где је  $S_{rad}$  коефицијент пропорционалности који се назива радарском површином (моностатичким попречним пресеком) циља. Ова површина зависи од облика и оријентације циља, материјала од кога је циљ начињен, као и од учестаности<sup>106</sup>.

Иста радарска антена која је емитовала инцидентни талас, сада се понаша као пријемна и део енергије расејаног електромагнетског таласа приводи радарском пријемнику. Снага прилагођеног пријемника се може израчунати из једначина (57)-(59) и (62). Однос те снаге и снаге емитованог импулса је

$$\frac{P_{\rm p}}{P_0} = \frac{\lambda^2 G^2 S_{\rm rad}}{64\pi^3 r^4}.$$
(63)

Пријемник одређује одстојање циља на основу времена кашњења од тренутка емитовања импулса до тренутка пријема расејаног таласа. Правац у коме се налази циљ је у просторном углу главног листа дијаграма зрачења антене.

Минимална потребна снага пријемника (*P*<sub>p</sub>) одређена је нивоом шумова. Знајући ту снагу, из једначине (63) се може израчунати максимално растојање циља при коме се циљ још увек може открити. То максимално растојање назива се радарским дометом.

## 8.6. Антенски низови

У циљу повећавања усмерености дијаграма зрачења, често се праве антенски низови. Антенски низ је систем од неколико идентичних или врло сличних антена које су постројене дуж праве линије (колинеаран низ), круга (циркуларан низ), по равној површи (планаран низ) итд. Правилним подешавањем ефективних вредности и фаза струја којима се напајају појединачне антене (елементи антенског низа) може се постићи усмеравање резултујућег дијаграма зрачења у жељеном правцу, потискивање бочних листова у дијаграму зрачења или потискивање сигнала сметњи који долази из неког правца (формирањем нуле у дијаграму зрачења за тај правац). Код неких низова, дијаграм зрачења се може мењати електронским путем (електронско скенирање). То се постиже подешавањем струја напајања, рецимо, променљивим померачима фазе. Електронско скенирање је брже од механичког скенирања (уобичајеног код класичних радарских антена), али тешко може покрити велики просторни угао.

Анализираћемо само колинеаран низ, приказан на слици 12. Низ се састоји од N идентичних антена, транслаторно померених једна у односу на другу дуж осе низа (l). Растојање између сваке две суседне антена је исто (d). Све антене се напајају струјама истих ефективних вредности  $(I_0)$ , али различитих фаза. Струја напајања сваке антене у низу фазно предњачи струји претходне антене за  $\delta$ : струје напајања антена су, редом,  $\underline{I}_1 = \underline{I}_0$ ,  $\underline{I}_2 = \underline{I}_0 e^{j\delta}$ , ...,  $\underline{I}_N = \underline{I}_0 e^{j(N-1)\delta}$ . Описани низ се назива униформним колинеарним низом.

<sup>106</sup> У обзир треба узети и поларизацију поља.



Слика 12. Униформан колинеаран антенски низ.

Задатак је да одредимо резултујуће поље у зони зрачења антенског низа, у произвољном правцу (у далекој тачки *P*). Увешћемо апроксимацију да је расподела струје сваке антене иста када је она усамљена као када се налази у посматраном низу. Тада се резултујуће поље може добити суперпозицијом поља појединачних антена, при чему поље сваке антене одређујемо као да је она усамљена. С обзиром на то да су ефективне вредности струја напајања антена исте, да су антене оријентисане у простору на исти начин (на пример, ако су антене диполи, сви диполи су паралелни), а да су тачке у зони зрачења далеко од антена, поља антена у произвољној тачки међусобно се разликују само по фази. Та разлика фаза потиче од различитих фаза струја напајања антена и од различитих пређених путева таласа. У правцу који са осом низа заклапа угао  $\psi$  (слика 12), разлика пређених путева таласа који долазе од две суседне антене одређује се као код електростатичког дипола са слике 2.4 и износи  $d \cos \psi$ . Стога је фазна разлика електричног поља (i+1)-ве и *i*-те антене је  $\Phi = \delta + \beta d \cos \psi$  (i = 1, ..., N-1).

