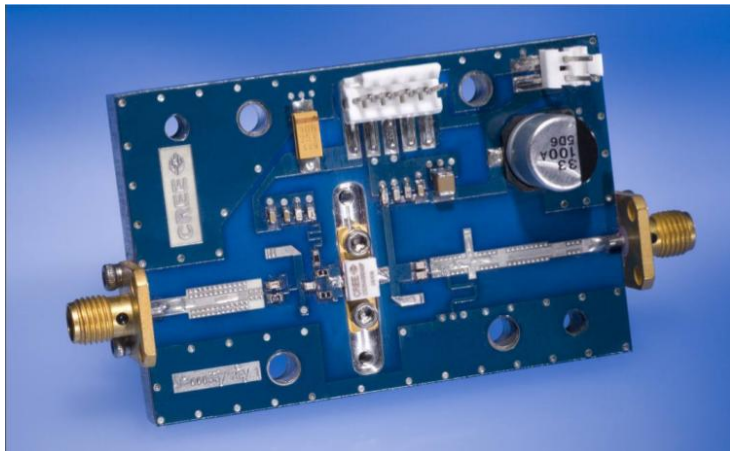
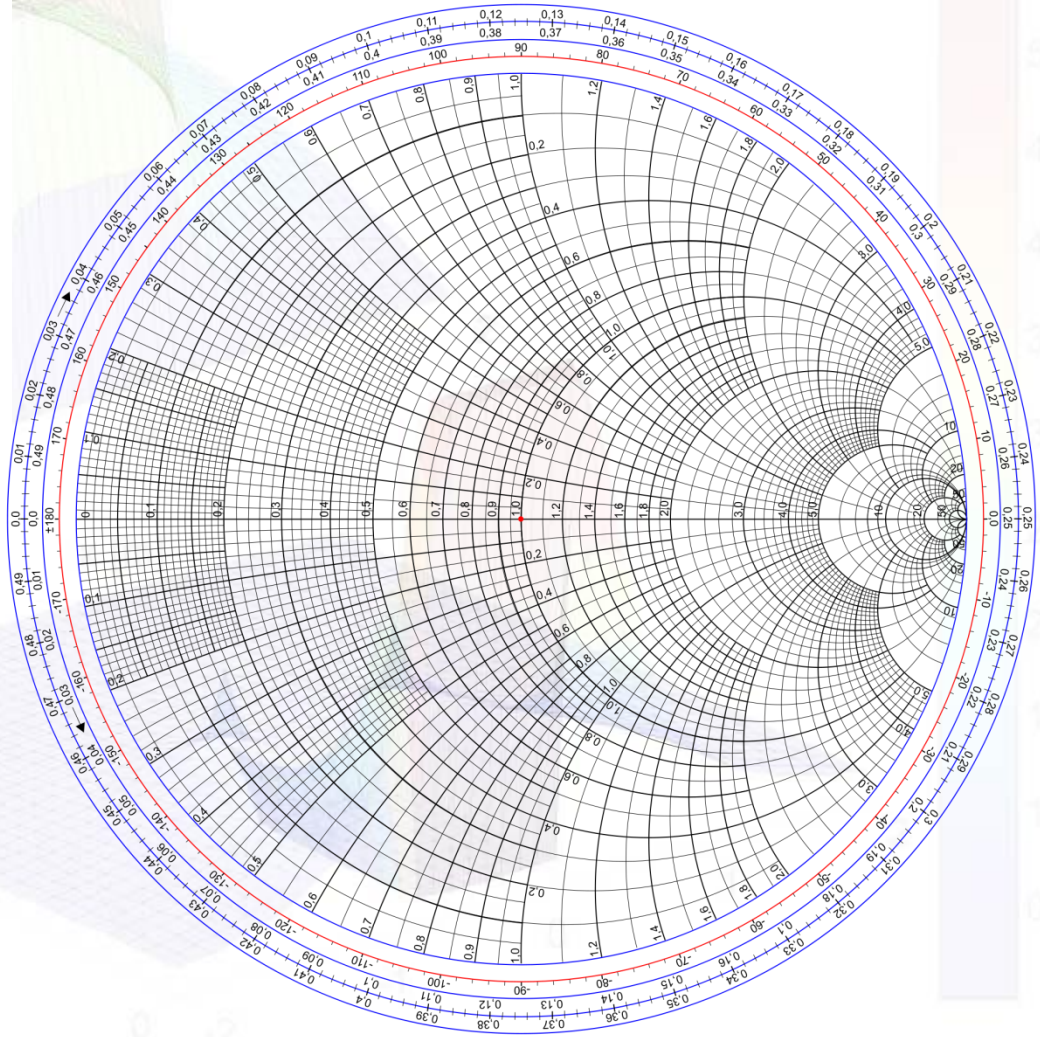
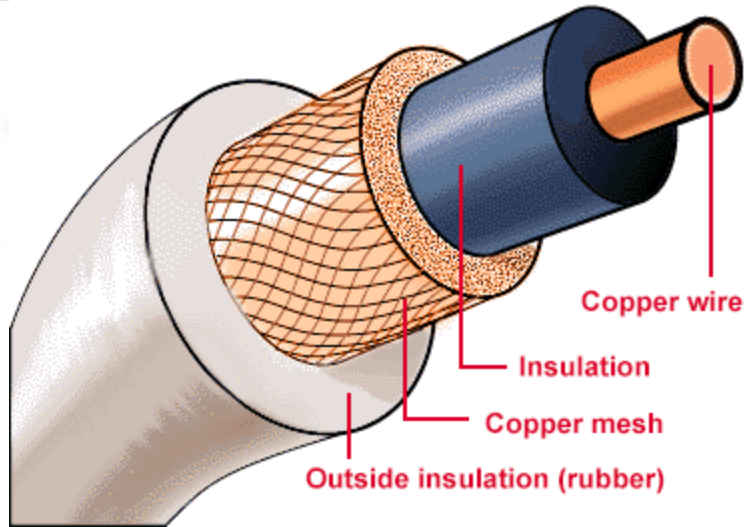


Водови са TEM таласима



Увод

- У микроталасној техници најчешће се користе коаксијални водови, разни типови водова израђених у штампаној техници, а донекле и двожични водови и оклопљени вишепроводнички водови
- Водови израђени у штампаној техници, по правилу, имају нехомогене (слојевите) диелектрике, па се дуж њих, строго гледано, не могу простирати ТЕМ таласи, већ **квази-ТЕМ таласи** (ако је учестаност довољно ниска)

Увод

- Диелектрици осталих побројаних водова, који нису израђени у штампаној техници, најчешће су хомогени, па се дуж таквих водова могу простирати практично прави ТЕМ таласи (уколико су губици у проводницима водова довољно мали)
- При врло високим учестаностима код ових водова се могу појавити таласи ТЕ и ТМ типа (као код таласовода), што онемогућава примену водова при тим учестаностима

Струја и напон на двопроводничком воду

- Из једначине $\nabla_t \times \underline{\mathbf{E}}_t = 0$ следи да се поље прогресивног TEM таласа на воду може представити у облику $\underline{\mathbf{E}}(x, y, z) = \underline{\mathbf{E}}_t(x, y, z) = \underline{\mathbf{E}}_t(x, y, 0) \exp(-\underline{\gamma}z) = -\text{grad}_t \underline{V}(x, y) \exp(-\underline{\gamma}z)$ при чему је $\underline{V}(x, y)$ скаларна функција која зависи само од трансверзалних координата, односно важи

$$\underline{\mathbf{E}}_t(x, y) = -\text{grad}_t \underline{V}(x, y)$$

- Поље дато претходним изразом аутоматски задовољава једначину $\nabla_t \times \underline{\mathbf{E}}_t = 0$, а заменом у $\nabla_t \cdot \underline{\mathbf{E}}_t = 0$ добија се

$$\text{div}_t \text{grad}_t \underline{V} \equiv \Delta_t \underline{V} = 0$$

- На површима савршених проводника вода мора бити задовољен гранични услов $\underline{\mathbf{E}}_{tg} = 0$, тј. $\underline{V} = \underline{\text{const}}$

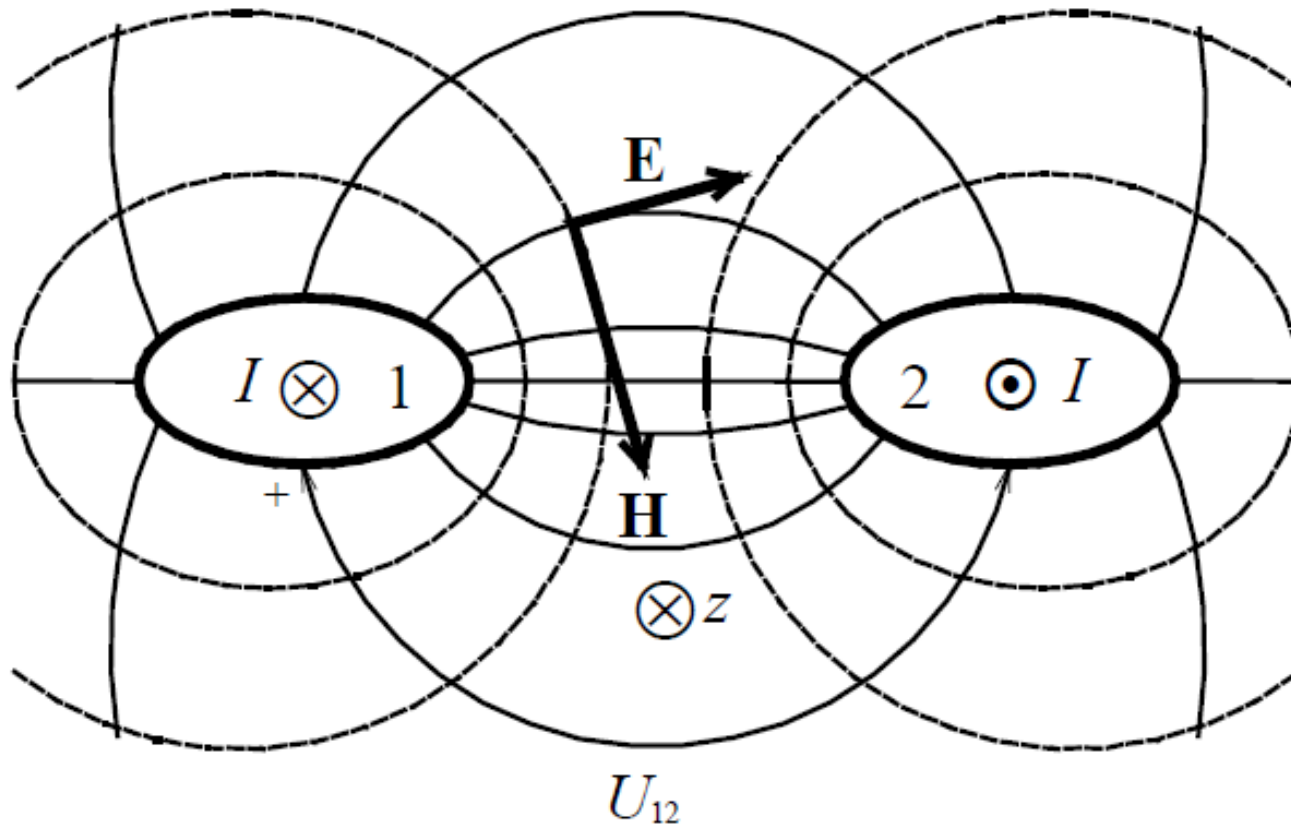
Струја и напон на двопроводничком воду

- Једначина $\operatorname{div}_t \operatorname{grad}_t \underline{V} \equiv \Delta_t \underline{V} = 0$ и гранични услов $\underline{E}_{tg} = 0$, тј. $\underline{V} = \underline{\text{const}}$ идентични су онима за електростатички потенцијал у дводимензионом систему који представља вод
- На основу теореме јединствености решења Лапласове једначине $\operatorname{div}_t \operatorname{grad}_t \underline{V} \equiv \Delta_t \underline{V} = 0$ следи да је $\underline{V}(x, y)$ скаларна функција идентична са електростатичким потенцијалом, односно електрично поље у попречном пресеку вода је исто као у електростатици

Струја и напон на двопроводничком воду

- Еквипотенцијалне линије у попречном пресеку дводимензионог електростатичког поља су ортогоналне на линије електричног поља, док су код водова линије магнетског поља нормалне на линије електричног поља
- Стога се линије магнетског поља код водова поклапају са еквипотенцијалним линијама у попречном пресеку вода у електростатичком случају

Струја и напон на двопроводничком воду



Слика 3.1. Скица попречног пресека двопроводничког вода и линија електричног (—) и магнетског поља (---).

Струја и напон на двопроводничком воду

- Из једначине

$$\underline{\mathbf{E}}(x, y, z) = \underline{\mathbf{E}}_t(x, y, z) = \underline{\mathbf{E}}_t(x, y, 0) \exp(-\underline{\gamma}z) = -\text{grad}_t V(x, y) \exp(-\underline{\gamma}z)$$

следи да се напон између два проводника вода може **једнозначно дефинисати** за било који попречни пресек као интеграл електричног поља од једног до другог проводника по произвољној путањи која лежи у попречном пресеку

- Напон између проводника двожичног вода је

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \int_1^2 \underline{\mathbf{E}}_t \cdot d\mathbf{l}$$

Струја и напон на двопроводничком воду

- С обзиром на то да вектор \underline{E} нема аксијалну (z -) компоненту, из друге Максвелове једначине следи да је циркулација вектора \underline{H} по произвољној путањи која обухвата један проводник вода независна од облика путање и једнака јачини струје тог проводника (пазити на референтне смерове)
- Струја првог проводника је према томе

$$\int_{C_1} \underline{H}_t \cdot d\mathbf{l} = I_1$$

где је C_1 затворена путања која обухвата проводник 1

- Ако на воду постоји **само прогресиван талас**, онда је према једначини

$$\underline{\rho}_s = \sqrt{\epsilon\mu} \underline{J}_{sz}$$

$$\underline{I} = \frac{Q'}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

при чему је Q' подужно наелектрисање проводника

Струја и напон на двопроводничком воду

- За посматрани вод са два проводника, због аналогije са електростатичким пољем, важи релација $\underline{Q}' = C' \underline{U}_{12}$, где је C' подужна капацитивност вода
- Количник напона и струје **прогресивног таласа** на воду

$$Z_c = \frac{U_{12}}{I_1}$$

назива се **карактеристичном импедансом вода**

– Уочити везу између референтних смерова напона, струје и z -осе, која представља смер простирања таласа, према претходној слици

- Реципрочна вредност карактеристичне импедансе је **карактеристична адмитанса вода**

$$Z_c = \frac{1}{Y_c}$$

Струја и напон на двопроводничком воду

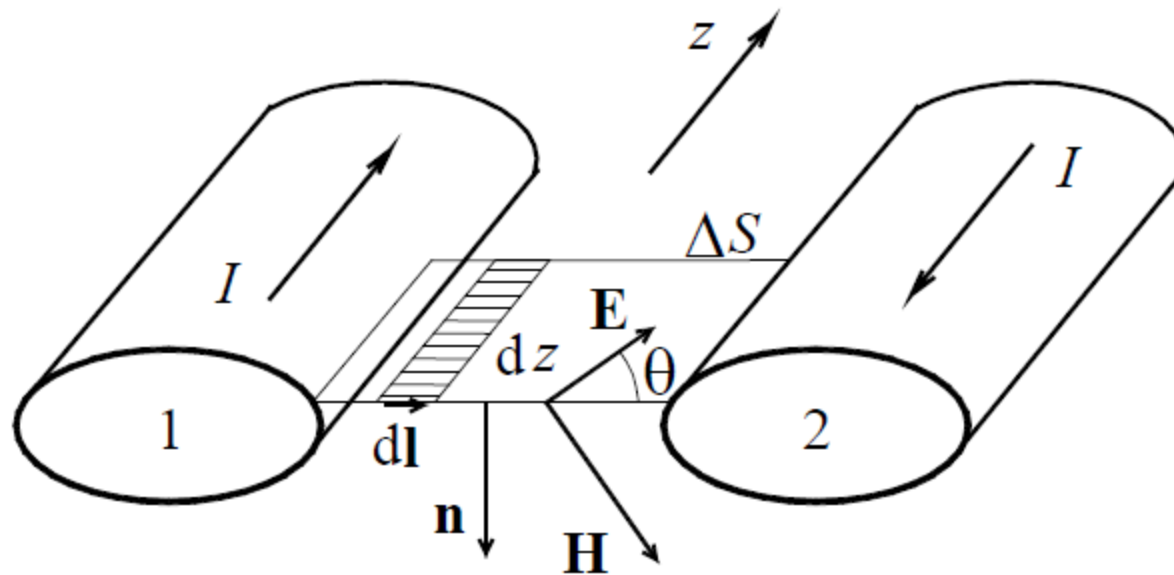
- На основу једначина

$$\underline{I} = \frac{\underline{Q}'}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad \underline{Q}' = C' \underline{U}_{12} \quad Z_c = \frac{U_{12}}{I_1}$$

(за водове без губитака са хомогеним диелектриком параметара ϵ и μ) добијамо

$$Z_c = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{C'} = \frac{1}{cC'}$$

Струја и напон на двопроводничком воду



Слика 3.2. Уз рачунање подужног магнетског флуksа на воду.

- Флуks вектора магнетске индукције ($\underline{\mathbf{B}}$) кроз површ ΔS једнак је

$$d\Phi = \int_1^2 \underline{B}_t \cos \theta \, dl \, dz = \int_1^2 \sqrt{\epsilon\mu} \, \underline{E}_t \cos \theta \, dl \, dz = \sqrt{\epsilon\mu} \, \underline{U}_{12} \, dz$$

Струја и напон на двопроводничком воду

- Подужна спољашња индуктивност вода је

$$L' = \frac{1}{I} \frac{d\Phi}{dz} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu} U_{12}}{I} = \sqrt{\varepsilon\mu} Z_c = \frac{\varepsilon\mu}{C'}$$

– Ова веза важи само ако је диелектрик хомоген,
а губици на воду занемарљиво мали

- Карактеристична импеданса сада се може израчунати и као

$$Z_c = \frac{L'}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = cL' = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

- С обзиром на претпоставку да су проводници вода савршени, у њиховој унутрашњости нема магнетског поља, па је њихова **унутрашња индуктивност нула**
– Подужна спољашња индуктивност вода (из претходног израза) једнака је укупној подужној индуктивности вода

Струја и напон на двопроводничком воду

- На основу релације

$$L' = \frac{1}{I} \frac{d\Phi}{dz} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu} U_{12}}{I} = \sqrt{\epsilon\mu} Z_c = \frac{\epsilon\mu}{C'}$$

