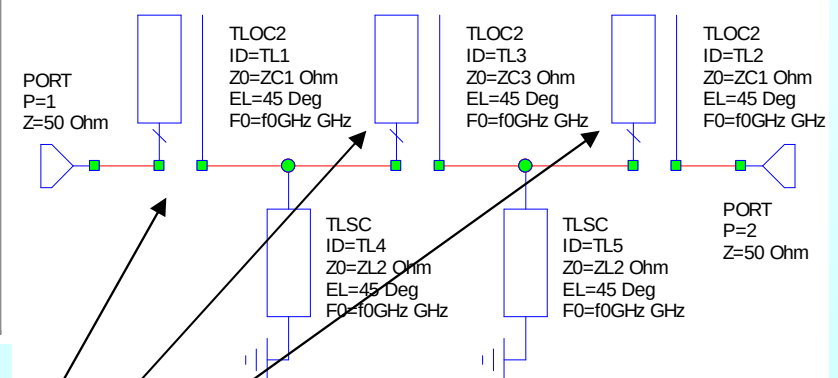
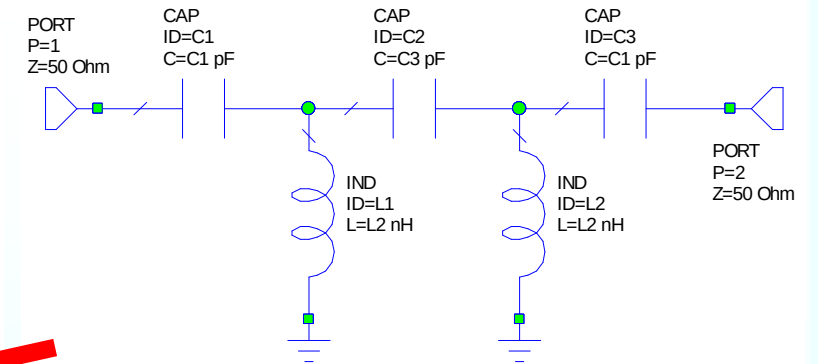
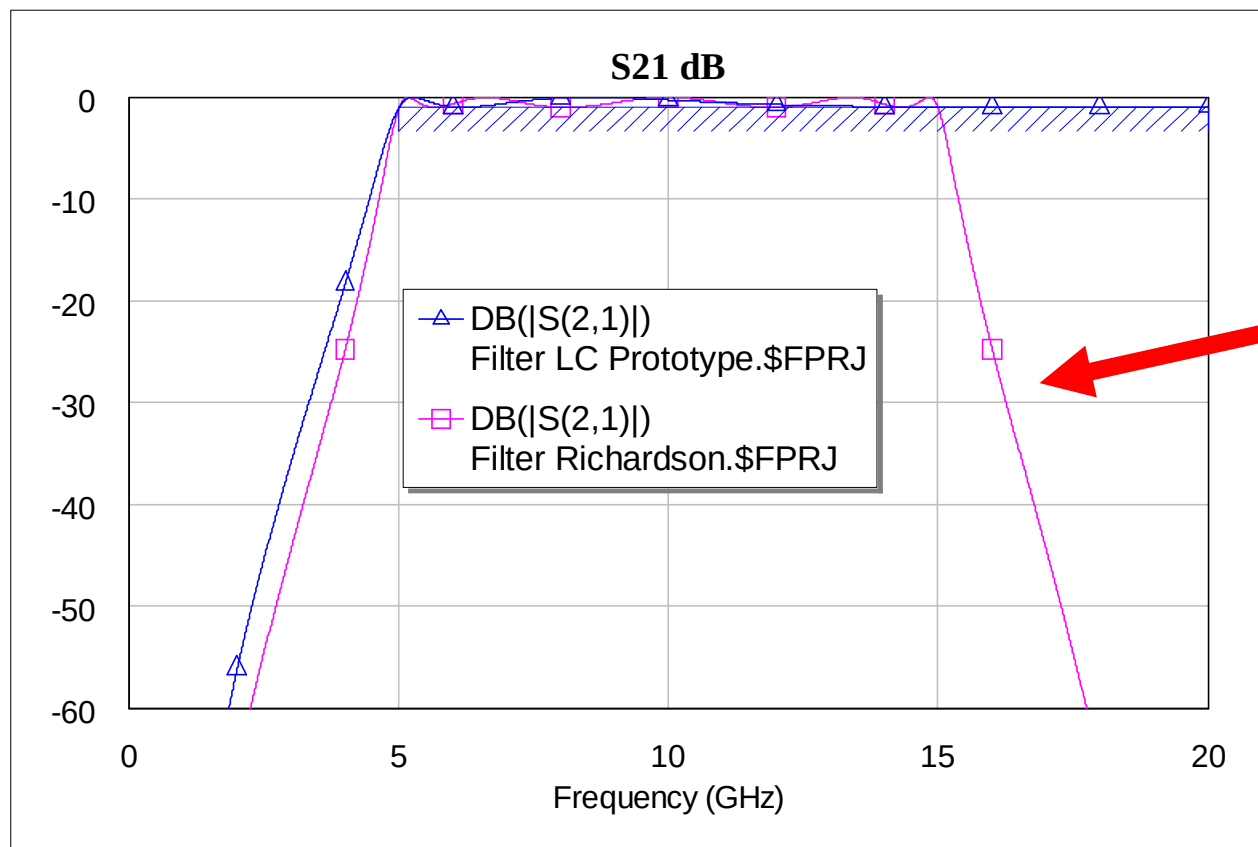