Ако са  $\underline{\mathbf{E}}_1$  означимо електрично поље прве антене, онда је електрично поље друге антене  $\underline{\mathbf{E}}_2 = \underline{\mathbf{E}}_1 e^{j\Phi}$ , поље треће антене је  $\underline{\mathbf{E}}_3 = \underline{\mathbf{E}}_2 e^{j\Phi} = \underline{\mathbf{E}}_1 e^{j2\Phi}$ , и тако даље, док је поље последње антене у антенском низу  $\underline{\mathbf{E}}_N = \underline{\mathbf{E}}_1 e^{j(N-1)\Phi}$ . Резултантно електрично поље је

$$\underline{\mathbf{E}} = \underline{\mathbf{E}}_{1} + \underline{\mathbf{E}}_{2} + \dots + \underline{\mathbf{E}}_{N} = \underline{\mathbf{E}}_{1} \left( \mathbf{l} + e^{j\Phi} + \dots + e^{j(N-1)\Phi} \right) = \underline{\mathbf{E}}_{1} \frac{1 - e^{jN\Phi}}{1 - e^{j\Phi}}$$
$$= \underline{\mathbf{E}}_{1} \frac{e^{jN\Phi/2}}{e^{j\Phi/2}} \frac{e^{-jN\Phi/2} - e^{jN\Phi/2}}{e^{-j\Phi/2} - e^{j\Phi/2}} = \underline{\mathbf{E}}_{1} e^{j(N-1)\Phi/2} \frac{e^{jN\Phi/2} - e^{-jN\Phi/2}}{e^{j\Phi/2} - e^{-j\Phi/2}} = \underline{F}_{N} \underline{\mathbf{E}}_{1} , \qquad (64)$$

где је

$$\underline{F}_{N} = e^{j(N-1)\Phi/2} \frac{e^{jN\Phi/2} - e^{-jN\Phi/2}}{e^{j\Phi/2} - e^{-j\Phi/2}} = \frac{\sin\frac{N\Phi}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}} e^{j(N-1)\Phi/2}$$
(65)

карактеристична функција зрачења низа. Интензитет резултантног електричног поља низа је

$$|\underline{\mathbf{E}}| = |\underline{\mathbf{E}}_1| \left| \frac{\sin \frac{N\Phi}{2}}{\sin \frac{\Phi}{2}} \right|.$$

Дијаграм зрачења једне антене у низу одређен је њеном карактеристичном функцијом зрачења ( $\underline{\mathbf{F}}$ ). Дијаграм зрачења антенског низа добија се множењем карактеристичне функције зрачења једне антене карактеристичном функцијом зрачења

низа. Модул карактеристичне функције зрачења низа,  $|\underline{F}_N| = \left| \frac{\sin \frac{N\Phi}{2}}{\sin \frac{\Phi}{2}} \right|$ , има максимум за

 $\Phi = 0$ , односно за правце у којима је испуњен услов  $\delta + \beta d \cos \psi = 0$ . Тај максимум је N, што је логично, јер се у том случају поља свих N антена сабирају у фази.

Као први пример, на слици 13а приказан је колинеарни низ полуталасних дипола код кога се осе дипола поклапају са осом низа. Растојање између тачака напајања суседних дипола (d) је нешто веће од  $\lambda/2$ . Ако се сви диполи напајају у фази ( $\delta = 0$ ), до конструктивног сабирања поља у зони зрачења долази у екваторијалној равни, тј. у равни нормалној на осу низа (низ са трансверзалним зрачењем). Дијаграм зрачења је усмерен посматрано у вертикалној равни (слика 13б), али је омнидирекцион (кружан) у хоризонталној равни. Низ сличан посматраном низу користи се у базним станицама мобилне телефоније када треба покрити пун азимутни угао. Уколико треба покрити само део пуног угла (типично, 120°), паралелно низу, на растојању око  $\lambda/4$  иза низа, поставља се метални рефлектор одговарајуће ширине.