фазни коефицијент ТЕМ таласа на воду може се приказати и као

$$\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \omega\sqrt{L'C'}$$

Струја и напон на двопроводничком воду

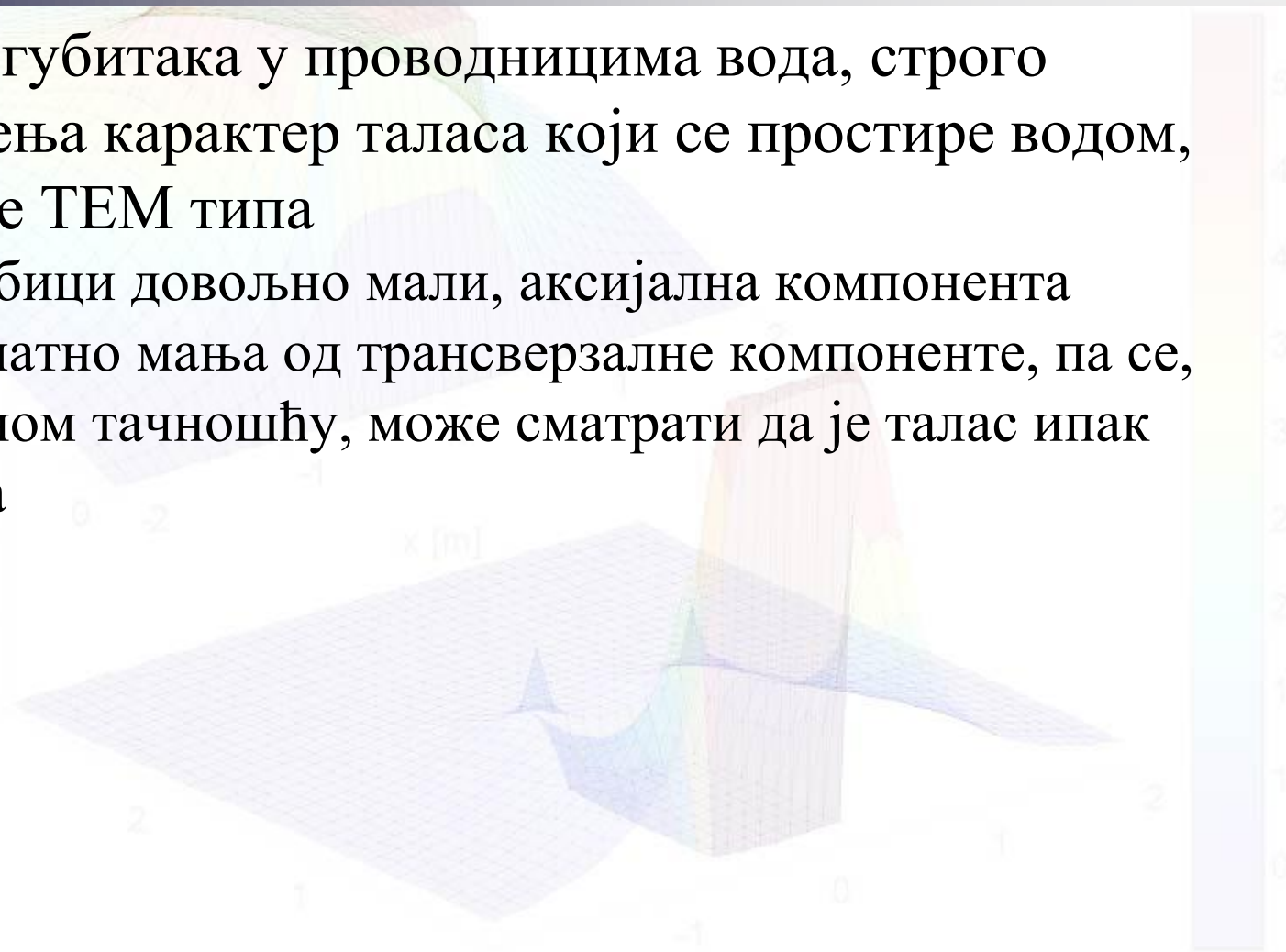
- У сваком реалном воду постоје губици у проводницима и диелектрику
- Подужна снага губитака може се израчунати према изразима приказаним раније
- Преко подужне снаге губитака у проводницима вода (P'_p) дефинише се подужна отпорност вода
- Преко подужне снаге губитака у диелектрику вода (P'_d) дефинише се подужна проводност вода

$$R' = \frac{P'_p}{|I|^2} \quad |I| \text{ је ефективна вредност струје прогресивног таласа на воду}$$

$$G' = \frac{P'_d}{|U_{12}|^2} \quad |U_{12}| \text{ је ефективна вредност напона прогресивног таласа на воду}$$

Струја и напон на двопроводничком воду

- Постојање губитака у проводницима вода, строго гледано, мења карактер таласа који се простире водом, и талас није TEM типа
 - Ако су губици довољно мали, аксијална компонента поља је знатно мања од трансверзалне компоненте, па се, са довољном тачношћу, може сматрати да је талас ипак TEM типа



Струја и напон на двопроводничком воду

- Губици утичу како на коефицијент простирања таласа дуж вода, тако и на карактеристичну импедансу вода
- Уколико губици нису велики (структура поља је приближно ТЕМ типа) и даље важе исте везе између напона и струје као за вод без губитака

– Карактеристична импеданса вода са хомогеним диелектриком је приближно дата изразима

$$Z_c = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{C'} = \frac{1}{cC'} \quad Z_c = \frac{L'}{\sqrt{\epsilon\mu}} = cL' = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

– Фазни коефицијент приближно је дат изразом

$$\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \omega\sqrt{L'C'}$$

– Коефицијент простирања (γ) има и реални део (α), јер талас слаби дуж вода

Струја и напон на двопроводничком воду

- Комплексна снага која се преноси прогресивним таласом на воду једнака је

$$\underline{S} = \underline{U}_{12} \underline{I}^* = Z_c |\underline{I}|^2 = Y_c |\underline{U}_{12}|^2$$

– Има само реални део

- Карактеристична импеданса је реална (за вод са малим губицима)
- На основу претходног израза и релација

$$\alpha = \frac{P'_{\text{gub}}}{2P_t} \quad R' = \frac{P'_p}{|\underline{I}|^2} \quad G' = \frac{P'_d}{|\underline{U}_{12}|^2}$$

за коефицијент слабљења добијамо

$$\alpha = \frac{R'}{2Z_c} + \frac{G'}{2Y_c}$$

– Први члан је α_p , а други члан је α_d

Струја и напон на двопроводничком воду

- Ако је $\sigma_e = \omega \epsilon''$ еквивалентна специфична проводност диелектрика, онда између подужне капацитивности и подужне одводности вода са хомогеним диелектриком постоји веза

$$G' = \frac{\sigma_e}{\epsilon} C' = \frac{\omega \epsilon''}{\epsilon} C' = \omega C' \tan \delta_d$$

- У претходном изразу би, прецизније, уместо ϵ требало ставити ϵ'
- Код квалитетних диелектрика је тангенс угла губитака врло мали (реда величине 0,0001 до 0,001 при микроталасним учестаностима), па је $\epsilon' \approx \epsilon$
 - На крају добијамо

$$\alpha_d = \frac{\sigma_e}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\omega \epsilon''}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\beta}{2} \tan \delta_d$$

Једначине телеграфичара

- **Приближна анализа** водова са губицима и водова са нехомогеним диелектрицима може се спровести преко једначина теорије кола
- **Анализа је приближна** јер се основне величине од којих се полази у њој, тј. подужни параметри L' , C' , R' и G' , добијају **приближним решавањем проблема ЕМ поља**
- При томе се уводе извесне апроксимације
 - Као што је пертурбациони метод

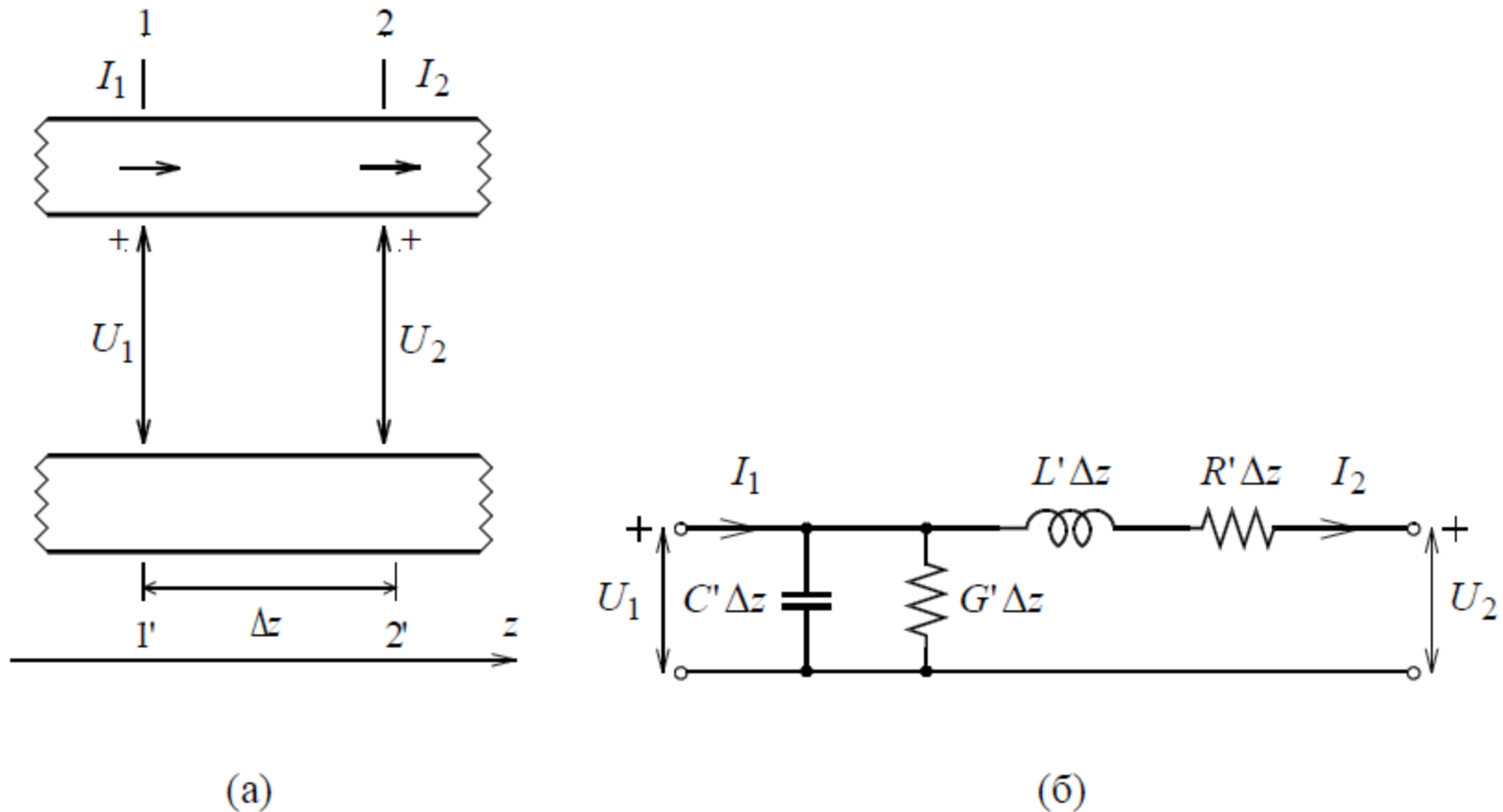
Једначине телеграфичара

- У случају да су губици у проводницима врло велики, а учестаност висока, структура поља на воду може значајно одступати од ТЕМ таласа
 - На воду се не може дефинисати напон, ни јачина струје
 - Већ почетне једначине (једначине телеграфичара) не важе јер L' и C' немају физичког смисла
- Код водова са нехомогеним диелектриком, при високим учестаностима, хибридна структура поља долази до изражаја
 - Тада се, такође, не могу дефинисати напони, ни струје

Једначине телеграфичара

- За већину практичних примена, код водова са малим губицима, као и водова са нехомогеним диелектрицима, једначине теорије кола омогућавају једноставну и довољно тачну анализу прогресивног и стојећег таласа, као и сложенијих микроталасних кола са водовима (на пример, кола за прилагођење и филтара)
- Метода анализе стојећих таласа на водовима може се применити и на таласоводе
 - Увођењем еквивалентних водова за које се могу дефинисати напони и струје

Једначине телеграфичара



Слика 3.3. (а) Скица кратке секције вода и (б) њој еквивалентне полућелије.

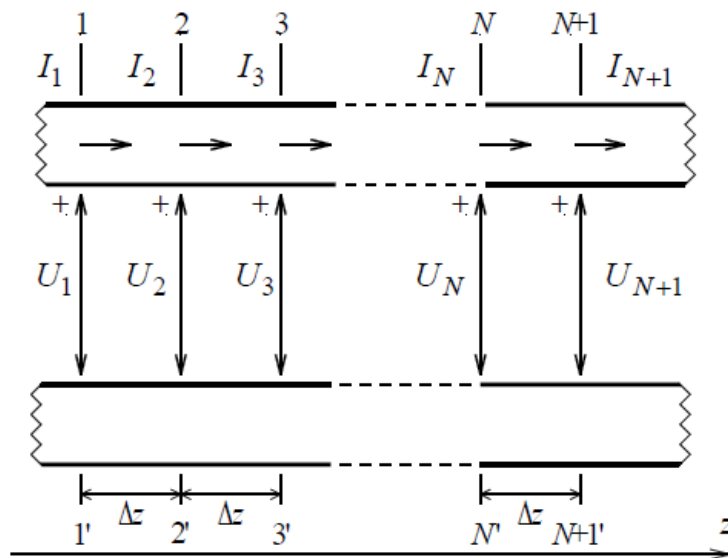
Једначине телеграфичара

- Посматрајмо кратку секцију двопроводничког вода, дужине Δz
- Сматраћемо да је Δz много мање од таласне дужине –Промене напона и струје дуж посматране секције су врло мале
- Ова секција се може апроксимирати полућелијом, која се састоји од редно везаних индуктивности и отпорности, и паралелно везаних капацитивности и проводности

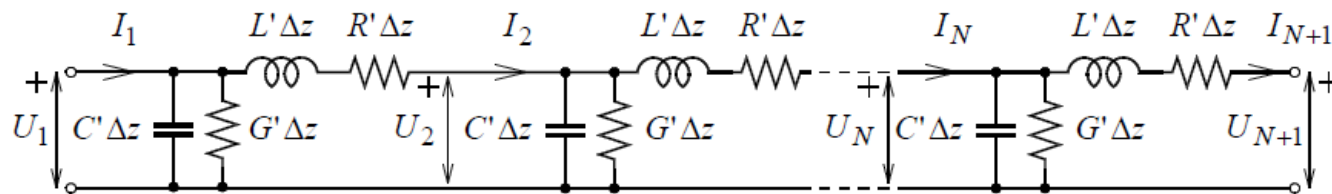
Једначине телеграфичара

- Посматрањем индуктивних и капацитивних ефеката у секцији вода и полућелији, као и разматрањем губитака у секцији вода и полућелији, долази се до закључка да су параметри полућелије $L'\Delta z$, $R'\Delta z$, $C'\Delta z$ и $G'\Delta z$
- Напони у пресецима 1-1' и 2-2' вода разликују се за $\underline{U}_1 - \underline{U}_2 = (R' + j\omega L')\underline{I}_2\Delta z$
- Струје у пресецима 1-1' и 2-2' вода разликују се за $\underline{I}_1 - \underline{I}_2 = (G' + j\omega C')\underline{U}_1\Delta z$
- Цео вод може се апроксимирати ланцем полућелија, чиме се добија лествичаста мрежа приказана на следећој слици

Једначине телеграфичара



(a)



(б)

Слика 3.4. (а) Скица вода и (б) њему еквивалентне лествичасте мреже.

Једначине телеграфичара

- Мрежа са претходне слике је само приближно еквивалентна воду јер се јачина струје и напон континуално мењају дуж вода, док је промена код мреже дискретна (скоковита)
- Апроксимација вода лествичастом мрежом је утолико боља, уколико је Δz мање
- Ако пустимо да Δz тежи нули, из једначина $\underline{U}_1 - \underline{U}_2 = (R' + j\omega L') \underline{I}_2 \Delta z$ и $\underline{I}_1 - \underline{I}_2 = (G' + j\omega C') \underline{U}_1 \Delta z$ добијамо

$$\frac{d\underline{U}}{dz} = -\underline{Z}' \underline{I}$$

$$\frac{d\underline{I}}{dz} = -\underline{Y}' \underline{U}$$

$\underline{Z}' = R' + j\omega L'$ је подужна импеданса вода, а

$\underline{Y}' = G' + j\omega C'$ је подужна адмитанса вода

Једначине телеграфичара

- Једначине

$$\frac{d\underline{U}}{dz} = -\underline{Z}'\underline{I} \quad \frac{d\underline{I}}{dz} = -\underline{Y}'\underline{U}$$

се називају **једначинама телеграфичара**

- Оне одговарају првој и другој Максвеловој једначини за вод

- Једначине телеграфичара (као и Максвелове једначине) **важе за општи случај када на воду постоје и инцидентни и рефлектовани талас** (до сада смо разматрали случај када постоји само прогресивни талас у смеру z -осе)
- У наставку ћемо посматрати случај када постоје оба прогресивна таласа

Једначине телеграфичара

- Ако се из једначина телеграфичара елиминише јачина струје, добија се **таласна једначина за напон**

$$\frac{d^2 \underline{U}}{dz^2} - \underline{Z}' \underline{Y}' \underline{U} = 0$$

- Ако се из једначина телеграфичара елиминише напон, добија се **таласна једначина за струју**

$$\frac{d^2 \underline{I}}{dz^2} - \underline{Y}' \underline{Z}' \underline{I} = 0$$

- Решава се једна (и само једна) од ове две једначине
– Када се одреди напон \underline{U} (односно струја \underline{I}) из једначина телеграфичара одређује се струја \underline{I} (односно напон \underline{U})

Једначине телеграфичара

- Таласна једначина за напон представља обичну диференцијалну једначину другог реда чије је опште решење облика

$$\underline{U}(z) = \underbrace{\underline{U}_{i0} \exp(-\underline{\gamma}z)}_{\text{инцидентни}} + \underbrace{\underline{U}_{r0} \exp(+\underline{\gamma}z)}_{\text{рефлектовани}} = \underline{U}_i(z) + \underline{U}_r(z)$$

где су \underline{U}_{i0} и \underline{U}_{r0} комплексне константе, док је коефицијент простирања

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'} = \sqrt{(R'G' - \omega^2 L'C') + j\omega(R'C' + L'G')}$$

Једначине телеграфичара

- Заменом претходног израза за напон у једначину

$$\frac{d\underline{U}}{dz} = -\underline{Z}' \underline{I}$$

добија се опште решење за јачину струје

$$\underline{I}(z) = \underbrace{\frac{U_{i0}}{Z_c} \exp(-\underline{\gamma}z)}_{\text{инцидентни}} - \underbrace{\frac{U_{r0}}{Z_c} \exp(+\underline{\gamma}z)}_{\text{рефлектовани}}$$

где је $Z_c = \sqrt{\frac{\underline{Z}'}{\underline{Y}'}}$ карактеристична импеданса вода са губицима

Једначине телеграфичара

- Код водова са малим губицима, који се најчешће срећу у пракси, обично је при високим учестаностима $R' \ll \omega L'$ и $G' \ll \omega C'$, па се коефицијент простирања може приближно израчунати као

$$\underline{\gamma} \approx \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}} + j\omega\sqrt{L'C'}$$

- Одавде је брзина простирања фазе таласа $c_\phi = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$
- На основу релације

$$L' = \frac{1}{\underline{I}} \frac{d\Phi}{dz} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu} \underline{U}_{12}}{\underline{I}} = \sqrt{\varepsilon\mu} Z_c = \frac{\varepsilon\mu}{C'}$$

добија се $c_\phi = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

–Исти израз који смо добили раније за TEM таласе

Једначине телеграфичара

- Слично томе, за $R' \ll \omega L'$ и $G' \ll \omega C'$, израз за карактеристичну импедансу се може апроксимирати

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

што је исти израз као за вод без губитака

– Карактеристична импеданса има не само реални део, већ и имагинарни део

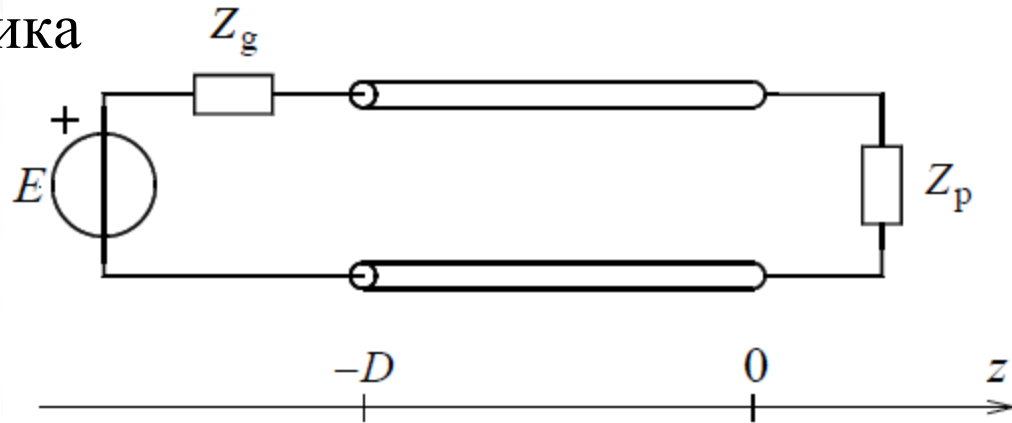
- Имагинарни део је знатно мањи од реалног и најчешће се може занемарити

– У изразу $\gamma \approx \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}} + j\omega \sqrt{L'C'}$ имагинарни део је много већи од реалног

- Реални део се не сме занемарити, јер он даје коефицијент слабљења

Стојећи таласи на воду

- Посматрајмо двопроводнички вод, напајан генератором на једном крају, и затворен на другом крају пријемником импедансе Z_p
 - Поставимо z -осу тако да је координатни почетак на месту пријемника



Слика 3.5. Вод завршен пријемником.