Неподесно за микротракасту имплементацију



Пример

Ричардсове трансформације **НР** филтра



Неподесно за микротракасту
имплементацију



Куродини идентитети

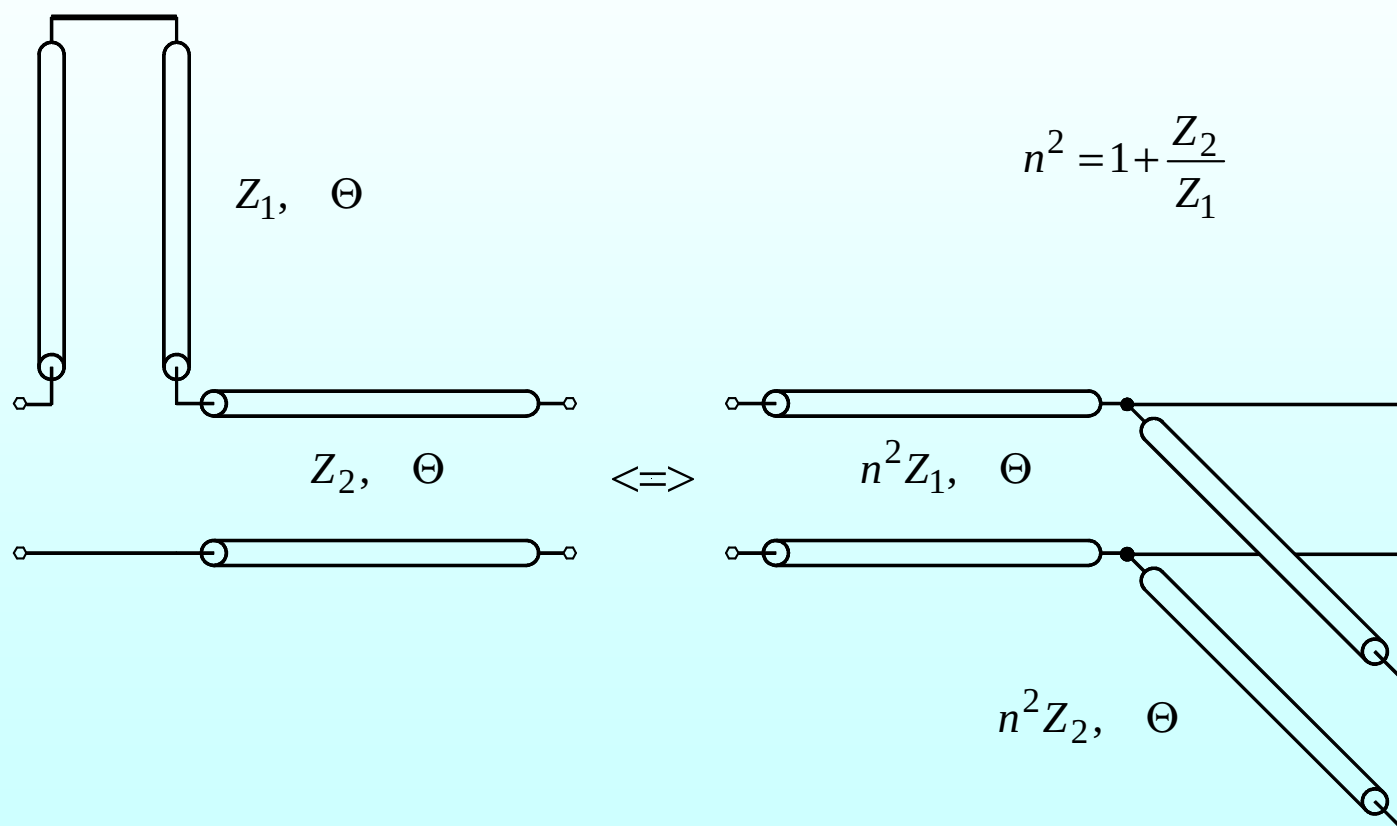
- Заменске (еквивалентне) шеме
- Преуређивање шема добијених Ричардсовом трансформацијом у
 - шеме са огранцима нпр. само у **паралелним гранама**, што је
 - погодно за **микротракасту** реализацију
- Редни огранци се трансфигуришу у паралелне
- Куродини идентитети важе за све учестаности!



Куродини идентитети...

Два најзначајнија идентитета:

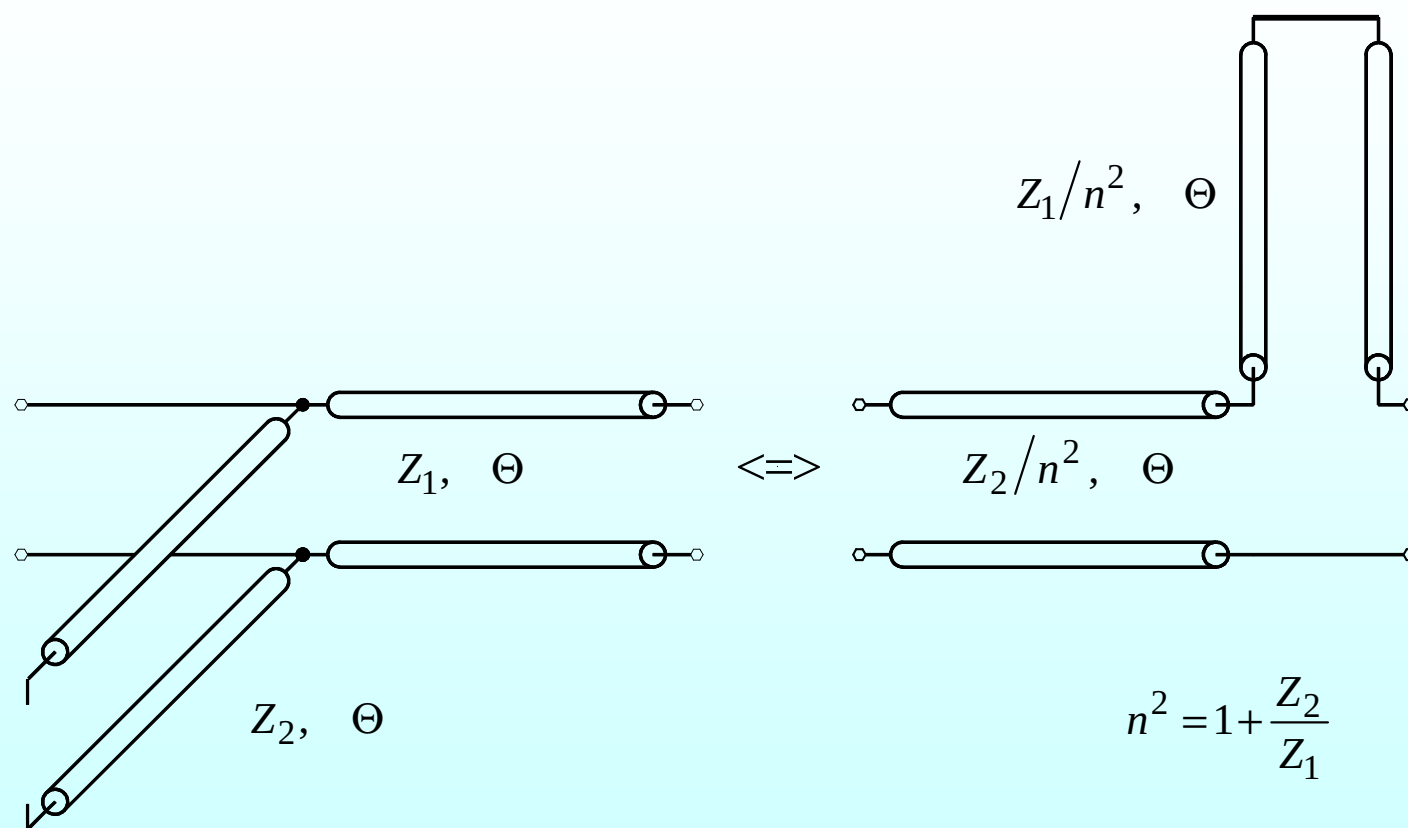
редни к.с. огранак $\rightarrow$ паралелни отв.