Слика 13. (a) Колинеарни низ полуталасних дипола чије се осе поклапају са осом низа (d = 0,6 λ, δ = 0) и (б) одговарајући дијаграм зрачења у вертикалној равни.

Ако се диполи поставе нормално на осу низа, као на слици 14а, а напајају се струјама у фази ( $\delta = 0$ ), максимум дијаграма зрачења је у правцу који је нормалан на осу низа, али истовремено нормалан и на осе дипола. За низ са 8 елемената, на слици 14б је приказан дијаграм зрачења у вертикалној равни нормалној на осе дипола. У

(66)

хоризонталној равни дијаграм је усмерен (диполи не зраче у правцу својих оса). По облику, дијаграм зрачења низа у хоризонталној равни је исти као дијаграм зрачења у меридионалној равни дипола (слика 7а). Ако се иза дипола, на растојању око  $\lambda/4$ , постави рефлектор, добија се панел који се користи за телевизијске предајнике, као и за ФМ предајнике велике снаге. Да би се покрио пун азимутни угао, на антенски стуб се постављају четири система панела, при чему два суседна система заклапају азимутни угао од 90°.

Претпоставимо да је у колинеарном низу приказаном на слици 14а растојање између тачака напајања дипола  $d = \lambda/4$ . Нека фаза струје сваког дипола, идући одоздо нагоре, касни за четвртину периода у односу на претходни дипол ( $\delta = -\pi/2$ ). У том случају, конструктивно сабирање поља зрачења настаће у правцу осе антенског низа, у смеру увис (низ са лонгитудиналним зрачењем). Таква ситуација постоји код лог-периодичног низа дипола, јаги-антене и хеликоидалне антене. На слици 14в приказан је дијаграм зрачења низа са 8 елемената у вертикалној равни која је нормална на диполе. Дијаграми зрачења у вертикалној равни која се поклапа са равни цртежа на слици 14а имају нуле у хоризонталном правцу јер у том правцу диполи не зраче.



Слика 14. (а) Колинеарни низ полуталасних дипола чије су осе нормалне на осу низа и одговарајући дијаграми зрачења за (б)  $d = 0,6 \lambda$  и  $\delta = 0$  и (в)  $d = 0,25 \lambda$  и  $\delta = -\pi/2$ . Дијаграми зрачења су у вертикалној равни нормалној на раван цртежа на слици (а).

Посматрајмо антену постављену изнад савршено проводне равни (равног рефлектора). На основу теореме ликова (одељак 8.4.2), утицај равни се може заменити увођењем лика антене. На слици 15а,6 су приказана два примера. У оба случаја оригинална антена и њен лике чине једноставан антенски низ од два елемента. Оса низа је вертикална, а  $\psi = \theta$ , где је  $\theta$  угао сферног координатног система. У првом случају (слика 15а) ради се о симетричном диполу постављеном хоризонтално изнад равни на висини *h*. Имајући у виду референтне смерове струје оригиналне антене и лика, закључује се да је  $\delta = \pi$ , па је  $\Phi = \pi + 2\beta h \cos \theta$ . Модул карактеристичне функције зрачења низа (фактор земље) је  $|\underline{F}_2|=|2\sin(\beta h\cos\theta)|$ . Ако је дипол полуталасни, максимално зрачи у екваторијалној равни. Међутим, присуство равни модификује то

зрачење. У посебном случају када је  $h = \lambda/4$ , поља оригиналне антене и лика се сабирају у фази у правцу увис.

У другом случају (слика 15б) дипол је постављен вертикално, тако да су му прикључци на висини *h* изнад равни. Тада је  $|\underline{F}_2| = |2\cos(\beta h \cos \theta)|$ .



Слика 15. Симетрични дипол изнад проводне равни постављен (а) хоризонтално и (б) вертикално.

## Питања и задаци

1. Шта је то електрични моменат Херцовог дипола, а шта његов струјни моменат?

2. Ком степену одстојања *r* је сразмеран интензитет електричног поља Херцовог дипола у (а) блиској зони и (б) далекој зони?

