

Фриисова формула и погонско појачање

Посматрајмо предајну и пријемну антену које се налазе у слободном простору на међусобном растојању r . Нека се предајна антена напаја снагом P_0 . Нека су антене окренуте тако да је максимум дијаграма зрачења сваке антене уперен ка оној другој антени, а поларизације усклађене. Из једначина¹ (12.36)–(12.40) је интензитет Поинтинговог вектора, који предајна антена ствара на месту пријемне антене, једнак

$$\mathcal{P} = \frac{P_0 G_1}{4\pi r^2}, \quad (12.51)$$

где је G_1 појачање предајне антене². На основу једначина (12.49) и (12.51) може се израчунати снага прилагођеног пријемника (прикљученог на пријемну антену), P_p . Количник те снаге и снаге којом се напаја предајна антена је једнак

$$\frac{P_p}{P_0} = \frac{G_1 S_{\text{eff}2}}{4\pi r^2}, \quad (12.52)$$

где је $S_{\text{eff}2}$ ефективна површина пријемне антене. Из једначине (12.50) се ефективна површина пријемне антене може изразити преко њеног појачања. Када се однос P_p / P_0 изрази у децибелима, добија се Фриисова формула,

$$10 \log_{10} \frac{P_p}{P_0} = -22 \text{ dB} - 20 \log_{10} \frac{r}{\lambda} \text{ dB} + g_{1[\text{dBi}]} + g_{2[\text{dBi}]}, \quad (12.53)$$

где су g_1 и g_2 појачања предајне и пријемне антене у dBi. Ова формула се користи код прорачуна веза у радиокомуникацијама. Ако се предајна и пријемна антена посматрају као мрежа са два приступа, онда је $10 \log_{10} \frac{P_p}{P_0} = 20 \log_{10} |s_{21}|$ под условом да је $s_{11} = s_{22} = 0$. Одавде је $P_p = |s_{21}|^2 P_0$.

Ако је $s_{11} \neq 0$, онда на приступу предајне антене постоје инцидентни и рефлектовани талас, па је, на основу једначине (3.50), $P_0 = P_{\text{li}} - P_{\text{r}} = P_{\text{li}}(1 - |s_{11}|^2)$, одакле је $P_{\text{li}} = \frac{P_0}{1 - |s_{11}|^2}$.

Ако је $s_{11} \neq 0$, онда на приступу предајне антене постоје инцидентни и рефлектовани талас, па је,

на основу једначине (3.50), $P_0 = P_{\text{li}} - P_{\text{r}} = P_{\text{li}}(1 - |s_{11}|^2)$, одакле је $P_{\text{li}} = \frac{P_0}{1 - |s_{11}|^2}$.

Снага прогресивног таласа који од пријемне антене иде ка пријемнику је, по дефиницији параметара расејања, $P_{2r} = |s_{21}|^2 P_{\text{li}}$, при чему индекси “r” и “i” одговарају ознакама за мрежу са два приступа коју сачињавају предајна и пријемна антена (слика 8.3). Ако је $s_{22} = 0$, онда је

$$P_p = P_{2r} = \frac{|s_{21}|^2}{1 - |s_{11}|^2} P_0. \quad (*)$$

Ако је $s_{22} \neq 0$, а пријемник је отпорник чија је отпорност једнака номиналној импеданси другог приступа, $R = Z_{c2}$ (што је случај када се дефинишу параметри расејања), онда је снага тог пријемника мања од расположиве снаге (тј. снаге када би пријемник био прилагођен). Представимо пријемну антену Тевененовим генератором. Емс тог генератора једнака је емс индукованог у антени, $\underline{E}_T = \underline{E}_{\text{ind}}$, а импеданса је једнака импеданси пријемне антене, $\underline{Z}_T = \underline{Z}_{a2}$. Када се на Тевененов генератор веже

отпорник отпорности $R = Z_{c2}$, снага тог отпорника је $P_{2r} = R \left| \frac{\underline{E}_T}{R + \underline{Z}_T} \right|^2$. Расположена снага пријемне

¹ Једначине и слике су из уџбеника *Микроталасна техника*.

² Производ $EIRP = P_0 G_1$ назива се ефективна израчена снага (effective radiated power) у односу на изотропни радијатор.

антене је $P_{p \max} = \frac{|E_T|^2}{4 \operatorname{Re}(Z_T)}$, па је $\frac{P_{p \max}}{P_{2r}} = \frac{|R + Z_T|^2}{4R \operatorname{Re}(Z_T)}$. Стаavimo да је $Z_T = R_T + jX_T$. Тада је

$\frac{4R \operatorname{Re}(Z_T)}{|R + Z_T|^2} = \frac{4Z_{c2}R_T}{(Z_{c2} + R_T)^2 + X_T^2}$. Са друге стране је $s_{22} = \frac{Z_T - Z_{c2}}{Z_T + Z_{c2}}$, па је $|s_{22}| = \sqrt{\frac{(Z_{c2} - R_T)^2 + X_T^2}{(Z_{c2} + R_T)^2 + X_T^2}}$ и

$1 - |s_{22}|^2 = \frac{4Z_{c2}R_T}{(Z_{c2} + R_T)^2 + X_T^2}$, одакле је

$$\frac{P_{p \max}}{P_{2r}} = \frac{1}{1 - |s_{22}|^2}. \quad (**)$$

Из формула (*) и (**) следи да је $P_{p \max} = \frac{P_{2r}}{1 - |s_{22}|^2} = \frac{|s_{21}|^2}{(1 - |s_{11}|^2)(1 - |s_{22}|^2)} P_0$, односно

$$\frac{P_{p \max}}{P_0} = \frac{|s_{21}|^2}{(1 - |s_{11}|^2)(1 - |s_{22}|^2)}. \quad (***)$$

У Фриисовој формули се претпоставља да је пријемник прилагођен, тј. $P_p = P_{p \max}$. У реалним (погонским) условима, због неприлагођења предајне и пријемне антене, пренос снаге ($|s_{21}|^2$) мањи је него што то даје Фриисова формула. То смањење је еквивалентно привидном смањењу појачања антена. Стога се $G_1(1 - |s_{11}|^2)$, односно $G_2(1 - |s_{22}|^2)$, назива погонско појачање предајне, односно пријемне антене. Погонско појачање одговара практичним условима када се предајна антена напаја генератором који је прилагођен на напојни вод, а и пријемник је прилагођен на вод, али су антене неприлагођене.