- У општем случају, на воду постоје инцидентни и рефлектовани талас

Стојећи таласи на воду

- Однос напона рефлектованог и инцидентног таласа, у било ком пресеку вода је

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{U}_r(z)}{\underline{U}_i(z)} = \frac{\underline{U}_{r0}}{\underline{U}_{i0}} \exp(2\underline{\gamma}z) = \underline{\rho}_0 \exp(2\underline{\gamma}z)$$

и назива се **коэффициентом рефлексии**

- У претходној једначини $\underline{\rho}_0 = \underline{\rho}(z = 0)$ је коэффициент рефлексии на месту пријемника
- Ако посматрамо само водове код којих је коэффициент слабљења занемарљиво мали
 - Тада је коэффициент рефлексии $\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_0 \exp(2j\beta z)$

Стојећи таласи на воду

- Коефицијент рефлексije (комплексан број) дуж вода без губитака има константан модул, једнак $|\underline{\rho}_0|$, али мења фазу
 - Идући од пријемника према генератору, фаза коефицијента рефлексije опадне за 2π на дужини $\lambda_g/2$
- Напон и струја на воду се сада могу изразити помоћу коефицијента рефлексije на следећи начин:

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_{i0} (1 + \underline{\rho}(z)) \exp(-j\beta z)$$

$$\underline{I}(z) = \frac{\underline{U}_{i0}}{Z_c} (1 - \underline{\rho}(z)) \exp(-j\beta z)$$

Стојећи таласи на воду

- Како члан $\exp(-j\beta z)$ не утиче на ефективну вредност, то је ефективна вредност напона на воду највећа у пресецима вода где је $\rho(z)$ реално и позитивно, и ИЗНОСИ

$$|U|_{\max} = |U_{i0}|(1 + |\rho_0|)$$

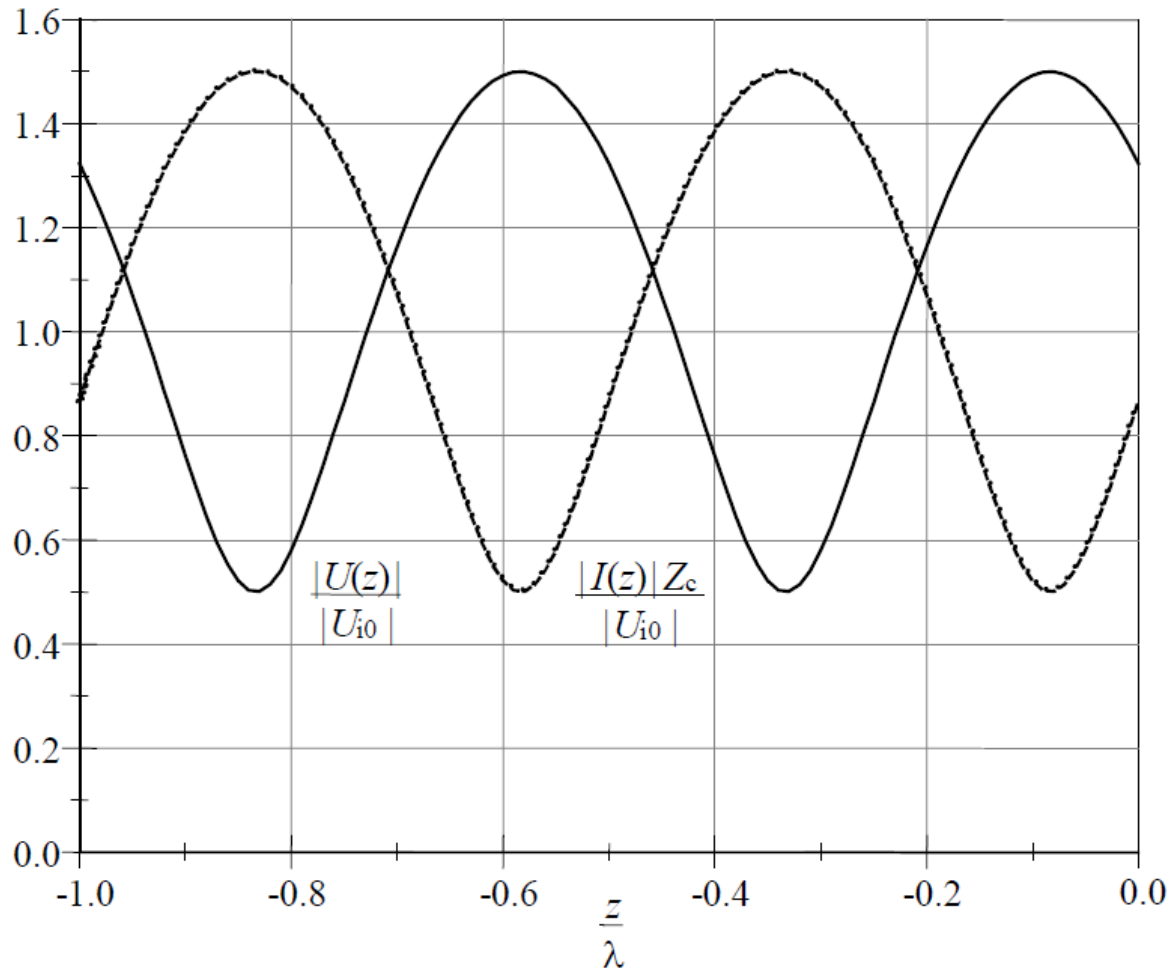
а најмања где је $\rho(z)$ реално и негативно, и ИЗНОСИ

$$|U|_{\min} = |U_{i0}|(1 - |\rho_0|)$$

Стојећи таласи на воду

- Максимална ефективна вредност напона је у оним пресецима вода где су инцидентни и рефлектовани талас у фази, а минимална где су ови таласу у противфази
- Максимумима ефективне вредности напона одговара минимум ефективне вредности струје, и обрнуто
- На следећој слици скицирана је зависност **ефективне вредности** напона и струје од положаја дуж вода
- Ове криве називају се **кривама стојећег таласа напона, односно струје**

Стојећи таласи на воду



Слика 3.6. Стојећи талас напона (—) и струје (---) за $\sigma = 3$.

Стојећи таласи на воду

- Однос максималне и минималне ефективне вредности напона (односно струје) на воду назива се **коэффицијентом стојећих таласа**

$$\sigma = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\rho_0|}{1 - |\rho_0|}$$

- Коэффицијент стојећих таласа не може бити мањи од 1, а једнак је 1 када је $\rho_0 = 0$, тј. када на воду нема рефлектованог таласа

Стојећи таласи на воду

- Однос напона и струје у било коме пресеку вода представља импедансу која се види у том пресеку гледано према пријемнику

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = Z_c \frac{1 + \underline{\rho}(z)}{1 - \underline{\rho}(z)}$$

– Одавде је $\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{Z}(z) - Z_c}{\underline{Z}(z) + Z_c}$

- Када је $z = 0$, $\underline{Z}(0) = \underline{Z}_p$ па је $\underline{\rho}_0 = \frac{\underline{Z}_p - Z_c}{\underline{Z}_p + Z_c}$

- Ако је $\underline{Z}_p = Z_c$ тада је $\underline{\rho}_0 = 0$, што значи да нема рефлектованог таласа
 - У том случају се каже да је **вод прилагођен**

Стојећи таласи на воду

- У општем случају, када вод има губитке, импеданса на воду може се изразити преко импедансе пријемника у облику

$$\underline{Z}(z) = Z_c \frac{\underline{Z}_p - Z_c \operatorname{th} \underline{\gamma} z}{Z_c - \underline{Z}_p \operatorname{th} \underline{\gamma} z}$$

– Адмитанса на воду је реципрочна вредност импедансе,
 $\underline{Y}(z) = 1/\underline{Z}(z)$

- У посебном случају, када је вод без губитака, импеданса на воду може се изразити преко импедансе пријемника у облику

$$\underline{Z}(z) = Z_c \frac{\underline{Z}_p - jZ_c \tan(\beta z)}{Z_c - j\underline{Z}_p \tan(\beta z)} = Z_c \frac{\underline{Z}_p - jZ_c \tan(2\pi f \sqrt{L'C'} z)}{Z_c - j\underline{Z}_p \tan(2\pi f \sqrt{L'C'} z)}$$

Стојећи таласи на воду

- Из претходног израза види се да је импеданса на воду периодична функција и учестаности и координате z
- Стављајући $z = -D$ у претходни израз добија се да је
 - Улазна импеданса краткоспојеног вода без губитака

$$\underline{Z}(-D) = jZ_c \tan(\beta D)$$

- Улазна импеданса отвореног вода без губитака

$$\underline{Z}(-D) = -j \frac{Z_c}{\tan(\beta D)}$$

Стојећи таласи на воду

- Комплексна снага која се преноси водом без губитака (и, врло приближно, водом са малим губицима,) је

$$\underline{S}(z) = \underline{U}(z)\underline{I}(z)^* = \frac{|\underline{U}_i(z)|^2}{Z_c} \left(1 - |\underline{\rho}(z)|^2 + \underline{\rho}(z) - \underline{\rho}(z)^* \right)$$

– Карактеристична импеданса вода је чисто реална

- Средња снага која се преноси водом је

$$P(z) = \text{Re}(\underline{S}(z)) = \frac{|\underline{U}_i(z)|^2}{Z_c} \left(1 - |\underline{\rho}(z)|^2 \right) = P_i(z) - P_r(z)$$

јер је $\underline{\rho}(z) - \underline{\rho}(z)^*$ чисто имагинаран број

Стојећи таласи на воду

- У претходном изразу
 - $P_i(z) = |\underline{U}_i(z)|^2/Z_c$ је средња снага која се преноси инцидентним таласом
 - $P_r(z) = |\underline{U}_r(z)|^2/Z_c = |\underline{\rho}(z) \underline{U}_i(z)|^2/Z_c$ је средња снага која се преноси рефлектованим таласом
- **Важи суперпозиција средњих снага за инцидентни и рефлектовани талас**

Стојећи таласи на воду

- Раставимо импедансу на воду на реални и имагинарни део $\underline{Z}(z) = R(z) + jX(z)$
 - Реципрочна вредност импедансе је адмитанса, коју, такође, можемо раставити на реални и имагинарни део $\underline{Y}(z) = G(z) + jB(z)$
- Надаље ћемо изоставити ознаку за зависност од z -координате

Стојећи таласи на воду

- Дељењем импедансе \underline{Z} карактеристичном импедансом вода добија се нормализована импеданса

$$\underline{\zeta} = \frac{\underline{Z}}{Z_c} = \frac{R}{Z_c} + j \frac{X}{Z_c} = r + jx$$

- r је нормализована резистанса, а
 x нормализована реактанса на воду
- Нормализована адмитанса је

$$\underline{\eta} = \frac{\underline{Y}}{Y_c} = \frac{G}{Y_c} + j \frac{B}{Y_c} = g + jb$$

- g је нормализована кондуктанса, а
 b нормализована сусцептанса на воду

Стојећи таласи на воду

- Коефицијент рефлексије се сада може написати у облику

$$\underline{\rho} = \frac{\underline{\zeta} - 1}{\underline{\zeta} + 1} = \frac{1 - \underline{\eta}}{1 + \underline{\eta}}$$

- Везе између нормализоване импедансе, нормализоване адмитансе и коефицијента рефлексије су сада

$$\underline{\zeta} = \frac{1 + \underline{\rho}}{1 - \underline{\rho}}, \quad \underline{\eta} = \frac{1 - \underline{\rho}}{1 + \underline{\rho}}$$

Стојећи таласи на воду

- На основу израза $\underline{\zeta} = \frac{\underline{Z}}{Z_c} = \frac{R}{Z_c} + j\frac{X}{Z_c} = r + jx$ и $\underline{\rho} = \frac{\underline{\zeta} - 1}{\underline{\zeta} + 1} = \frac{1 - \underline{\eta}}{1 + \underline{\eta}}$ добија се квадрат апсолутне вредности коефицијента рефлексије

$$|\underline{\rho}|^2 = \frac{(r-1)^2 + x^2}{(r+1)^2 + x^2}$$

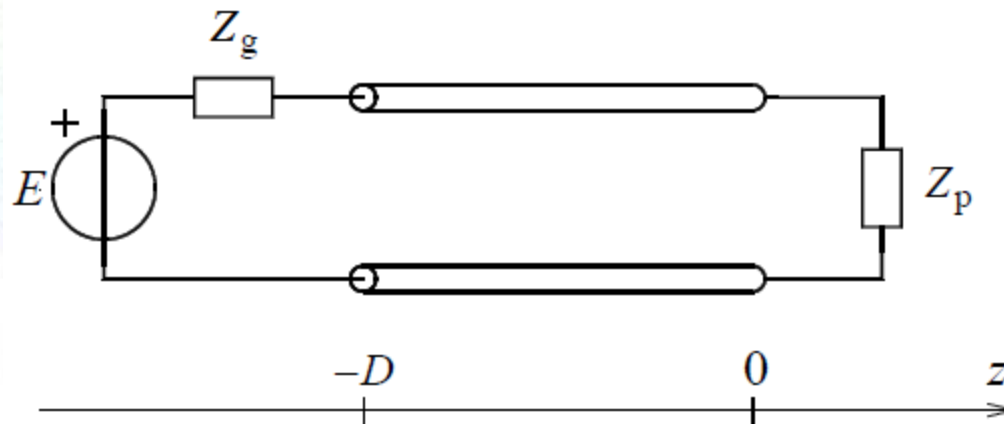
- Ако је $r > 0$, онда је $(r-1)^2 < (r+1)^2$, па је $|\underline{\rho}| < 1$
- Ако је $r = 0$, онда је $(r-1)^2 = (r+1)^2$, па је $|\underline{\rho}| = 1$
- Ако је $r < 0$, онда је $(r-1)^2 > (r+1)^2$, па је $|\underline{\rho}| > 1$

Стојећи таласи на воду

- За све пасивне пријемнике (тј. пријемнике код којих је $r \geq 0$), коефицијент рефлексије по модулу не може бити већи од 1
- Негативну резистансу могу имати неки активни елементи
 - Тада се добија да је рефлектовани талас “јачи” од инцидентног, а средња снага која се преноси ка пријемнику је негативна
 - Коло у коме се налазе такви активни елементи се понаша као појачавач или као осцилатор

Смитов дијаграм

- Посматраћемо вод без губитака, приказан на слици



Слика 3.5. Вод завршен пријемником.

- На основу релација $\underline{\rho} = \frac{\underline{\zeta} - 1}{\underline{\zeta} + 1} = \frac{1 - \underline{\eta}}{1 + \underline{\eta}}$, $\underline{\zeta} = \frac{1 + \underline{\rho}}{1 - \underline{\rho}}$ и $\underline{\eta} = \frac{1 - \underline{\rho}}{1 + \underline{\rho}}$ између коефицијента рефлексije и нормализоване импедансе (односно адмитансе) на воду постоји **билинеарна трансформација**

Смитов дијаграм

- Билинеарна трансформација пресликава праве и кругове из комплексне равни једне величине у праве или кругове у комплексној равни друге величине
 - На пример, праве $r = \text{const}$ у равни нормализоване импедансе (тј. праве дуж којих је резистанса константна, а реактанса узима све могуће вредности од $-\infty$ до $+\infty$) пресликавају се у кругове у равни коефицијента рефлексije
 - Ови кругови имају центар на позитивном делу реалне осе коефицијента рефлексije и сви пролазе кроз тачку $\rho = 1$

Смитов дијаграм

- За све пасивне пријемнике нормализована импеданса мора бити у десној полуравни или на имагинарној оси ($r \geq 0$)
 - Сви кругови у равни коефицијента рефлексије који одговарају правама $r = \text{const} > 0$ леже у унутрашњости јединичног круга (круга $|\rho| = 1$)
 - Јединични круг у равни коефицијента рефлексије одговара правој $r = 0$
 - Полуправе $x = \text{const}$ (при чему се r креће од 0 до $+\infty$) пресликавају се у кружне лукове, који леже у унутрашњости круга $|\rho| = 1$, а чији су центри на правој $\text{Re}(\rho) = 1$

Смитов дијаграм

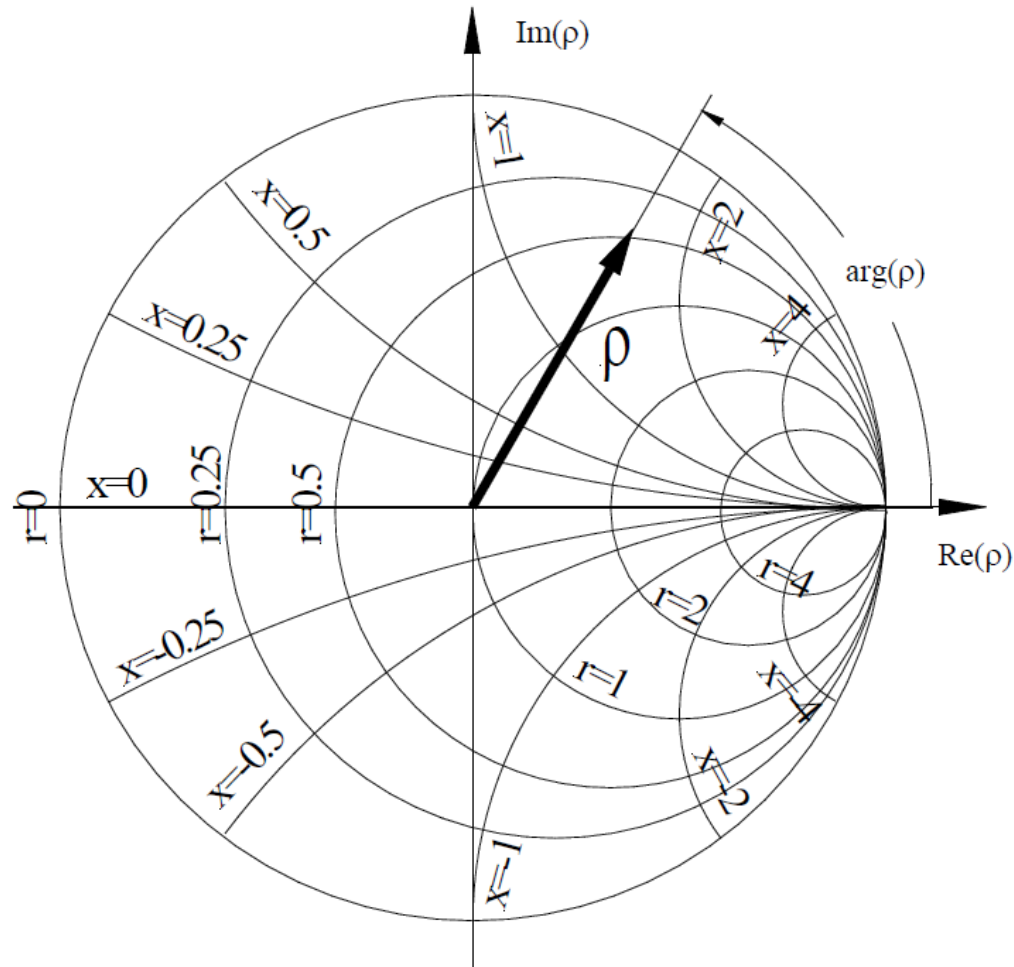
- Трансформацијом

$$\underline{\rho} = \frac{\underline{\zeta} - 1}{\underline{\zeta} + 1} = \frac{1 - \underline{\eta}}{1 + \underline{\eta}}$$

праве константне резистансе и полуправе константне реактансе пресликавају се у мрежу кругова и кружних лукова у равни коефицијента рефлексije

- Овакав дијаграм назива се **Смитовим дијаграмом**, и представља корисно помоћно средство у анализи и синтези микроталасних кола која садрже водове и таласоводе

Смитов дијаграм

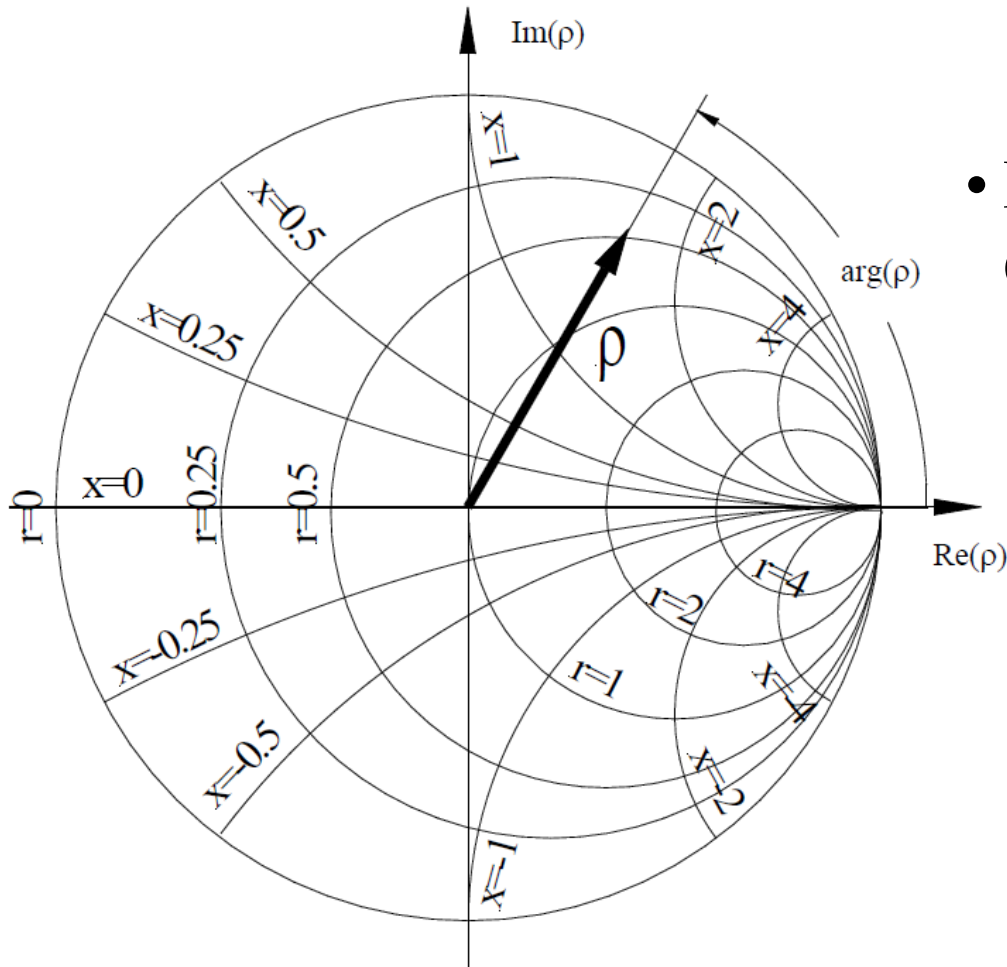


Слика 3.7. Скица Смитовог дијаграма.