Куродини идентитети...

паралелни отв. огранак $\rightarrow$ редни к.с.



Може се извести из претходног идентитета



Куродини идентитети...

- Примењује се и став да се модули s -параметара не мењају ако се приступ продужи секцијом идеалног вода $Z_c = Z_0$
- Секција вода дужине $d = \lambda_g / 8, \lambda_g / 4$ или произвољне дужине* назива се јединични елемент

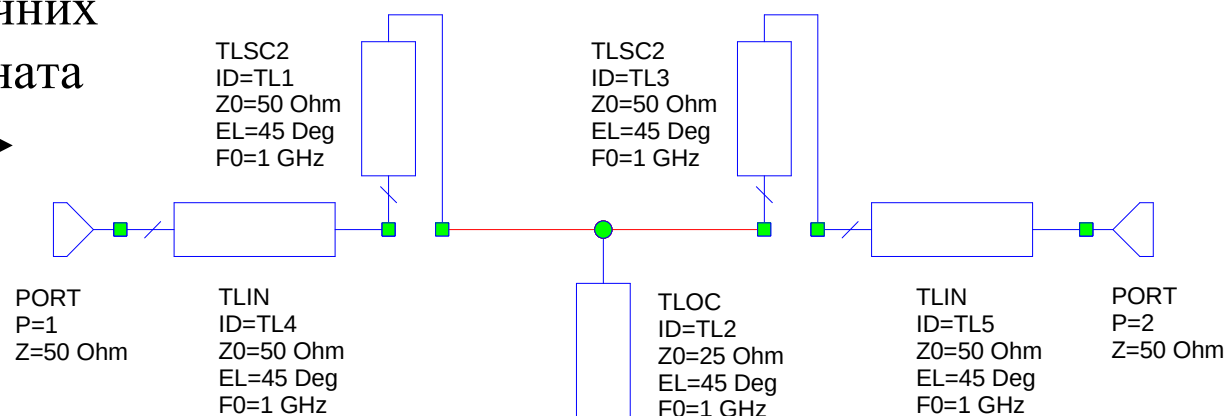
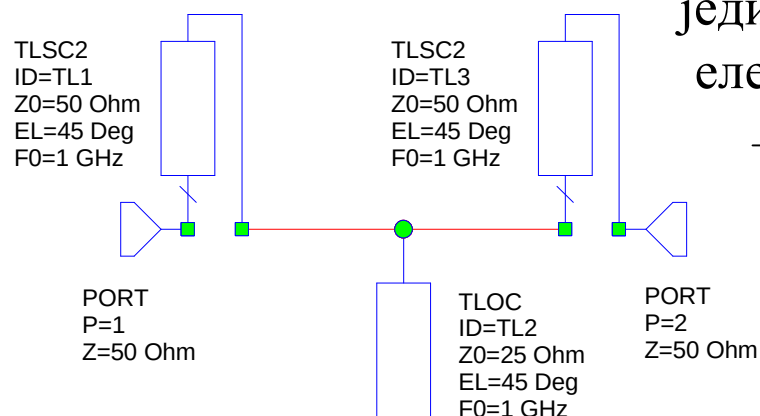
* Аутори на различите начине дефинишу јединични елемент

Пример

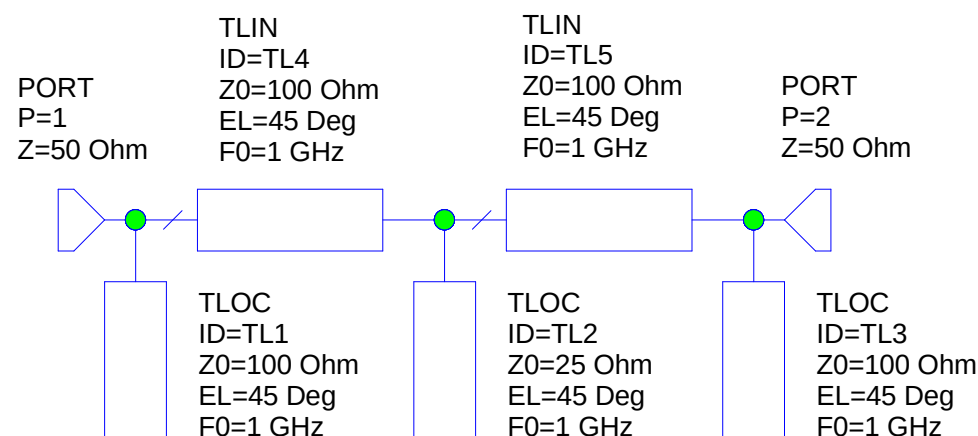
трансфигурације **LP** филтра Куродиним идентитетима