3. Шта је то зона зрачења антене? (а) У каквом су међусобном односу вектори јачине електричног и магнетског поља у тој зони? (б) Како стоје ти вектори у односу на потег? (в) Колики је однос интензитета тих вектора?

4. У ком делу простора поље предајне антене има особине квазистационарног поља, а у ком делу се локално понаша као раван талас?

5. Навести аналогије између кратког електричног дипола и мале струјне контуре.

6. Из општих израза за поље мале контуре извести изразе за поље у зони зрачења и показати да се електрично поље у тој зони може изразити само преко одговарајуће компоненте магнетског вектор-потенцијала.

7. На основу резултата претходног питања извести израз за карактеристичну функцију зрачења мале рам антене. Проверити резултат на основу израза за електромоторну силу индуковану у контури. 8. Расподела струје кратког симетричног дипола, приказаног на слици 5а, може се апроксимирати функцијом  $\underline{I}(z) = \underline{I}_0(1-|z|/l)$ , где је l дужина крака антене ( $l << \lambda$ ), а  $\underline{I}_0$  струја у прикључцима. (а) Показати да је магнетски вектор-потенцијал ове антене исти као код Херцовог дипола укупне дужине d=l и струје  $\underline{I} = \underline{I}_0$ . (б) На основу тога извести изразе за поље у зони зрачења кратког дипола.



Слика 15. Уз задатак 9.

9. Кратка вертикална монопол-антена, приказана на слици 15, има облик једног крака антене из претходног задатка. Јачина струје у прикључцима антене је  $I_0$ . Применом теореме ликова извести изразе за поље у зони зрачења ове антене. У којим границама за угао  $\theta$  важе изведени изрази?

10. Расподела струје симетричног полуталасног дипола, приказаног на слици 5а, може се апроксимирати изразом  $\underline{I}(z) = \underline{I}_0 \sin (\beta(l-|z|))$ , где је l дужина крака антене  $(l = \lambda/4)$ , а  $\underline{I}_0$  струја у прикључцима. Израчунати магнетски вектор-потенцијал ове антене у зони зрачења ( $r >> \lambda$ ).

11. Извести израз за карактеристичну функцију зрачења симетричног дипола са синусном расподелом струје.

12. Полазећи од израза за карактеристичну функцију зрачења симетричног дипола са синусном расподелом струје, показати да је карактеристична функција зрачења кратког симетричног дипола иста као карактеристична функција зрачења Херцовог дипола.

13. Израчунати снагу зрачења Херцовог дипола, отпорност зрачења, средњу вредност интензитета Поинтинговог вектора у зони зрачења на сфери полупречника *r* и усмереност.

14. Доказати да између појачања антене, карактеристичне функције зрачења и улазне отпорности антене важи релација  $G = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{|\mathbf{F}|}{R}$ .

15. На основу резултата претходног питања, доказати да између појачања антене и ефективне површине важи релација  $S_{\rm eff} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$ .

16. Предајна и пријемна антена су идентичних карактеристика, усмерености 40 dBi. Антене се налазе на растојању 10 km и окренуте су тако да је пренос снаге максималан. Предајна антена се напаја из генератора учестаности 10 GHz снагом 5 W. Израчунати снагу коју прима прилагођени пријемник.

17. Сигнал учестаности 3 GHz треба пренети од генератора до пријемника, који се налазе на растојању *r*. На располагању стоји коаксијални вод, полупречника проводника a = 0,5 mm и b = 1,8 mm, начињених од бакра специфичне проводности  $\sigma = 58$  MS/m, релативне пермитивности немагнетског диелектрика  $\varepsilon_r = 2,25$  и занемарљивих губитака у диелектрику, и две идентичне антене ефективне површине  $S_{eff} = 0,1 \text{ m}^2$ . Сматрајући да су генератор и пријемник прилагођени на вод, односно на антене, упоредити однос снаге пријемника и снаге генератора када се веза између генератора и пријемника оствари водом и када се оствари антенама, за (а) r = 10 m, (б) r = 100 m, (в) r = 1 km и (г) r = 10 km.