Смитов дијаграм

- Из једначина $\underline{\rho} = \frac{\underline{\zeta} - 1}{\underline{\zeta} + 1} = \frac{1 - \underline{\eta}}{1 + \underline{\eta}}$, $\underline{\zeta} = \frac{1 + \underline{\rho}}{1 - \underline{\rho}}$ и $\underline{\eta} = \frac{1 - \underline{\rho}}{1 + \underline{\rho}}$ следи да свакој нормализованој импеданси одговара једна и само једна вредност коефицијента рефлексије, и обрнуто
- Помоћу Смитовог дијаграма може се лако одредити комплексни коефицијент рефлексије када је позната нормализована импеданса, и обрнуто

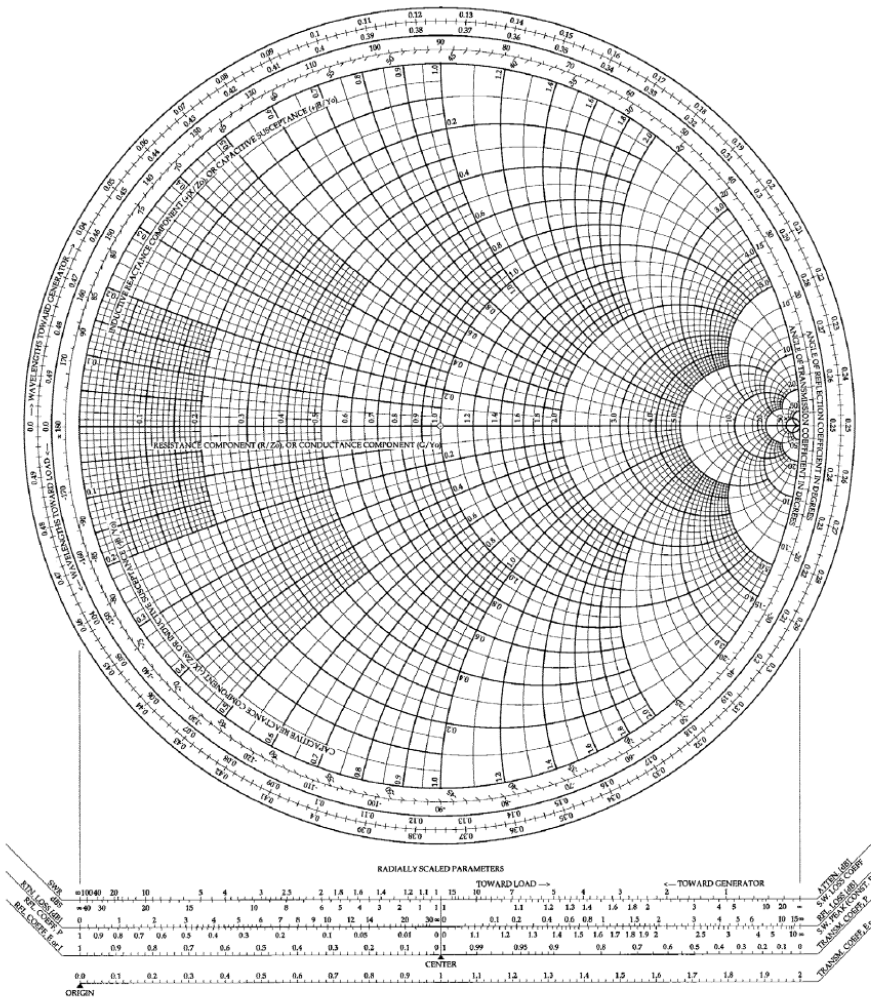
Смитов дијаграм



- Пример коришћења Смитовог дијаграма
 - Из нормализоване импедансе одредити комплексни коефицијент рефлексије
 - Из комплексног коефицијента рефлексије одредити нормализовану импедансу

Слика 3.7. Скица Смитовог дијаграма.

Смитов дијаграм



- Потпуни Смитов дијаграм има и помоћне скале
 - Могуће директно очитати модул и аргумент коефицијента рефлексије

Слика 3.8. Потпуни Смитов дијаграм.

Смитов дијаграм

- Помоћу Смитовог дијаграма се лако одређују импеданса у једном пресеку вода ако је позната импеданса у другом пресеку вода
- Из једначине

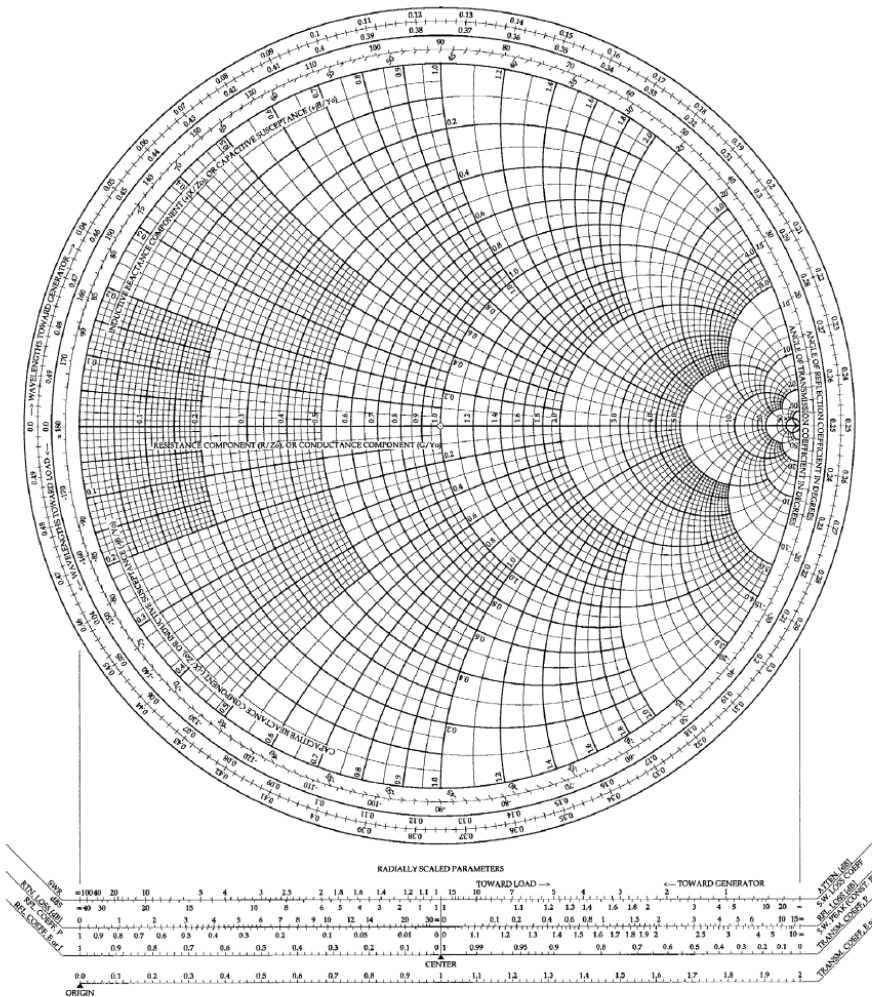
$$\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_0 \exp(2j\beta z)$$

следи да се померањем дуж вода мења само аргумент коефицијента рефлексије

Смитов дијаграм

- Померањем према генератору аргумент коефицијента рефлексije постаје све мањи
 - Тачка која одговара коефицијенту рефлексije у Смитовом дијаграму ротира (око координатног почетка) у смеру кретања казаљке на часовнику
 - Тачка опише пун круг при померању за једну половину таласне дужине, а пола круга при померању за једну четвртину таласне дужине
- Померањем према пријемнику коефицијент рефлексije ротира у смеру супротном од смера кретања казаљке на часовнику (тј. у математички позитивном смеру)
- На периферији Смитовог дијаграма налазе се две скале, избавдарене у нормализованим дужинама (тј. растојању мереном дуж z -осе, подељеном таласном дужином)
 - Оне олакшавају одређивање положаја ротираног коефицијента рефлексije

Смитов дијаграм



- Пример прерачунавања импедансе од једног пресека на воду до другог пресека на воду
 - Скицирати на табли два случаја
 - Померање према пријемнику
 - Померање према генератору

Слика 3.8. Потпуни Смитов дијаграм.

Смитов дијаграм

- Пресеци дуж система за вођење ЕМ таласа којима одговарају минимуму стојећег таласа напона на воду леже на негативном делу реалне осе у равни коефицијента рефлексије
 - У њима је нормализована импеданса чисто реална и мања од 1
- Тачке које одговарају максимуму стојећег таласа напона налазе се на позитивном делу реалне осе
 - У њима је нормализована импеданса чисто реална и већа од 1
- Нормализоване отпорности у минимуму и у максимуму стојећег таласа на воду су реципрочне, а нормализована отпорност у максимуму је једнака коефицијенту стојећег таласа на воду

$$r_{\max} = \frac{1}{r_{\min}} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} = \sigma$$

Смитов дијаграм

- Нормализована импеданса у пресеку $z \pm \lambda_g/4$ једнака је нормализованој адмитанси у пресеку z , јер се на основу $\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_0 \exp(2j\beta z)$ добија $\underline{\rho}(z \pm \lambda_g/4) = -\underline{\rho}(z)$, па је

$$\underline{\zeta}(z \pm \lambda_g/4) = \frac{1 + \underline{\rho}(z \pm \lambda_g/4)}{1 - \underline{\rho}(z \pm \lambda_g/4)} = \frac{1 - \underline{\rho}(z)}{1 + \underline{\rho}(z)} = \frac{1}{\underline{\zeta}(z)} = \underline{\eta}(z)$$

Смитов дијаграм

- Како померањем дуж вода за $\lambda_g/4$ коефицијент рефлексије ротира за тачно половину круга, из једначине

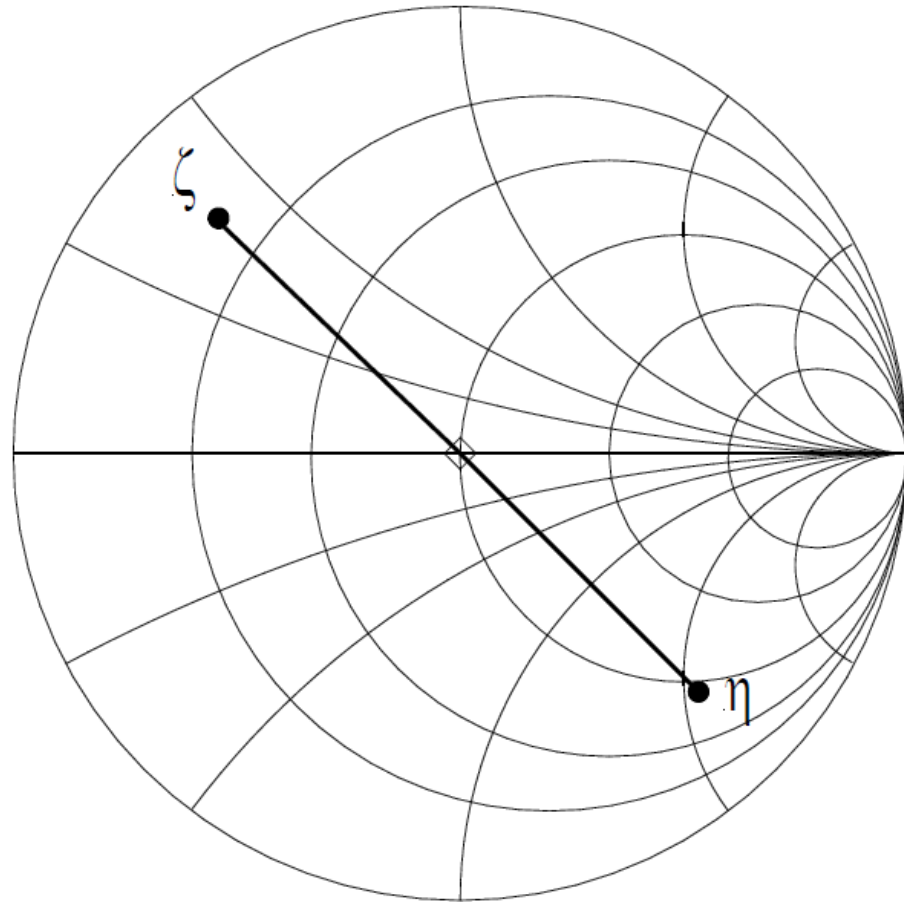
$$\underline{\zeta}(z \pm \lambda_g/4) = \frac{1 + \underline{\rho}(z \pm \lambda_g/4)}{1 - \underline{\rho}(z \pm \lambda_g/4)} = \frac{1 - \underline{\rho}(z)}{1 + \underline{\rho}(z)} = \frac{1}{\underline{\zeta}(z)} = \underline{\eta}(z)$$

проиилази да се нормализована адмитанса може добити из нормализоване импедансе једноставном ротацијом коефицијента рефлексије за 180°

Смитов дијаграм

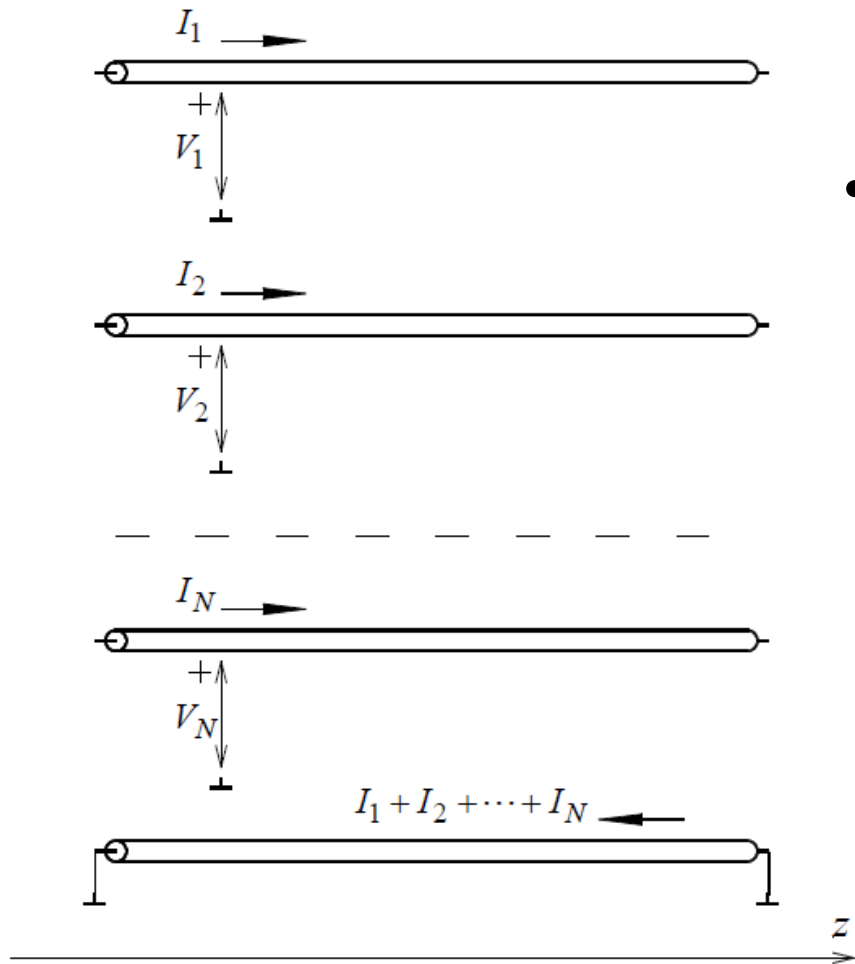
- Нормализована импеданса и адмитанса у једном пресеку вода леже на једној правој, на истом одстојању од центра Смитовог дијаграма, али са различитих страна координатног почетка
- Кругови $r = \text{const}$ у Смитовом дијаграму представљају истовремено и кругове $g = \text{const}$, а лукови $x = \text{const}$ представљају истовремено и лукове $b = \text{const}$, само што се при посматрању Смитовог дијаграма као дијаграма нормализоване адмитансе **аргумент коефицијента рефлексије разликује за 180° од вредности очитане са дијаграма**
 - Узимајући то у обзир, Смитов дијаграм се може применити и за прерачунавање између нормализоване адмитансе и коефицијента рефлексије
 - Већина софтвера и анализатора мрежа користи алтернативан поступак
 - Не ротира се коефицијент рефлексије, већ се ротирају кругови и лукови из Смитовог дијаграма

Смитов дијаграм



Слика 3.10. Веза између нормализоване импедансе и нормализоване адмитансе у Смитовом дијаграму.

Једначине за вишепроводничке водове



- Посматрао вод који има $N+1$ проводник, од којих су првих N проводника тзв. сигнални (“врући”), а последњи је референтни (заједнички, повратни) проводник (маса)

Једначине за вишепроводничке водове

- Једначине личе на једначине за двопроводнички вод, само су матричне уместо скаларне
- Примери таквих једначина су (за детаље видети уџбеник):
 - Једначине телеграфичара
 - Таласне једначине
- Решавањем таласних једначина (по напонима и струјама)
 - Добија се полином N -тог степена по γ^2
 - Постоји N комплексних корена по γ^2 (сваком корену одговарају две вредности по γ , које се разликују само по предзнаку)
 - Једна од тих вредности одговара таласу који се простире у смеру z -осе, а друга таласу који се простире у супротном смеру
 - Свакој вредности γ одговара по једно решење за напоне и струје (са тачности мултипликативне константе)

Једначине за вишепроводничке водове

- У општем случају дуж вода са N сигналних проводника може се простирати N различитих типова таласа, од којих сваки има свој коефицијент простирања γ
 - Ти таласи називају се **модови**
 - У случају када водови имају нехомоген диелектрик, фазне брзине појединих модова **се могу знатно разликовати**
- За детаље погледати уџбеник ...