додавање
јединичних
елемената



примена Куродиних
идентитета



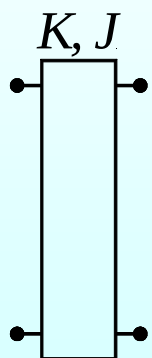
А како се реализује за
већи број елемената у
лествици?





Импедансни и адмитансни инвертори

- За трансформацију ВР и ВS филтара тако да LC осцилаторна кола буду само у паралелним или само у редним гранама
- Инвертор имитансе (импедансе/адмитансе)



$$\mathbf{ABCD}_{\text{invertora}} = \begin{bmatrix} 0 & jK \\ j/K & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & j/J \\ jJ & 0 \end{bmatrix}$$

импедансни

адмитансни

$$\underline{Z}_{ul} = K^2 \underline{Y}_p \quad \underline{Y}_{ul} = J^2 \underline{Z}_p$$

- Код идеалног инвертора K и J су константе (независне од учестаности)



Реализација инвертора

- Четвртталасни трансформатор је инвертор

имитансе: $K = Z_c$, $J = Y_c$

$$\mathbf{ABCD}_{\text{секције вода}} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & jZ_c \sin \Theta \\ jY_c \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \pi/2$$

$$\underline{Z}_{ul} = Z_c^2 \underline{Y}_p = K^2 \underline{Y}_p, \quad \text{импедансни}$$

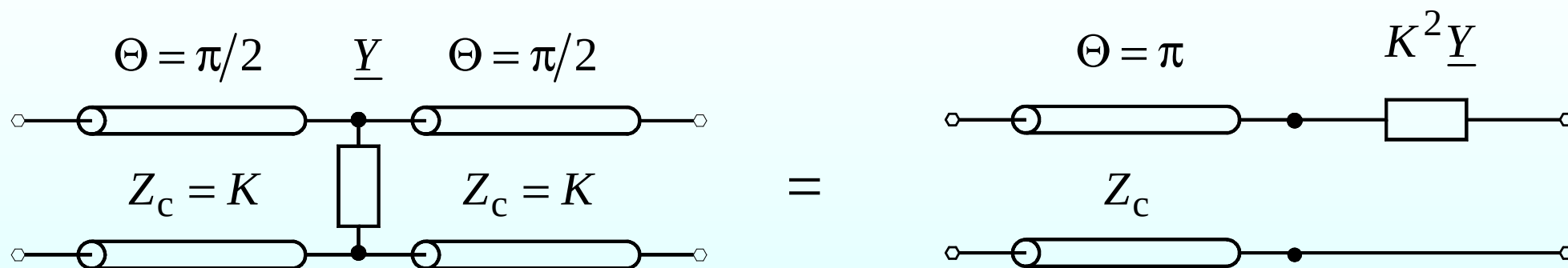
$$\underline{Y}_{ul} = Y_c^2 \underline{Z}_p = J^2 \underline{Z}_p, \quad \text{адмитансни}$$

- Својство инверзије важи строго само на једној учестаности (f_0)
- Могуће су реализације и са калемовима, кондензаторима и водовима негативних L, C и Θ , такође само на једној учестаности



Пар инвертора

1. За трансформацију паралелне импедансе у редну – пар импедансних инвертора



$$\mathbf{ABCD} = \begin{bmatrix} -1 & -K^2 \underline{Y} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{ABCD} = \begin{bmatrix} -1 & -\underline{Z} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

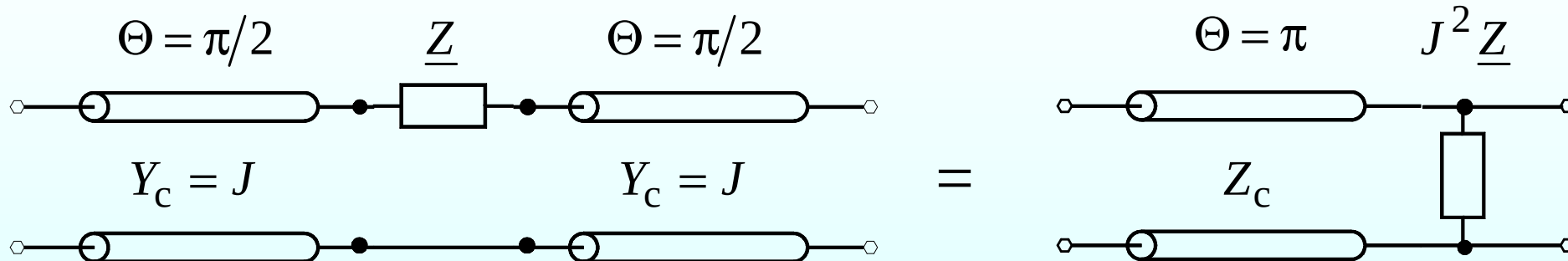
Полуталасни вод служи само за корекцију знака (тј. фазе) и у пракси се изоставља

$$\underline{Z} = K^2 \underline{Y}$$



Пар инвертора...

2. За трансформацију редне импедансе у паралелну – пар адмитансних инвертора



$$\mathbf{ABCD} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -J^2 \underline{Z} & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{ABCD} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -\underline{Y} & -1 \end{bmatrix}$$

Полуталасни вод служи само за корекцију знака (тј. фазе) и у пракси се изоставља

$$\underline{Y} = J^2 \underline{Z}$$



Пример

Трансформације помоћу инвертора (1)

- Паралелна адмитанса у виду паралелног LC кола трансформише се у редну импедансу у виду редног LC кола

$$\underline{Y}_{\text{par}} = j\omega C_{\text{par}} + 1/(j\omega L_{\text{par}})$$

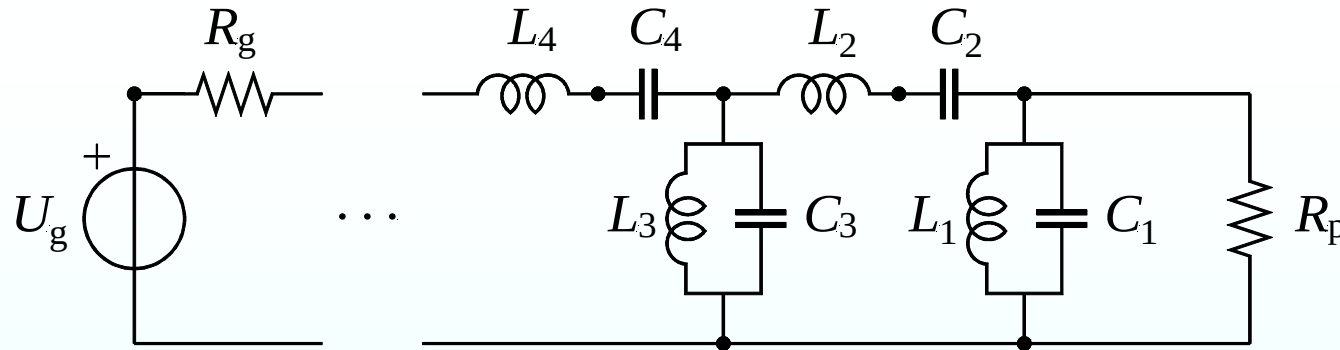
$$\underline{Z}_{\text{red,eq}} = K^2 \underline{Y}_{\text{par}} = j\omega L_{\text{red,eq}} + 1/(j\omega C_{\text{red,eq}})$$

$$L_{\text{red,eq}} = K^2 C_{\text{par}} \quad C_{\text{red,eq}} = L_{\text{par}} / K^2$$

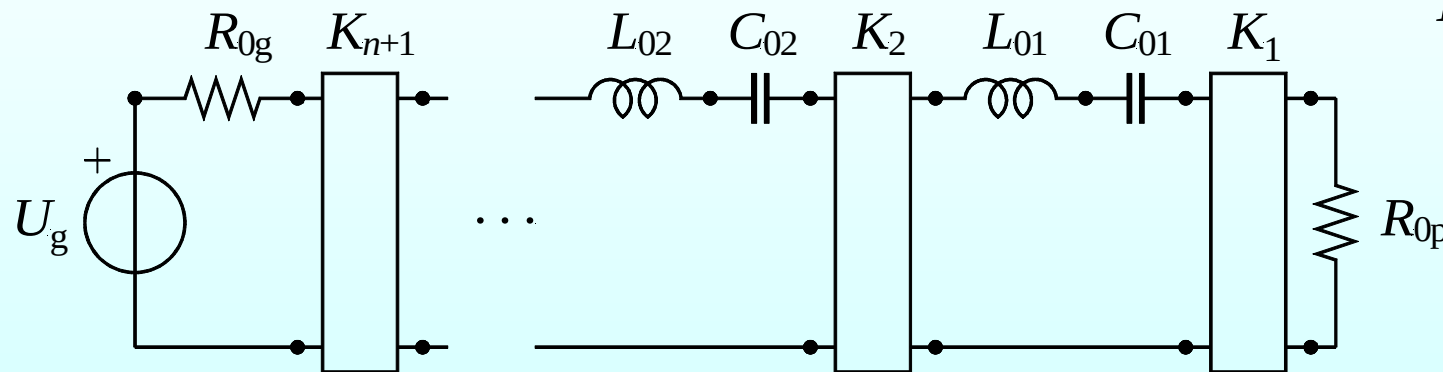
- Подешавање избором K :
може се подесити нпр. $|\underline{Z}|_{\text{red,eq}} \quad L_{\text{red,eq}} \quad C_{\text{red,eq}}$

Пример

Трансформације помоћу инвертора (1)...



$$L_k C_k = L_{0k} C_{0k} = \text{const}$$



- Могу се изабрати нови R_p, R_g, L_k
- За идеалне инверторе еквиваленција је потпуна (на свим учестаностима)

Пример

Трансформације помоћу инвертора (1)...

Прорачун:

$$K_1 = \sqrt{\frac{L_{01} R_{0p}}{C_1 R_p}}$$

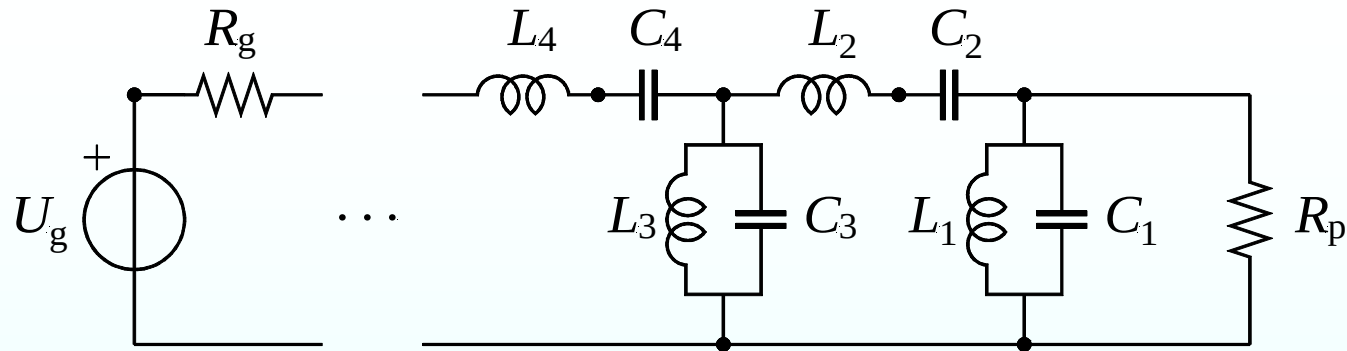
$$K_k = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_{0k} L_{0k-1}}{L_k C_{k-1}}}, & k = 2, 4, 6, \dots \\ \sqrt{\frac{L_{0k} L_{0k-1}}{C_k L_{k-1}}}, & k = 3, 5, 7, \dots \end{cases}$$