Кола за прилагођење

- Ако се пријемник комплексне импедансе \underline{Z} прикључи на генератор електромоторне силе \underline{U}_0 и комплексне импедансе $\underline{Z}_g = R_g + jX_g$, средња снага пријемника ће бити максимална ако је $\underline{Z} = \underline{Z}_g^*$, односно ако је пријемник прилагођен на генератор
- Тада је средња снага пријемника једнака

$$P_p = \frac{|\underline{U}_0|^2}{4R_g}$$

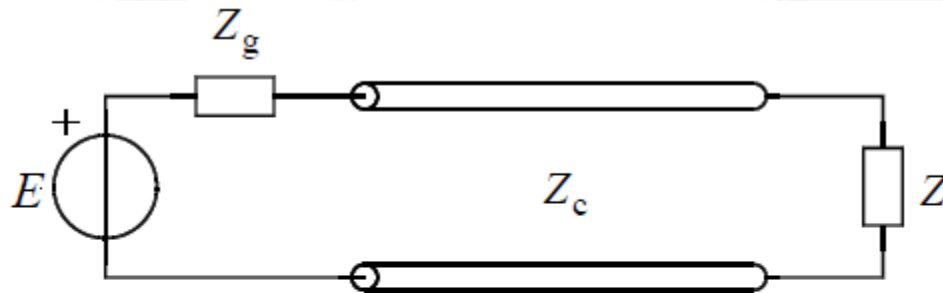
и представља расположиву снагу генератора

Кола за прилагођење

- У микроталасним колима постизање прилагођења по снази је веома важно, мада је потпуно прилагођење тешко постићи
 - У колима малих снага (на пример, у пријемнику, где су снаге на улазу реда величине μW) неприлагођење може погоршати однос сигнал-шум
 - У колима великих снага (на пример, на излазу снажног радарског предајника, где снага у импулсу може бити и реда величине MW) неприлагођење може довести до поремећаја рада активних елемената (нестабилност снаге или учестаности), или до непотребних губитака врло скупе микроталасне енергије

Кола за прилагођење

- Микроталасни генератор и пријемник су врло ретко повезани директно, већ се веза остварује водом или таласоводом (на слици је приказана веза водом)
- Анализа кола која следи изведена је за водове, али у потпуности важи и за таласоводе ако се они третирају помоћу еквивалентних водова

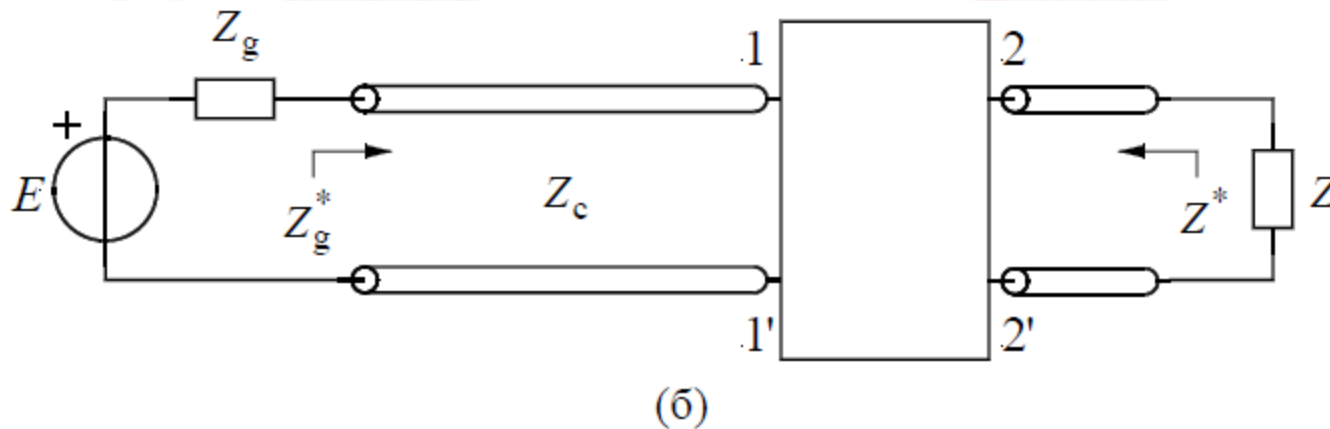


(a)

Слика 3.12. (а) Веза генератора и пријемника водом. (б) Прилагођење по снази генератора и пријемника. (в) Прилагођење генератора и пријемника на вод.

Кола за прилагођење

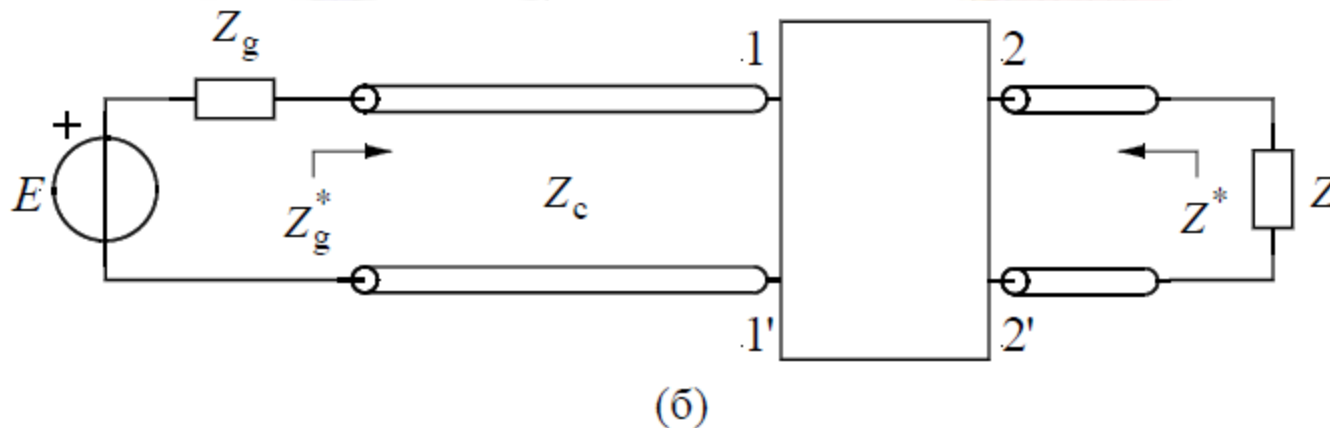
- Прилагођење пријемника на генератор може се остварити колом (са реактивним елементима) уметнутим било где у вод, као што је приказано на слици
- Обично је технички најједноставније да се такво коло постави у околини једног краја вода



Слика 3.12. (а) Веза генератора и пријемника водом. (б) Прилагођење по снази генератора и пријемника. (в) Прилагођење генератора и пријемника на вод.

Кола за прилагођење

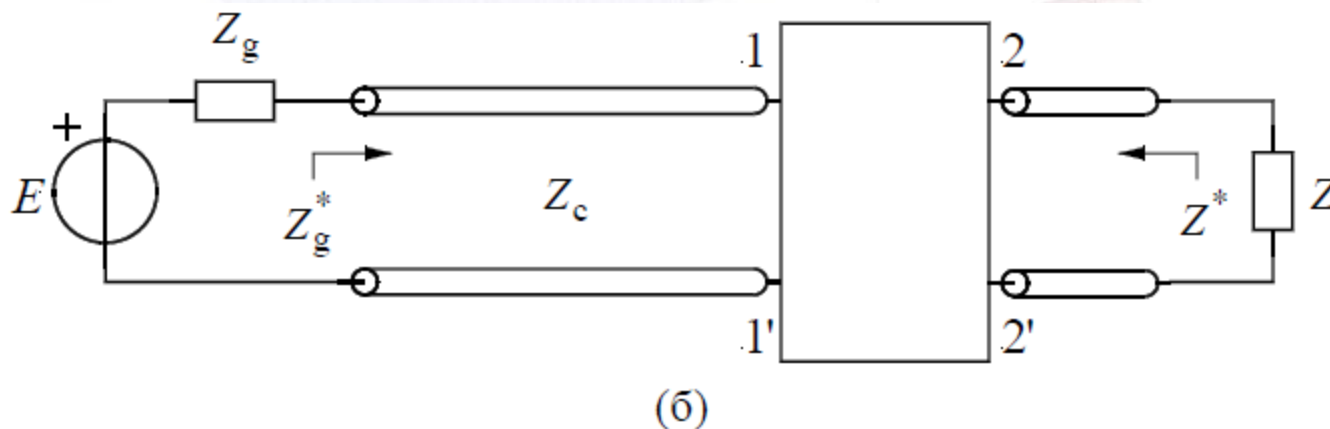
- Коло за прилагођење треба да оствари да се, на пример, у пресеку 1-1' гледано улево и удесно виде коњуговано-комплексне импедансе
 - Импеданса гледана улево (од пријемника) није једнака, у општем случају, импеданси генератора Z_g , већ импеданси генератора пресликаној дуж одговарајуће секције вода



Слика 3.12. (а) Веза генератора и пријемника водом. (б) Прилагођење по снази генератора и пријемника. (в) Прилагођење генератора и пријемника на вод.

Кола за прилагођење

- Уколико је прилагођење постигнуто у пресеку 1-1', онда прилагођење постоји и у било ком другом пресеку вода (ако су губици у воду занемарљиво мали), укључујући и пресек 2-2'



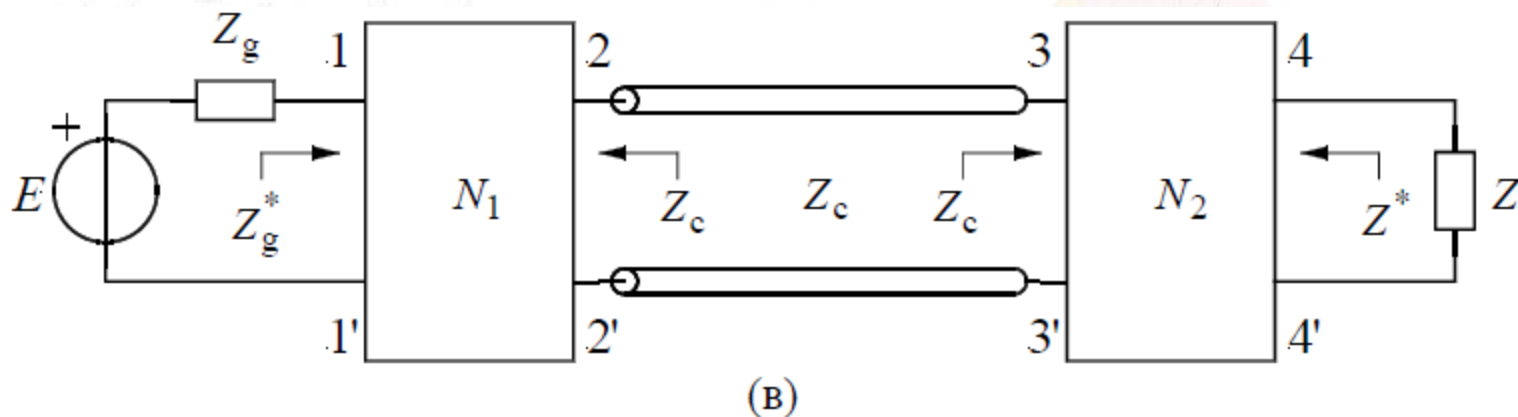
Слика 3.12. (а) Веза генератора и пријемника водом. (б) Прилагођење по снази генератора и пријемника. (в) Прилагођење генератора и пријемника на вод.

Кола за прилагођење

- Прилагођење са претходне слике има неколико недостатака:
 - Дужине водова лево и десно од кола за прилагођење **морају бити фиксне**
 - У противном, мењају се пресликане импедансе генератора и пријемника, па долази до неприлагођења
 - Коло за прилагођење представља **неприлагођење за вод**
 - Импеданса гледана у коло за прилагођење је различита од карактеристичне импедансе вода
 - Неприлагођење (на вод) постоји и на крајевима вода
 - Импедансе генератора и пријемника различите су од Z_c
 - Због тога при преносу модулисаних сигнала (на пример, импулсно амплитудски модулисаног носиоца код радарског сигнала) долази до вишеструких рефлексија на воду, што има за последицу изобличење сигнала
 - (Као што ће бити показано) Максимална снага која се може преносити водом (или таласоводом) мања је σ пута ако постоји неприлагођење него ако је вод прилагођен

Кола за прилагођење

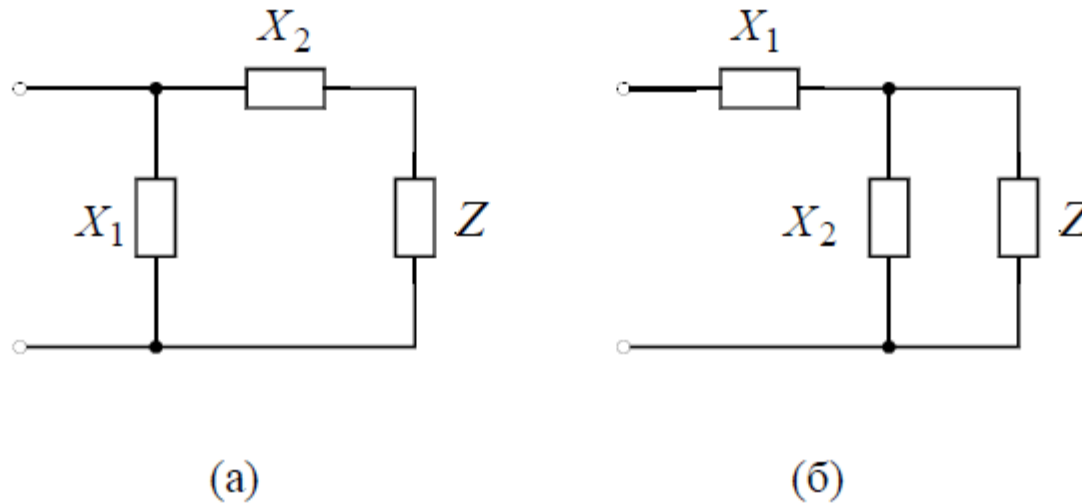
- Због тога се прилагођење обично остварује као што је приказано на слици
 - На сваком крају вода прилагођава се импеданса прикључног елемента (генератор, односно пријемник) на вод
 - Тиме се истовремено спречавају рефлексије на воду и постиже прилагођење по снази



Слика 3.12. (а) Веза генератора и пријемника водом. (б) Прилагођење по снази генератора и пријемника. (в) Прилагођење генератора и пријемника на вод.

Кола за прилагођење (1)

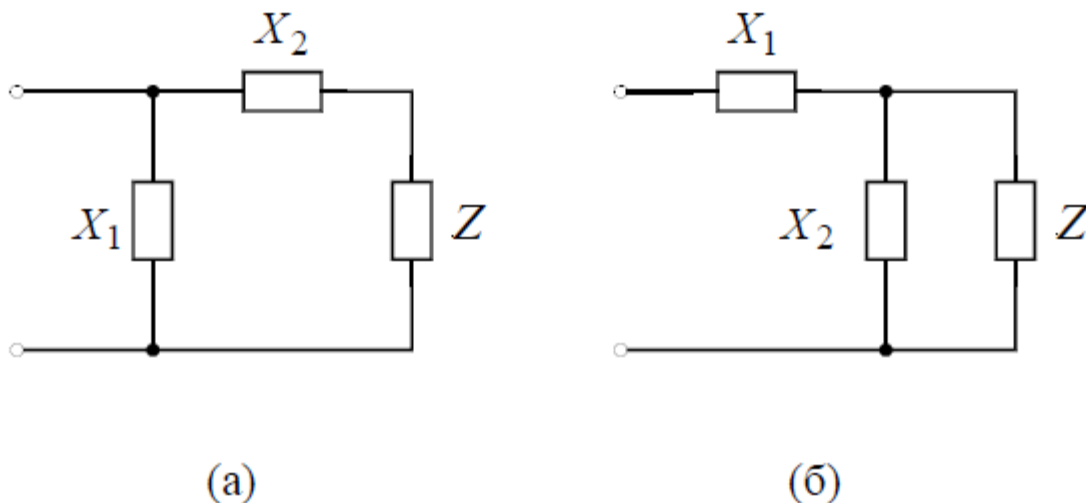
- Најједноставније коло за прилагођење састоји се од једног редно и једног паралелно везаног дискретног реактивног елемента



Слика 3.13. Две варијанте кола за прилагођење импедансе Z дискретним елементима.

Кола за прилагођење (1)

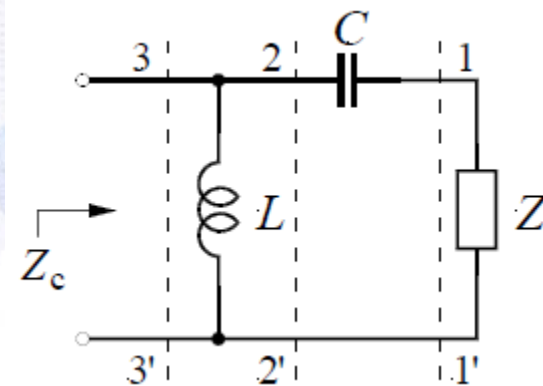
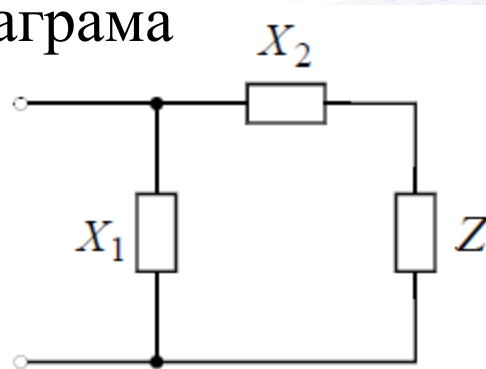
- Реактивни елементи могу бити калемови или кондензатори у дискретној техници, али се могу реализовати и у техници водова помоћу огранака (кратко спојених или отворених на другом крају)
- Реактивни елементи могу бити везивани на два начина



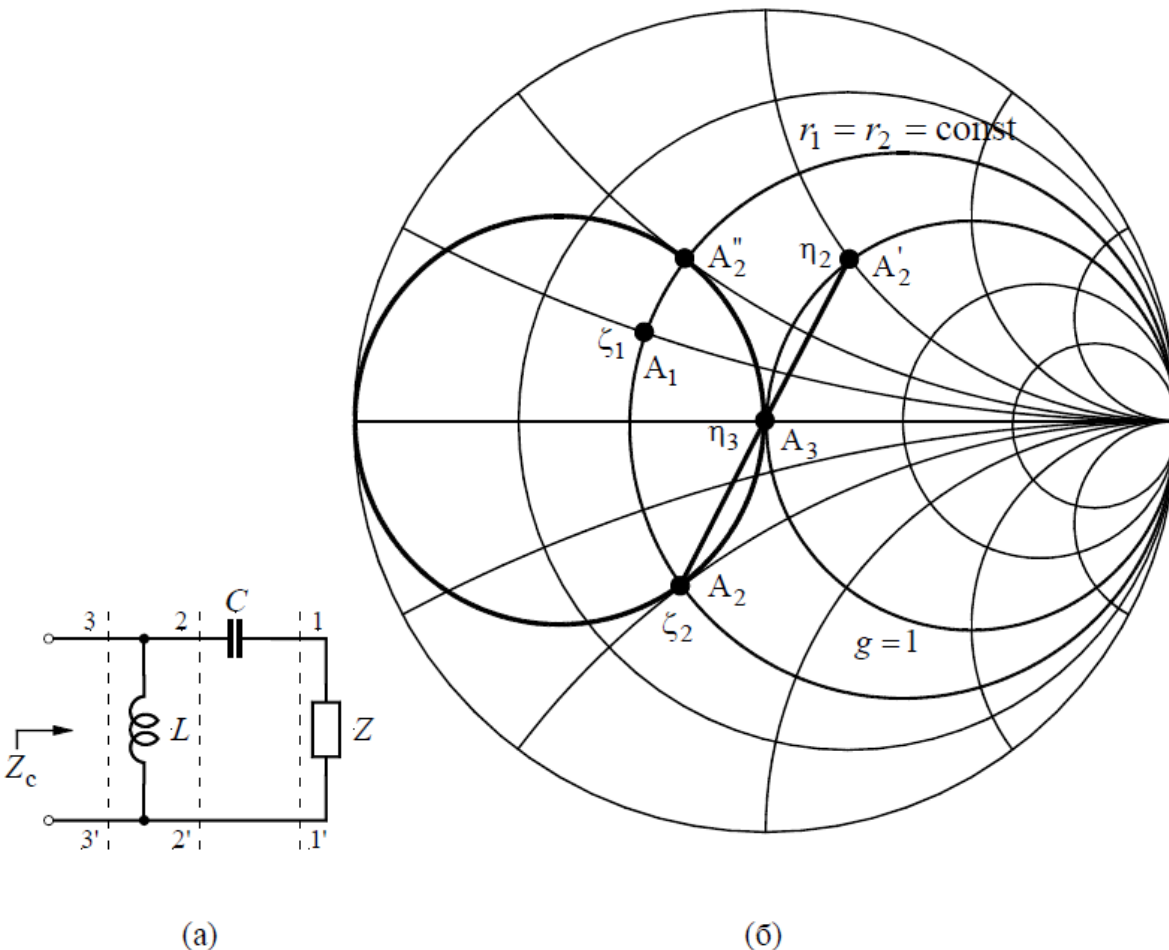
Слика 3.13. Две варијанте кола за прилагођење импедансе Z дискретним елементима.