$$K_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_{0n} R_{0g}}{C_n R_g}}, & n \text{ neparno} \\ \sqrt{\frac{L_{0n} R_{0g} R_g}{L_n}}, & n \text{ parno} \end{cases}$$

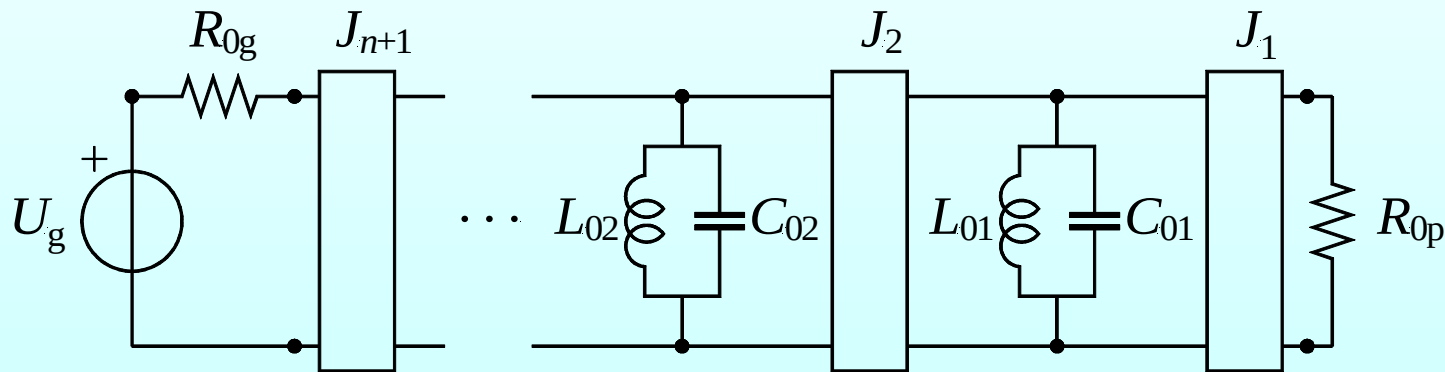


Пример

Трансформације помоћу инвертора (2)



$$L_k C_k = L_{0k} C_{0k} = \text{const}$$



Пример

Трансформације помоћу инвертора (2)...



Прорачун:

$$J_1 = \sqrt{\frac{C_{01}}{C_1 R_{0p} R_p}}$$

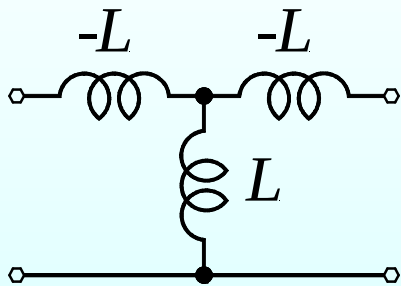
$$J_k = \begin{cases} \sqrt{\frac{C_{0k} C_{0k-1}}{L_k C_{k-1}}}, & k = 2, 4, 6, \dots \\ \sqrt{\frac{C_{0k} C_{0k-1}}{C_k L_{k-1}}}, & k = 3, 5, 7, \dots \end{cases}$$

$$J_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{C_{0n}}{C_n R_{0g} R_g}}, & n \text{ neparno} \\ \sqrt{\frac{C_{0n} R_g}{L_n R_{0g}}}, & n \text{ parno} \end{cases}$$

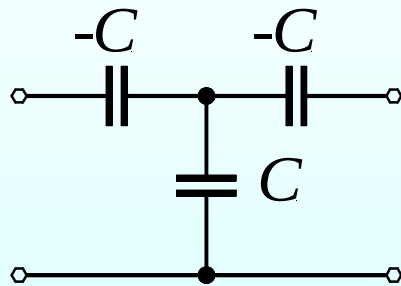


Инвертори са концентрисаним елементима

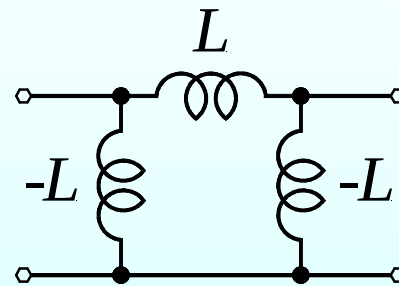
$$\begin{bmatrix} 0 & -j\omega L \\ \frac{-j}{\omega L} & 0 \end{bmatrix}$$



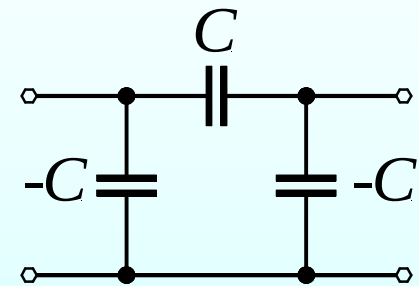
$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{j}{\omega C} \\ j\omega C & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & j\omega L \\ \frac{j}{\omega L} & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{-j}{\omega C} \\ -j\omega C & 0 \end{bmatrix}$$

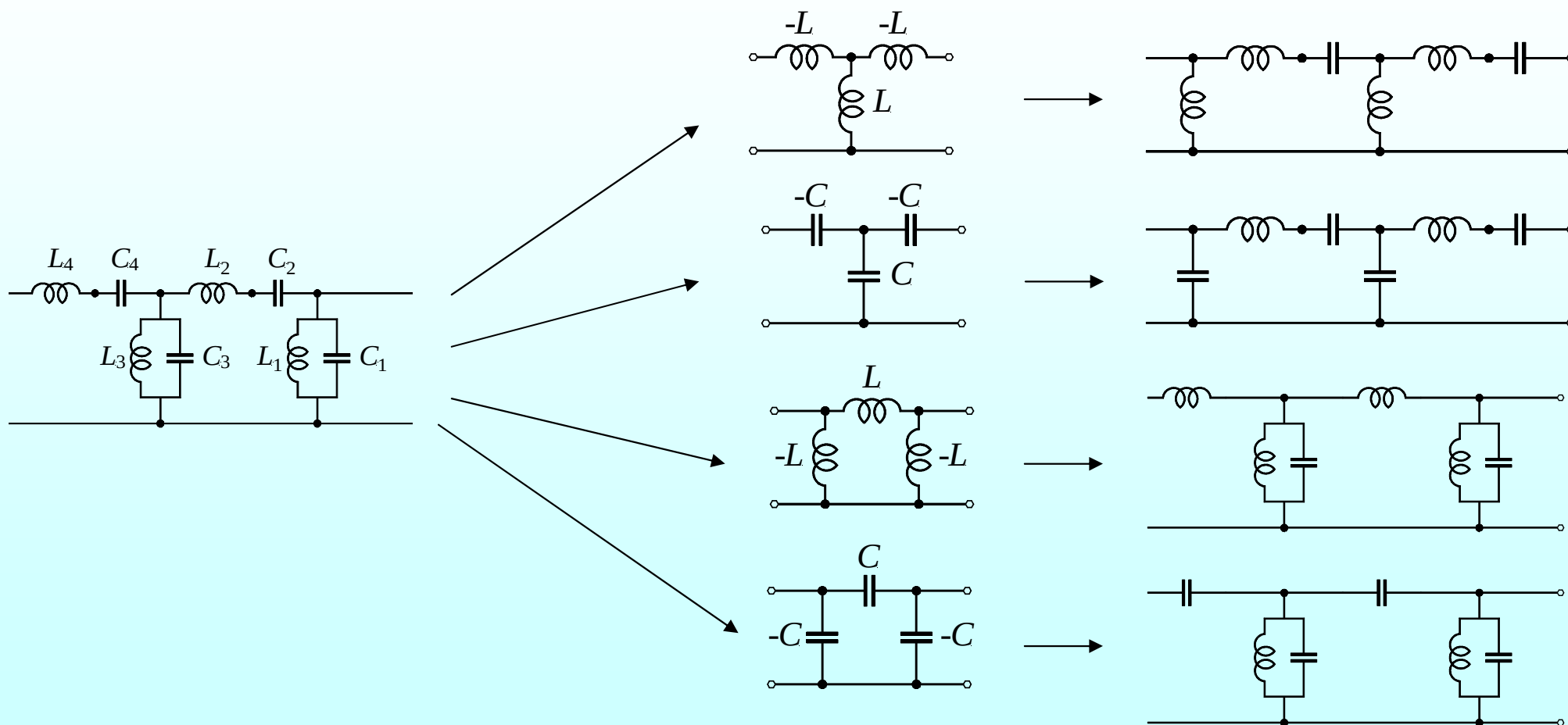


Сви негативни параметри елемената инвертора, у комбинацији са позитивним параметрима суседних резонатора трансфигуришу се у елементе позитивних параметара

Инвертори са концентрисаним елементима...



Реализације ВР филтра са реактивно спрегнутим
резонаторима





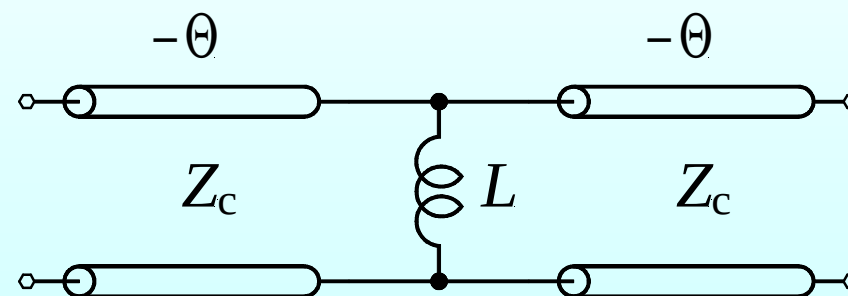
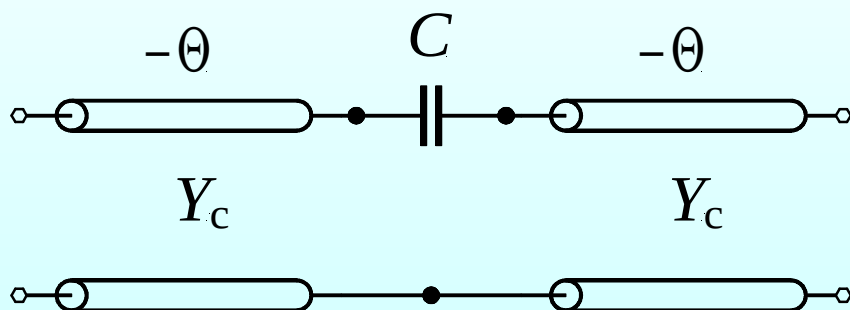
Инвертори са секцијама водова негативне дужине

$$\mathbf{ABCD}_{C\Theta} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-j}{Y_c \tan \Theta} \\ -jY_c \tan \Theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{ABCD}_{L\Theta} = \begin{bmatrix} 0 & -jZ_c \tan \Theta \\ \frac{-j}{Z_c \tan \Theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = Y_c \frac{\tan(2\Theta)}{2\omega} \quad J = Y_c \tan \Theta$$