Кола за прилагођење (1)

- Као пример, анализираћемо случај када задату импедансу $\underline{Z}=R+jX$ треба прилагодити на вод карактеристичне импедансе Z_c колом приказаним на левој слици
- Учестаност је f
- Нека су реактивни елементи калем и кондензатор, као што је приказано на десној слици
- Иако се задатак може решити аналитички, показаћемо како се елементи кола за прилагођење могу одредити применом Смитовог дијаграма



Кола за прилагођење (1)

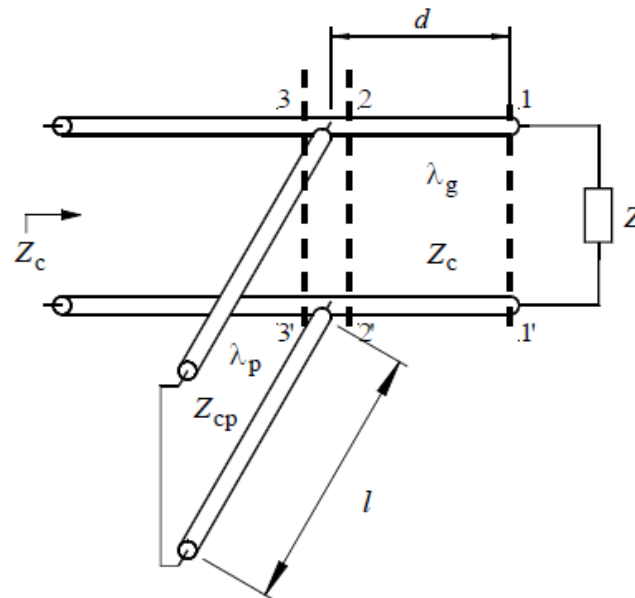


- Све импедансе нормализујемо на Z_c
- Све адмитансе нормализујемо на Y_c
- У општем случају постоје два решења
- Уколико је нормализована импеданса \underline{z} (тачка A_1) унутар круга $r = 1$, мора се користити друга топологија

Слика 3.14. (а) Коло за прилагођење са две реактансе и (б) Смитов дијаграм уз прорачун кола.

Кола за прилагођење (2)

- Друго коло за прилагођење састоји се од **огранка вода**, дужине l и карактеристичне импедансе Z_{cp} , који је везан паралелно “главном” воду (карактеристичне импедансе Z_c) на одстојању d од пријемника комплексне импедансе Z , који треба прилагодити на “главни” вод

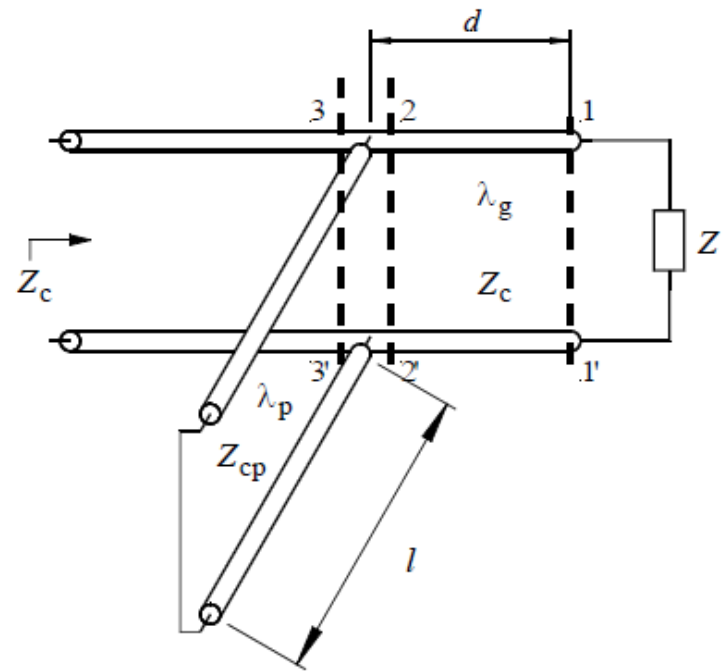


(a)

Слика 3.15. (а) Коло за прилагођење са једним огранком и
(б) Смитов дијаграм уз прорачун кола.

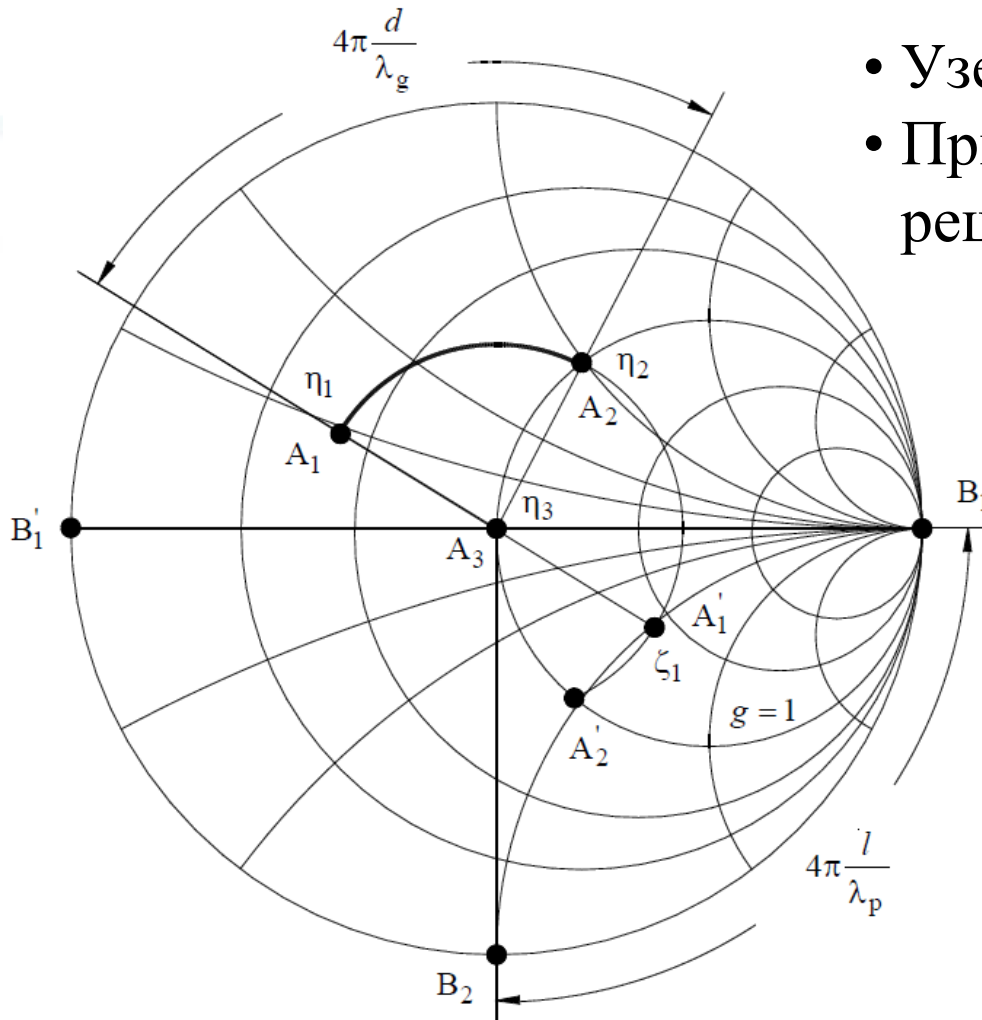
Кола за прилагођење (2)

- Огранак, у суштини, представља само реактансу убачену паралелно у “главни” вод
 - Огранак може бити на свом другом крају кратко спојен (што је уобичајено за коаксијалне водове и једино могуће за таласоводе) или отворен (што је чест случај за штампане водове)
- Сматрамо да су губици у водовима занемарљиво мали

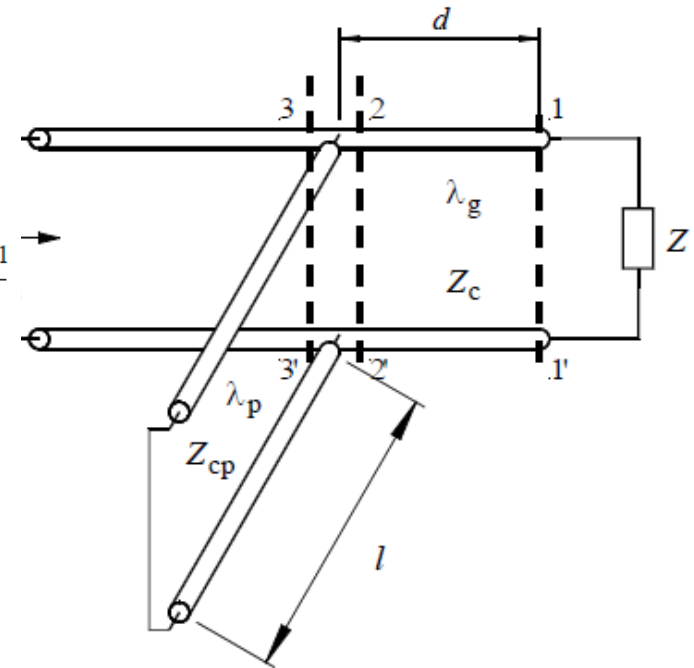


Слика 3.15. (а) Коло за прилагођење са једним огранком и (б) Смитов дијаграм уз прорачун кола.

Кола за прилагођење (2)



- Узећемо да је $Z_c = Z_{cp}$
- Приметити да постоји безброј решења

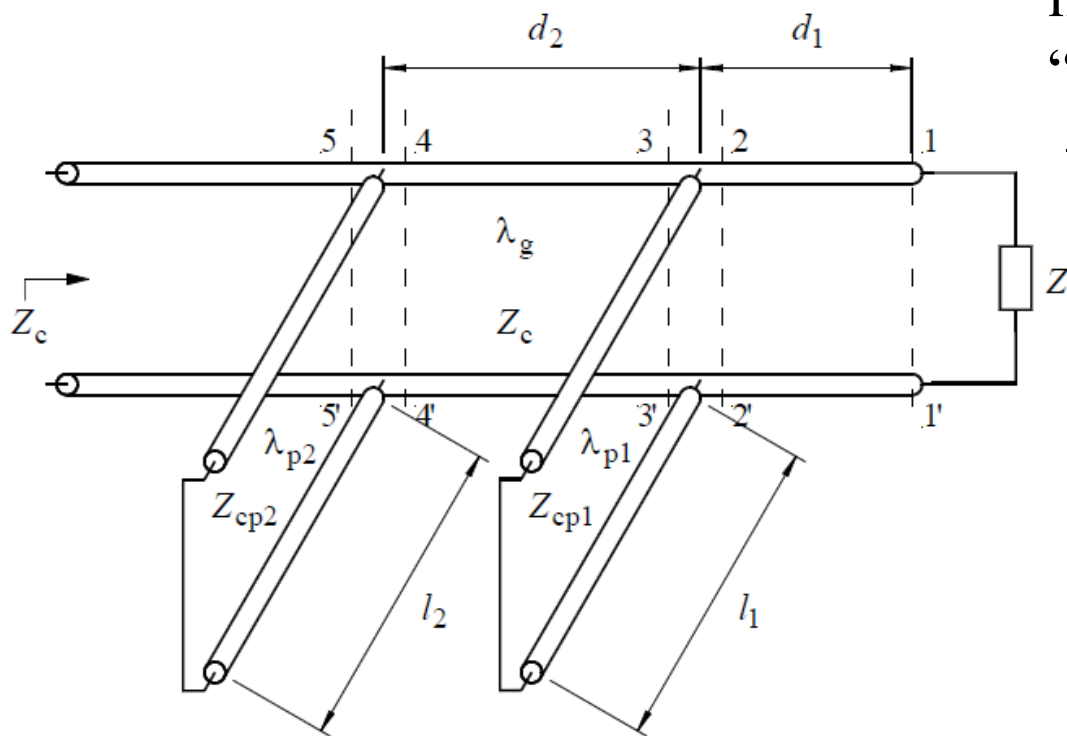


3.15. (а) Коло за прилагођење са једним огранком и
(б) Смитов дијаграм уз прорачун кола. 84/149

Кола за прилагођење (2)

- Дуално коло за прилагођење претходно приказаном колу може се остварити уметањем реактансе (у виду огранка вода) редно у “главни” вод
 - Реализација оваквог кола је обично технички сложенија и ретко се користи

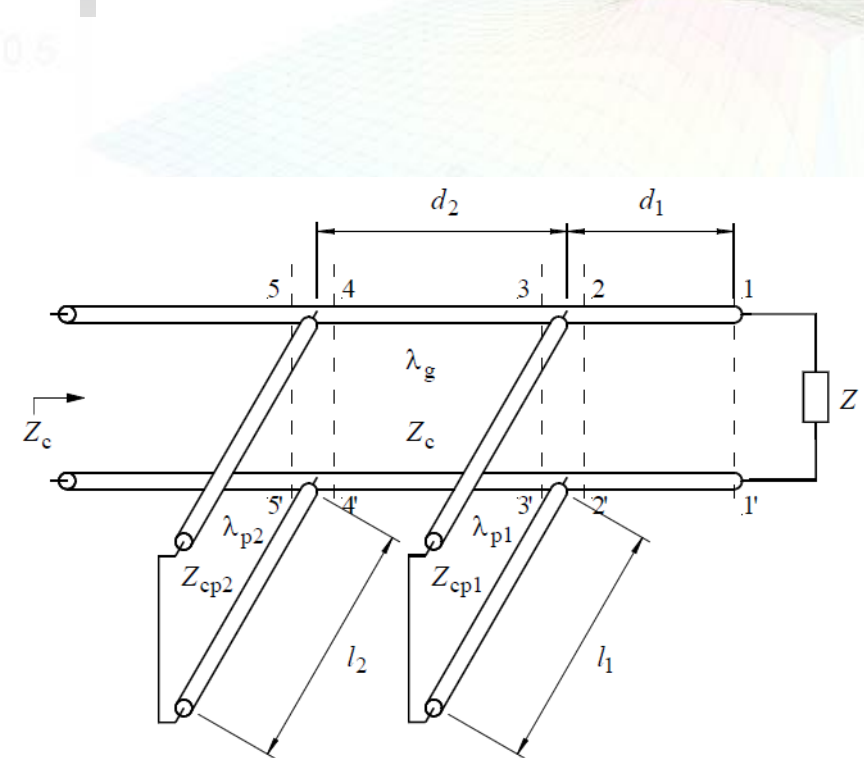
Коло за прилагођење (3)



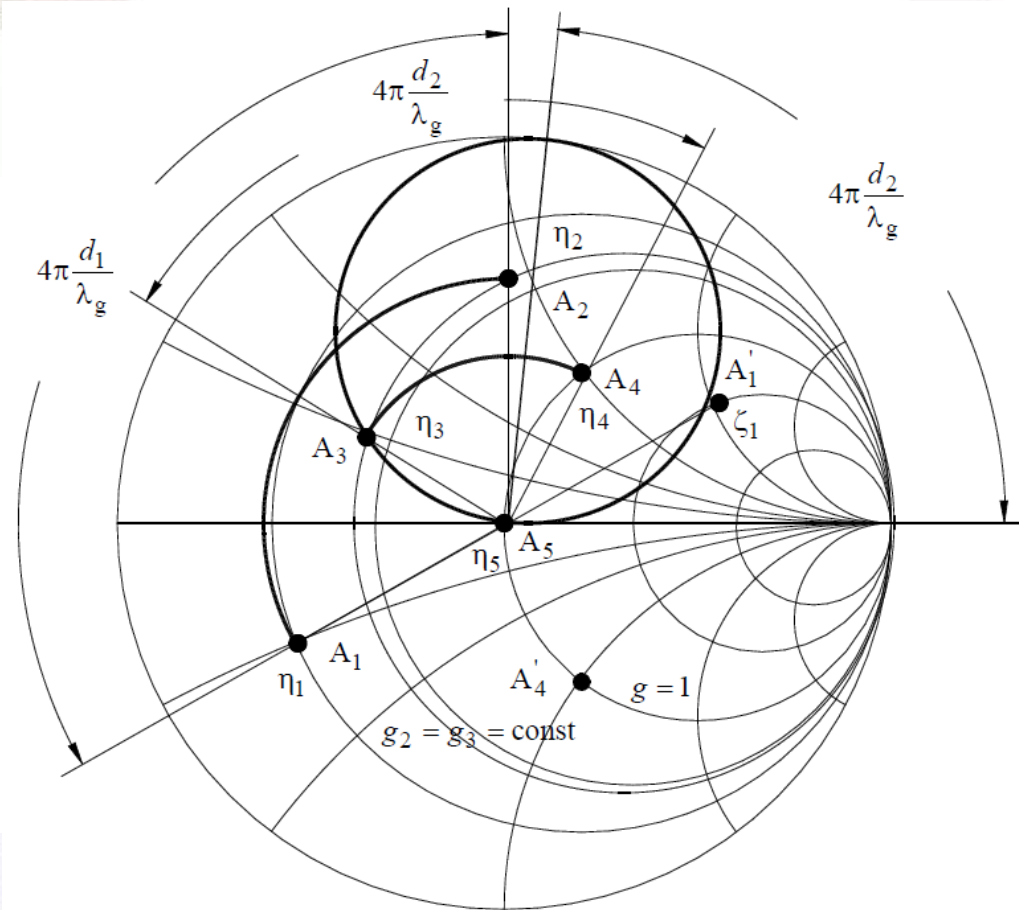
- Треће коло за прилагођење састоји се од два огранка прикључена паралелно “главном” воду
 - Најчешће су дужине d_1 и d_2 **фиксне** (из конструкционих разлога), а потребно је одредити дужине огранака l_1 и l_2 како би се пријемник комплексне импедансе Z прилагодио на “главни” вод, карактеристичне импедансе Z_c

Слика 3.16а. Коло за прилагођење са два огранка.

Кола за прилагођење (3)



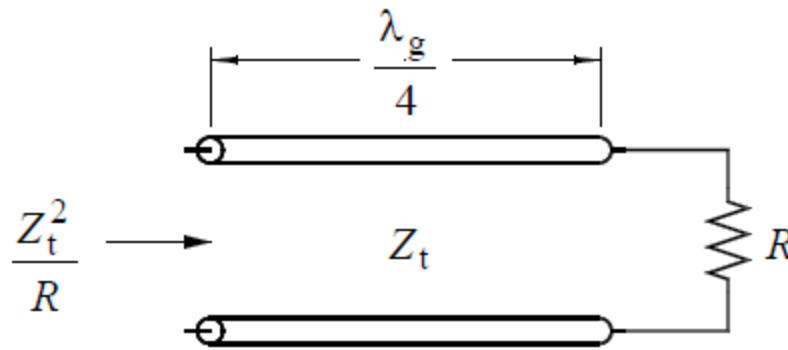
Слика 3.16а. Коло за прилагођење са два огранка.



Слика 3.16б. Смитов дијаграм уз прорачун кола са слике 3.16а.

Кола за прилагођење (4)

- Четврто коло за прилагођење је четвртталасни трансформатор (импедансе)
 - Састоји се од секције вода, дужине $\lambda_g/4$ и карактеристичне импедансе Z_t
 - Оваквим водом отпорност R може се пресликати на отпорност Z_c , односно отпорник отпорности R може се прилагодити на вод карактеристичне импедансе Z_c



Слика 3.17. Четвртталасни трансформатор.