$$L = Z_c \frac{\tan(2\Theta)}{2\omega} \quad K = Z_c \tan \Theta$$

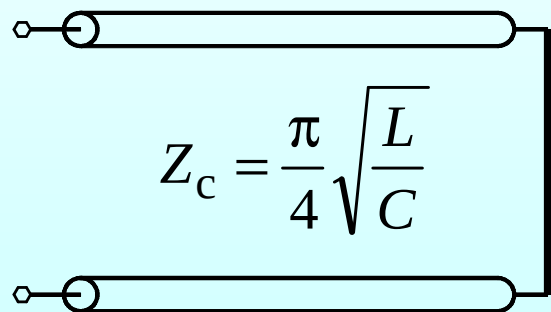


Сви негативни параметри елемената инвертора, у комбинацији са позитивним параметрима суседних резонатора трансфигуришу се у елементе позитивних параметара

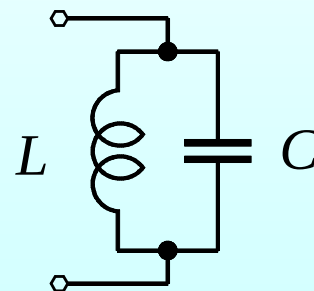
Четвртталасни и полуталасни резонатори (у техници водова) као делови филтра



- Редна (резонантна) и паралелна (антирезонантна) осцилаторна кола могу се заменити одговарајућим резонаторима у виду кратко спојених и отворених ВОДОВА
- Четвртталасни кратко спојени резонатор:**



$$Z_c = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{L}{C}}$$



$$\Theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\underline{Y}_{k.s.} = \frac{1}{jZ_c \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}\right)} \approx j \frac{\pi}{2Z_c \omega_0} (\omega - \omega_0)$$

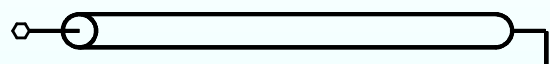
$$\underline{Y}_{LC} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \Big|_{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \approx j2C(\omega - \omega_0)$$



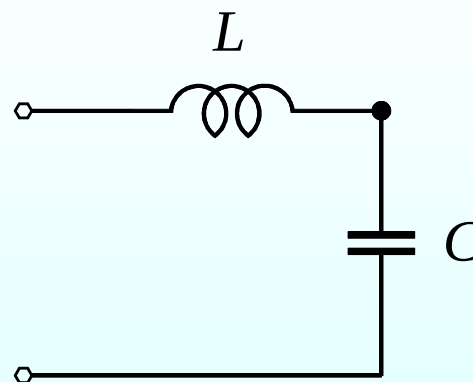
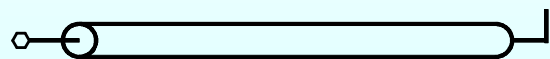


Четвртталасни отворени резонатор

$$\Theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$Y_c = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{C}{L}}$$



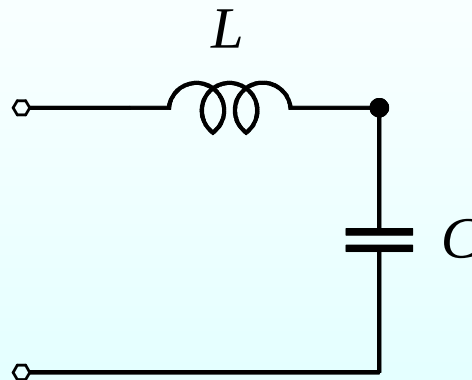
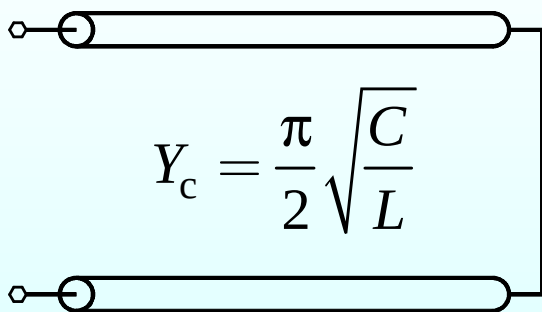
$$\underline{Z}_{\text{отв.}} = \frac{1}{jY_c \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0}\right)} \approx j \frac{\pi}{2Y_c \omega_0} (\omega - \omega_0)$$

$$\underline{Z}_{LC} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \bigg|_{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \approx j2L(\omega - \omega_0)$$



Полуталасни кратко спојени резонатор

$$\Theta_0 = \pi, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



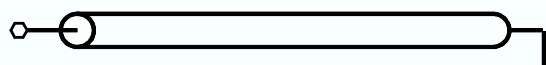
$$\underline{Z}_{k.s.} = jZ_c \tan\left(\pi \frac{\omega}{\omega_0}\right) \approx j \frac{\pi Z_c}{\omega_0} (\omega - \omega_0)$$

$$\underline{Z}_{LC} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \bigg|_{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \approx j2L(\omega - \omega_0)$$

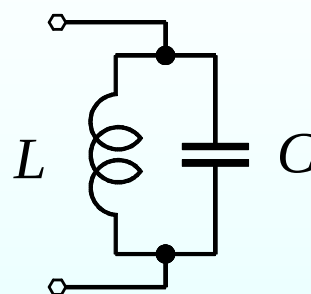
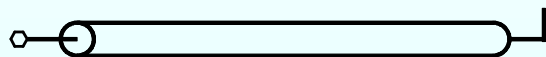


Полуталасни отворени резонатор

$$\Theta_0 = \pi, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$Z_c = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$



$$\underline{Y}_{\text{otv.}} = jY_c \tan\left(\pi \frac{\omega}{\omega_0}\right) \approx j \frac{\pi Y_c}{\omega_0} (\omega - \omega_0) \quad \underline{Y}_{LC} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \Big|_{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \approx j2C(\omega - \omega_0)$$

Могуће су и реализације у таласоводној техници