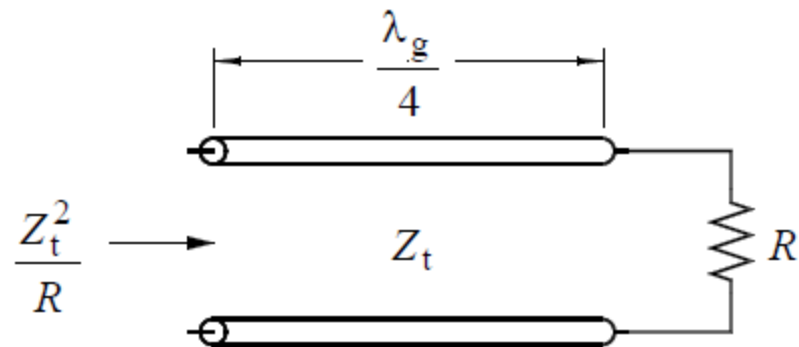
Кола за прилагођење (4)

- Полазећи од израза за импедансу која се види дуж вода карактеристичне импедансе Z_c затвореног потрошачем импедансе \underline{Z}_p ,

$$\underline{Z}(z) = Z_c \frac{\underline{Z}_p - jZ_c \tan(\beta z)}{Z_c - j\underline{Z}_p \tan(\beta z)}$$

уврштавањем $\beta z = -\pi/2$, $Z_c = Z_t$ и $\underline{Z}_p = R$, за импедансу која се види на улазу четвртталасног трансформатора добијамо

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{Z_t^2}{R}$$



Слика 3.17. Четвртталасни трансформатор.

Кола за прилагођење (4)

- Изједначавањем израза

$$\underline{Z}_{ul} = \frac{Z_t^2}{R}$$

са Z_c , добијамо израз за карактеристичну импедансу четвртталасног трансформатора

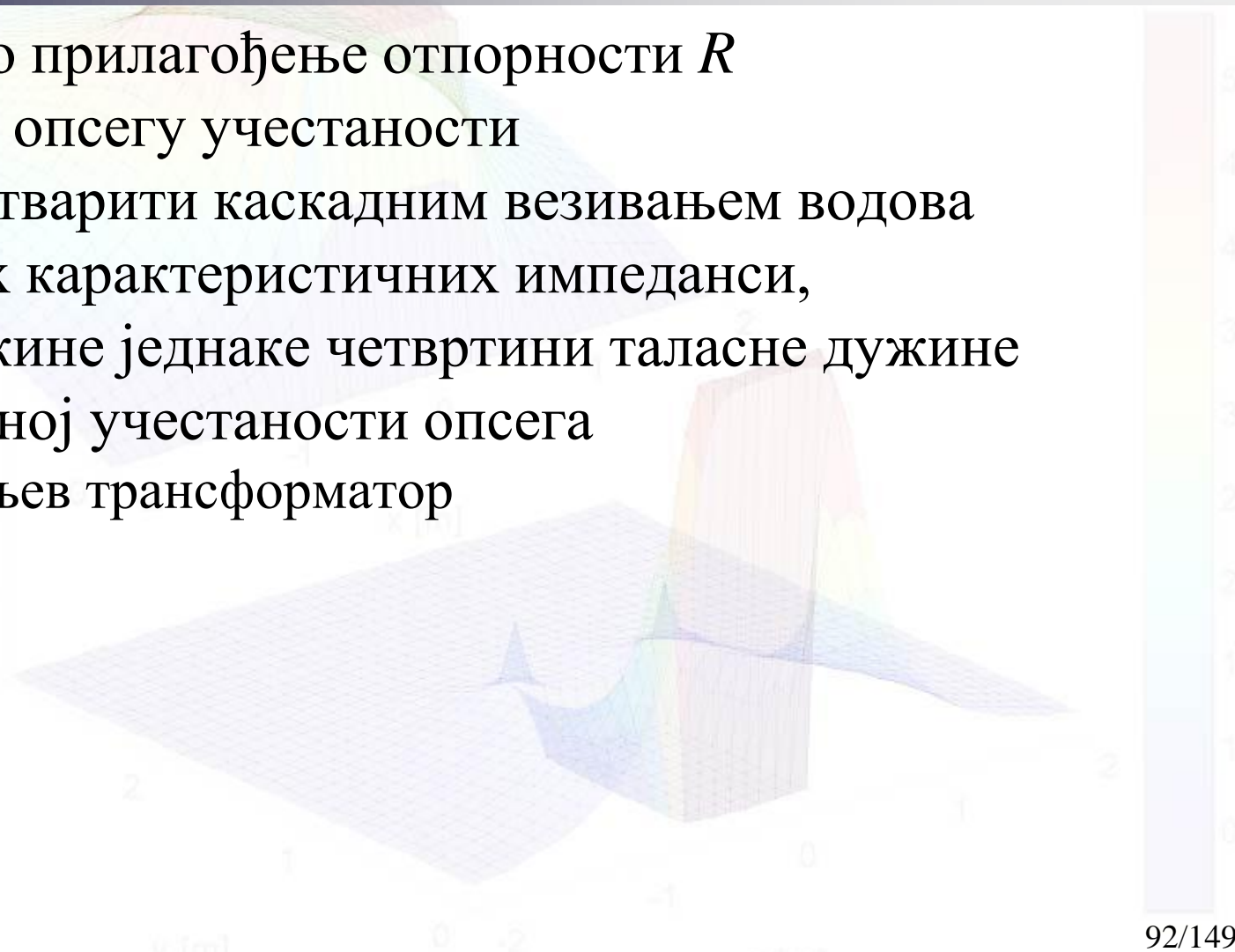
$$Z_t = \sqrt{RZ_c}$$

Кола за прилагођење (4)

- Ако је, уместо отпорности R , потребно прилагодити комплексну импедансу \underline{Z} , онда се паралелно тој импеданси може везати огранак који ће компензовати сусцептансу, тако да се паралелна веза огранка и импедансе \underline{Z} понаша као чиста отпорност
- Друга могућност је уметање секције вода између \underline{Z} и трансформатора
 - Дужина вода се бира тако да се импеданса \underline{Z} преслика у чисту отпорност

Кола за прилагођење (4)

- Квалитетно прилагођење отпорности R у широком опсегу учестаности може се остварити каскадним везивањем водова различитих карактеристичних импеданси, чије су дужине једнаке четвртини таласне дужине на централној учестаности опсега
–Чебишевљев трансформатор



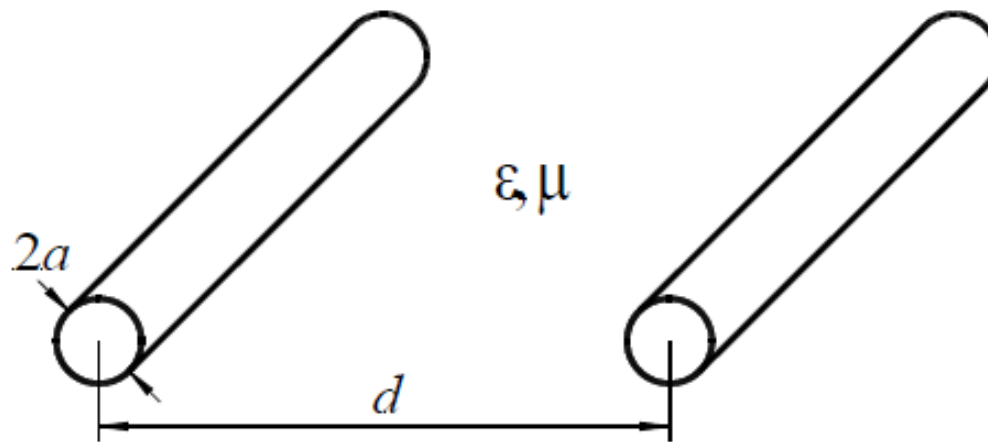
Особине неких двопроводничких водова са TEM таласима

- Симетрични двожични вод
- Оклопљени двожични вод
- Коаксијални вод
 - Конектори
 - Мерни водови
 - Прелази (симетризатори)



Симетрични двожични вод

- Полупречник проводника је a
- Одстојање између оса проводника је d
- Остатак простора испуњен је линеарним хомогеним диелектриком параметара средине ϵ и μ



Слика 3.18. Симетрични двожични вод.

Симетрични двожични вод

- Карактеристична импеданса вода је

$$Z_c = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left(\frac{d}{2a} + \sqrt{\left(\frac{d}{2a} \right)^2 - 1} \right)$$

- Сматрајући да је вод танак (тј. да важи $d \gg a$) и да је $\mu = \mu_0$ карактеристична импеданса вода је приближно

$$Z_c \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left(\frac{d}{a} \right) \approx \frac{120\Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \left(\frac{d}{a} \right)$$

Симетрични двожични вод

- Подужна отпорност вода је

$$R' = \frac{R_s}{\pi a} \frac{2 \frac{d}{a}}{\sqrt{\left(2 \frac{d}{a}\right)^2 - 1}}$$

– За танак вод ($d \gg a$) подужна отпорност вода је

$$R' \approx \frac{R_s}{\pi a}$$

Симетрични двожични вод

- Ако се занемари слабљење у диелектрику, онда је коефицијент слабљења вода $\alpha = R'/(2Z_c)$
 - Коефицијент слабљења опада са порастом карактеристичне импедансе
 - Коефицијент слабљења опада са порастом растојања d
 - Повећање растојања d доводи до пораста губитака услед зрачења
 - Реални водови никада нису униформни и имају дисконтинуитете (почетак, крај, савијутке и слично)
 - Сваки дисконтинуитет доприноси губицима услед зрачења
 - Ако је растојања d велико, поље вода може бити значајно у великом делу простора, у коме се могу наћи објекти у којима постоје додатни губици

Симетрични двожични вод

- Сувише велико растојање d може довести и до других техничких проблема (носачи проводника и слично)
- Мора се направити компромис што се тиче избора одстојања d
 - Снага губитака услед зрачења сразмерна је учестаности, па се при вишим учестаностима мора узети мање d
 - Коефицијент слабљења се може донекле смањити повећањем полупречника проводника a
 - Полупречник a се практично не може произвољно повећавати, јер би то изискивало много материјала за израду проводника, било би скупо и механички непогодно

Симетрични двожични вод

- У старијим применама ваздушних двожичних водова у телефонији, при нижим учестаностима, као најпогоднији са гледишта слабљења су узимани водови карактеристичне импедансе 600Ω
 - Стога је ова импеданса и узета за стандардну у телефонији
 - Данас се у телефонији од двожичних водова користе практично само упредени двожични водови (парице), и то за мања одстојања
 - Њихова карактеристична импеданса је реда величине 100Ω

Симетрични двожични вод

- У класичној телефонији коефицијент слабљења вода се поправља убацивањем редних концентрисаних индуктивности на одређеним деоницама вода (Пупинови калемови)
 - То је еквивалентно повећању подужне индуктивности вода (наравно, при нижим учестаностима), а тиме повећању карактеристичне импедансе вода и смањењу коефицијента слабљења
- Оваквим поступком се од вода прави нископропусни филтар
 - Пупинови калемови су данас напуштени, а постојеће парице користе се за мултиплексирани пренос сигнала широког спектра (до око 1 MHz)

Симетрични двожични вод

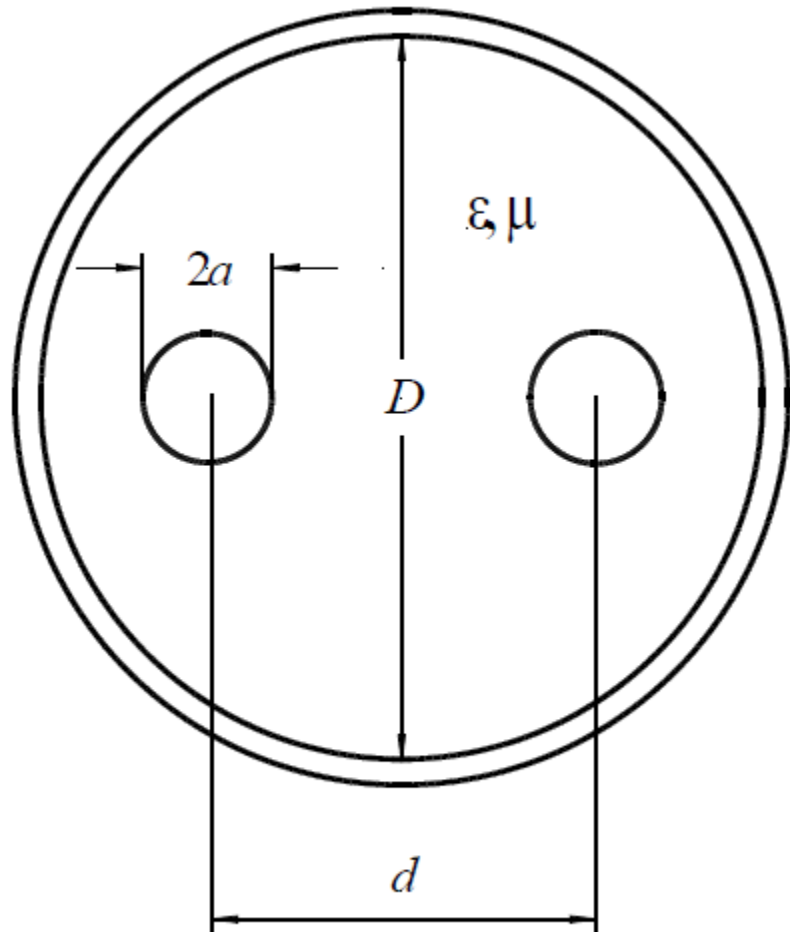
- Двожични водови се примењују као напојни водови за симетричне антене (симетричне диполе, јаги-антене итд.), при учестаностима до око 500 MHz
 - Опсег примене двожичних водова незнатно задире у област микроталаса
 - Стандардне импедансе оваквих напојних водова су 240 Ω и 300 Ω
 - Ова друга импеданса (300 Ω) је стандардна за комерцијалне двожичне водове (за ТВ и радио антене), који имају нехомоген диелектрик (проводници вода су обавијени диелектриком, који служи као носач, обезбеђујући потребно растојање између проводника, и заштиту проводника, а у остатку простора је ваздух)

– **Једначина**

$$Z_c = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left(\frac{d}{2a} + \sqrt{\left(\frac{d}{2a}\right)^2 - 1} \right) \approx \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \left(\frac{d}{a} \right) \approx \frac{120\Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \left(\frac{d}{a} \right)$$

се не може више применити

Оклопљени двожични вод



- Полупречник двожичних проводника је a
- Одстојање између оса проводника је d
- Пречник оклапајућег проводника је D
- Унутрашњост оклапајућег проводника испуњена је линеарним хомогеним диелектриком параметара средине ϵ и μ

Оклопљени двожични вод

- Састоји се од два жичана проводника обавијена проводним оклопом који штити вод од утицаја околине
- Овакав вод се често примењује у такозваном балансном режиму, у коме су потенцијали жичаних проводника (у односу на масу) истих апсолутних вредности, али супротног знака
- Карактеристична импеданса оваквог вода је

$$Z_c = \frac{120\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \left(\ln \left(2p \frac{1-q^2}{1+q^2} \right) - \frac{1+4p^2}{16p^2} (1-4q^2) \right)$$

при чему је

$$p = \frac{d}{2a}$$

$$q = \frac{d}{D}$$

Оклопљени двожични вод

- Подужна отпорност оваквог вода је

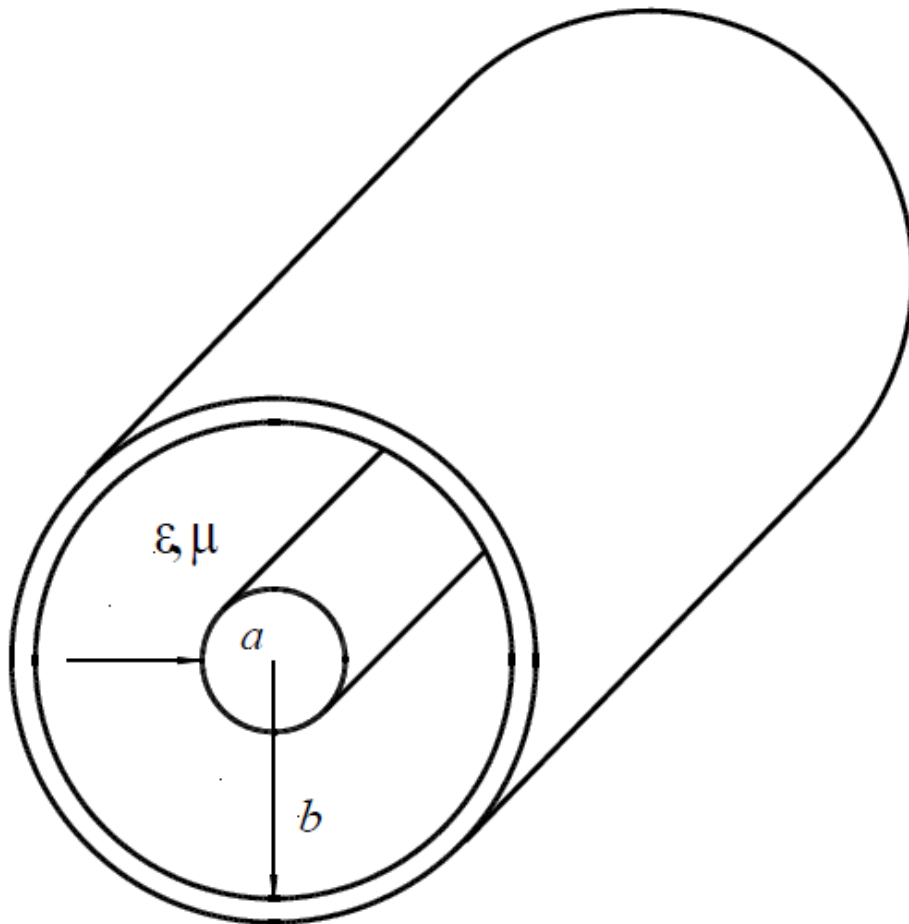
$$R' = \frac{R_s}{\pi a} \left(1 - \frac{1 - 2p^2}{4p^4} (1 - 4q^2) \right) - \frac{8R_s}{\pi D} \left(1 + q^2 - \frac{1 + 4p^2}{8p^4} \right)$$

при чему је

$$p = \frac{d}{2a} \quad q = \frac{d}{D}$$

- Као и обични двожични вод, оклопљени двожични вод се користи претежно при учестаностима испод микроталасних, или у доњем делу микроталасног опсега

Коаксијални вод



- Полупречник унутрашњег проводника је a
- Унутрашњи полупречник спољашњег проводника је b
- Унутрашњост је испуњена линеарним хомогеним диелектриком параметара средине ϵ и μ

Слика 3.20. Коаксијални вод.

Коаксијални вод

- Коаксијални вод се често користи у микроталасној техници
 - Користи се за пренос сигнала између микроталасних кола и уређаја
 - Користи се и као елемент кола (на пример, као резонатор)
- Најчешће се користи при учестаностима до неколико десетина GHz
- При нижим учестаностима се дуж коаксијалних водова могу простирати само TEM таласи
 - При вишим учестаностима, поред TEM таласа, могу се простирати и виши типови таласа (TE и TM)
 - Најнижа критична учестаност виших типова таласа (за TE₁₁ тип таласа) је приближно она при којој је средњи обим проводника вода $\pi(a+b)$, једнак таласној дужини TEM таласа који се простире дуж вода

Коаксијални вод

- Карактеристична импеданса коаксијалног вода је

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a}$$

- Ако је $\mu = \mu_0$ (што је врло чест случај у пракси) карактеристична импеданса је

$$Z_c \approx \frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

Коаксијални вод

- Осим при сасвим високим учестаностима, или за врло лоше диелектрике, губици у проводницима су знатно већи од губитака у диелектрику
- Коефицијент слабљења због губитака у проводницима је $\alpha_p = R'/(2Z_c)$, при чему је подужна отпорност коаксијалног вода

$$R' = \frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

- Код водова код којих су проводници начињени од уплетених жица, подужна отпорност је, типично, за 20% већа него код водова са проводницима цилиндричног облика, за које је формула за подужну отпорност дата изнад

Коаксијални вод

- Ред величине слабљења коаксијалних водова при **1GHz** је **0,1 dB/m**
- Слабљење је сразмерно квадратном корену из учестаности (при вишим учестаностима, када је површински ефекат изражен)
- Слабљење коаксијалних водова се може смањити повећавањем димензија (a и b)
 - Повећање габарита вода (тј. полупречника спољашњег проводника b) доводи до пораста тежине и цене вода
 - Повећање димензија доводи до смањења горње учестаности до које је вод употребљив (због појаве виших типова таласа)

Коаксијални вод

- За задати габарит (полупречник b) једини начин да се минимизира слабљење је оптимизација полупречника унутрашњег проводника a
- Оптималан однос полупречника спољашњег и унутрашњег проводника како би коаксијални вод имао минимално слабљење (за задати габарит) је

$$b/a \approx 3,59$$

– Мора се решавати трансцендентна једначина ...

Коаксијални вод

- Уобичајени диелектрици који се користе код коаксијалних водова су:
 - Тефлон ($\epsilon_r = 2,1$), полиетилен ($\epsilon_r = 2,25$) и полистирен ($\epsilon_r = 2,55$)
- За $b/a = 3,59$ и ове диелектрике, на основу израза

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \approx \frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

добија се карактеристична импеданса од око 50Ω

– То је разлог зашто је **стандардна карактеристична импеданса** професионалних коаксијалних водова **50Ω**

- Старији стандард је био и 60Ω , а коаксијални водови за кућне ТВ и радио антене имају карактеристичну импедансу 75Ω
 - Због једноставног прилагођења на симетрични 300 -омски двожицни вод, помоћу симетризатора, као што ће бити показано касније ...

Коаксијални вод

- Полазећи од најјачег дозвољеног интензитета електричног поља на површи унутрашњег проводника и израза за напон коаксијалног вода

$$|\underline{U}| = |\underline{E}(a)| a \ln \frac{b}{a}$$

оптималан однос b/a при коме коаксијални вод задатих габарита издржава најјачи напон (а да не дође до пробоја диелектрика) је

$$b/a = e = 2,718...$$

- Овај услов је од интереса само за електроенергетику (дакле, за врло ниске учестаности), када вод ради у режиму који је далеко од прилагођења, а ефективна вредност напона дуж вода је практично константна

Коаксијални вод

- Посматрајмо вод на коме је **постигнуто прилагођење**
- Полазећи од израза за снагу која се преноси прогресивним таласом, тј. за снагу која се преноси коаксијалним водом на коме је постигнуто прилагођење

$$P = \frac{|U|^2}{Z_c} = \frac{\left(|E(a)| a \ln \frac{b}{a} \right)^2}{\frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}}$$

за задати габарит коаксијални вод може пренети највећу снагу (а да не дође до пробоја у диелектрику) ако је

$$b/a = \sqrt{e} \approx 1,65$$

Коаксијални вод

- У микроталасима је најпотребније да вод има што мање слабљење
 - Због губитака при преносу сигнала, као и због фактора доброте резонатора
- Критеријум који минимизира слабљење коаксијалног вода најчешће се користи при конструкцији коаксијалних водова за микроталасе

$$b/a \approx 3,59$$

Коаксијални вод

- Максимална снага која се може пренети коаксијалним водом ограничена је са два фактора
- Први је пробој диелектрика због јаког електричног поља (на површи унутрашњег проводника), као што је претпостављено у једначини

$$P = \frac{|U|^2}{Z_c} = \frac{\left(|E(a)| a \ln \frac{b}{a} \right)^2}{\frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}}$$

– Максимална снага је ограничена максималним напоном на воду

Коаксијални вод

– Да би могао преносити максималну снагу, неопходно је да вод буде прилагођен

- Ако вод није прилагођен, максимална снага која се може преносити је σ пута мања од оне која би се могла преносити истим водом када би вод био прилагођен
- Ово се лако може доказати на основу израза за средњу снагу која се преноси водом када на њему постоји инцидентни и рефлектовани талас

$$P(z) = P_i(z) - P_r(z) = \frac{|\underline{U}_i(z)|^2}{Z_c} - \frac{|\underline{U}_r(z)|^2}{Z_c} = \frac{(|\underline{U}_i(z)| + |\underline{U}_r(z)|)(|\underline{U}_i(z)| - |\underline{U}_r(z)|)}{Z_c}$$

$$P(z) = \frac{|\underline{U}(z)|_{\max} |\underline{U}(z)|_{\min}}{Z_c} = \frac{|\underline{U}(z)|_{\max}^2}{\sigma Z_c}.$$

– У претходним изразима $|\underline{U}(z)|_{\max}$ ограничава максималну средњу снагу која се може пренети водом

Коаксијални вод

- Други фактор је прегревање диелектрика око унутрашњег проводника због губитака у том проводнику
 - Губици у унутрашњем проводнику су неколико пута већи (тачније b/a пута) него у спољашњем проводнику
 - Спољашњи проводник се лакше хлади, а унутрашњи је термички изолован (диелектриком), тако да је температура много виша у околини унутрашњег проводника, него у околини спољашњег проводника

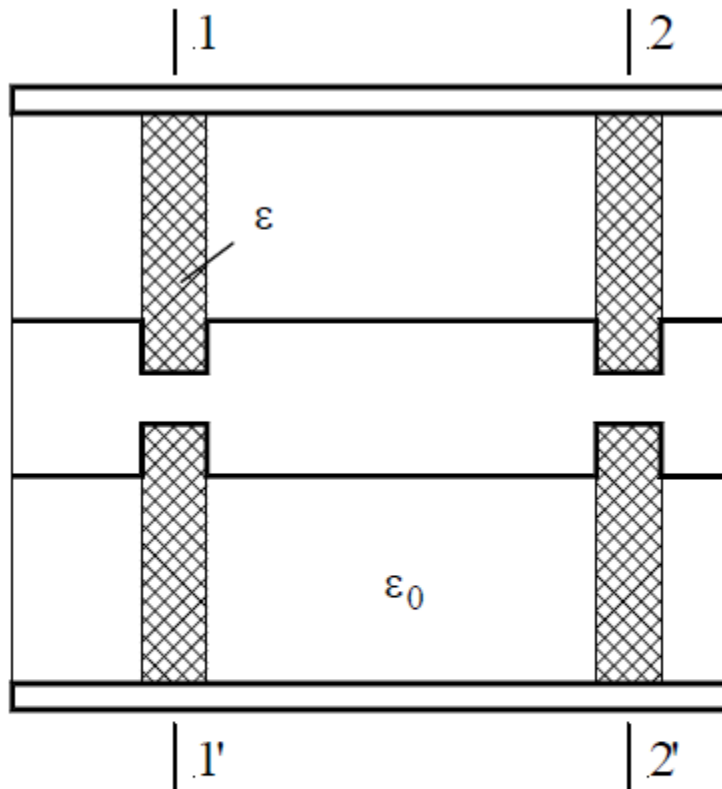
Коаксијални вод

- Код преноса континуалних сигнала (сw или с.w.— continuous wave), као што су угаоно модулисани носилац или чиста синусоида, при високим учестаностима је критичније прегревање унутрашњег проводника
- При преносу импулса, средња снага у току периода понављања импулса може бити знатно мања од максималне снаге у току трајања импулса
 - Код радарских сигнала трајање импулса (реда величине 1 μ s) је око 1000 пута краће од трајања паузе (реда величине 1 ms)
 - Тада је обично критичнији пробој диелектрика
- Типично, максимална снага у сw режиму је десетак пута мања од максималне снаге у импулсном режиму

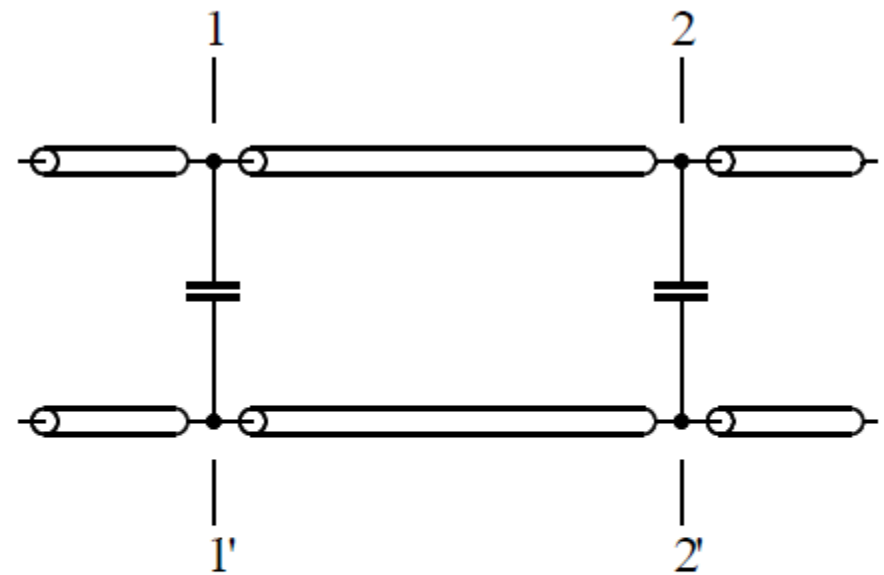
Коаксијални вод

- Постоје три врсте коаксијалних водова
 - Крути, полукрути и савитљиви
- Спољашњи проводници крутих коаксијалних водова су начињени од металних цеви, а унутрашњи од металних шипки
 - Диелектрик је најчешће ваздух
 - Унутрашњи проводници водова се морају ослањати на погодан начин
 - Обично се у ту сврху постављају диелектрични дискови, као што је приказано на наредној слици

Коаксијални вод



(a)



(б)

Слика 3.21. (а) Вешање унутрашњег проводника коаксијалног вода са ваздушним диелектриком помоћу диелектричних подметача и (б) еквивалентна шема дисконтинуитета који уноси подметач.

Коаксијални вод

- Полазећи од израза за карактеристичну импедансу коаксијалног вода

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a} \approx \frac{60\Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

једноставно уметање диелектричног диска одговарало би смањењу карактеристичне импедансе на месту диска, а за последицу унело би неприлагођење на воду

– Да би се такав дисконтинуитет компензовао, обично се смањује полупречник унутрашњег проводника (може се, исто тако, повећати полупречник спољашњег проводника, или се комбинују оба поступка) на месту диска

- Ово одговара повећању карактеристичне импедансе на вредност коју та импеданса има у остатку вода

Коаксијални вод

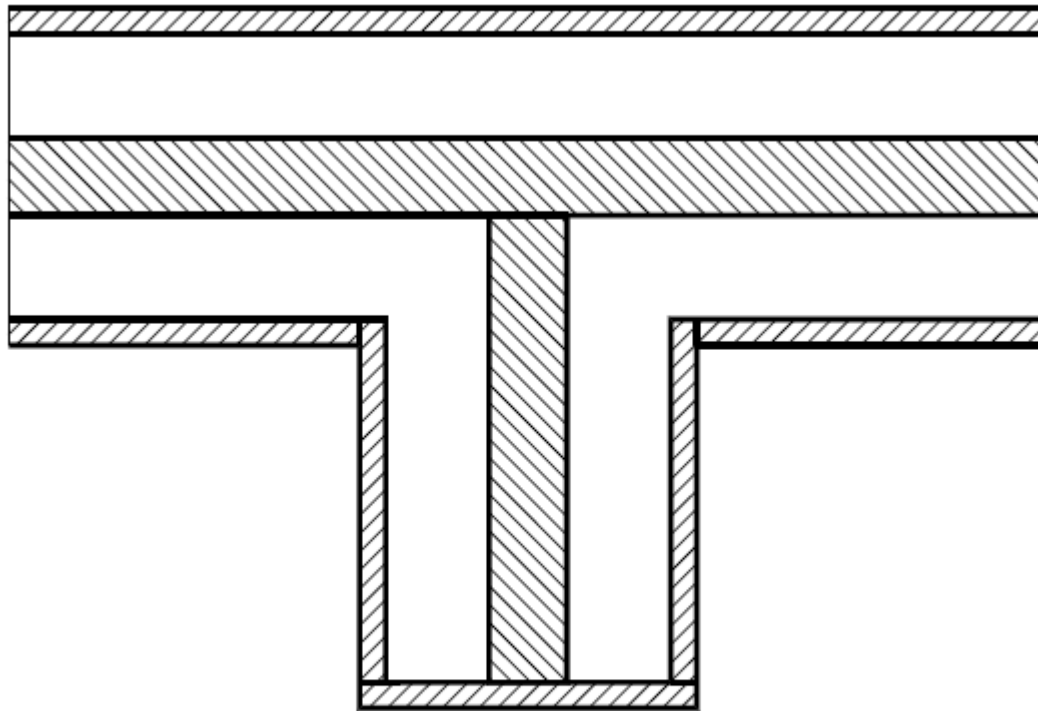
- На други начин посматрано, диск је танак, па се еквивалентно понаша као концентрисана капацитивност (C) убачена паралелно воду
 - Описана промена полупречника је еквивалентна убацивању редне концентрисане индуктивности (L) на месту диска
 - Дисконтинуитет који уноси диск је компензован ако је

$$\sqrt{L/C} = Z_c$$

- Посматрајући еквиваленту лествичасту мрежу на основу које се изводе једначине телеграфичара, убачена ћелија која моделује дисконтинуитет не нарушава структуру лествичасте мреже

Коаксијални вод

- Други начин држања унутрашњег проводника је помоћу такозваног металног изолатора



Слика 3.22. Вешање унутрашњег проводника коаксијалног вода са ваздушним диелектриком помоћу металног изолатора.

Коаксијални вод

- Метални изолатор је, у ствари, кратко спојен четвртталасни коаксијални огранак (чија је улазна адмитанса нула)
 - Овакво решење је подесно само за рад у уском опсегу учестаности, у коме је улазна импеданса огранка врло велика
- Крути водови се примењују у мерној опреми (на пример, прорезни вод), за пренос великих снага и као резонатори великог фактора добротe (реда величине неколико хиљада)

Коаксијални вод

- Спољашњи проводници полусавитљивих коаксијалних водова су начињени од бакарних цеви танких зидова
 - Код водова већег полупречника ове цеви су наборане, тако да се могу лакше савити
- Унутрашњи проводник је жица, а простор између проводника је испуњен чврстим диелектриком
- Овакви водови се могу једном савити у жељени облик, али накнадна исправљања и савијања нису пожељна, јер водови пуцају
 - Овакви водови поседују довољну еластичност да се могу мало деформисати, што је потребно приликом скидања водова

Коаксијални вод

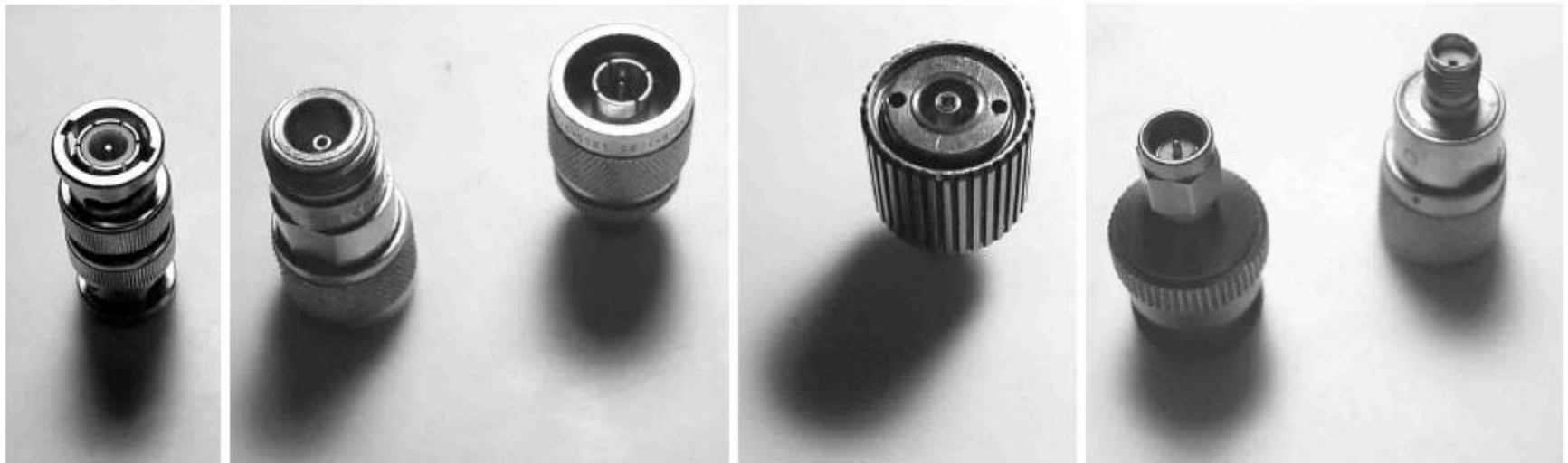
- Полусавитљиви коаксијални водови се најчешће користе за спајање појединих микроталасних кола у оквиру једног уређаја
- Најчешће се примењују за мање снаге, када су им полупречници реда величине неколико милиметара
– Израђују се и већи полусавитљиви коаксијални водови, за веће снаге
- Водови малих попречних пресека се обично користе при учестаностима до око 40 GHz

Коаксијални вод

- Спољашњи проводници савитљивих водова су начињени од уплетених танких жица
 - Најчешће постоји само један слој жица, али се код водова бољег квалитета постављају два слоја, чиме се побољшава оклапање, односно изолација између унутрашњости вода и околине
- Код тањих водова унутрашњи проводници су жице, а код дебљих снопови жица, како би се водови могли лако савијати
- Између проводника је еластичан диелектрик
- Савитљиви водови, као и полукрути, су стандардизованих димензија и електричних карактеристика
- Савитљиви водови се најчешће користе за повезивање различитих уређаја, посебно при мерењима, кад год је потребно имати савитљиву везу, која се уз то може и лако раставити

Коаксијални вод

- Коаксијални водови су најчешће завршени конекторима који обезбеђују лако спајање и растављање веза



(a) BNC

(б) N

(в) APC 7

(г) SMA

Слика 3.23. Конектори.

Коаксијални вод

- У микроталасима се користе различни стандардни конектори
- BNC (за ниже учестаности, до око 1 GHz)
- N (за учестаности до око 18 GHz)
- APC 7 (прецизни конектор за учестаности до око 18 GHz)
- SMA (за танке, полусавитљиве и савитљиве водове, до око 26 GHz)
- APC 3.5 (прецизни конектор за учестаности до око 26 GHz)
- ...

Коаксијални вод

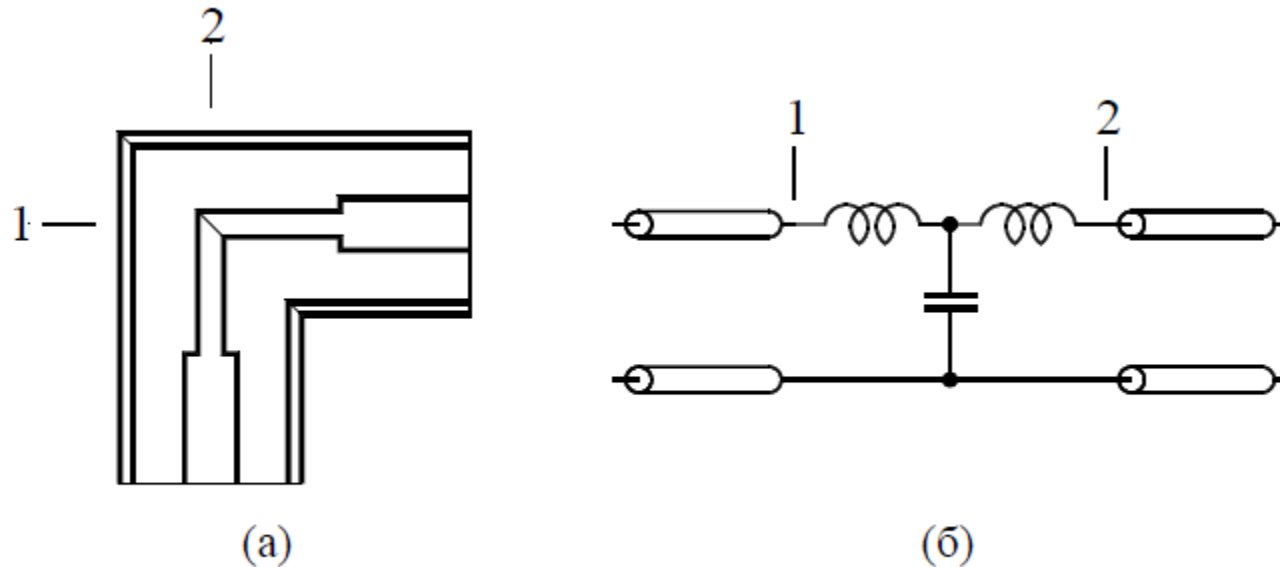
- Постоје посебни конектори који су погодни за монтажу на шасије (кућишта микроталасних кола и уређаја), и за такве конекторе се прикључују конектори монтирани на крајевима коаксијалних водова
- Неки конектори ове врсте служе за спајање коаксијалних водова са микроталасним колима израђеним у штампаној техници
- BNC, N и SMA конектори имају дефинисан пол (мушки или женски, што се гледа према облику унутрашњег проводника), док су други универзални (APC 7)

Коаксијални вод

- Као посебне компоненте постоје коаксијални адаптери, који служе за прелазак са конектора једног типа на конектор другог типа, или са конектора једног пола на конектор истог пола, затим савијуци (колена) под правим углом, рачве (Т-спојеви), завршна оптерећења (најчешће прилагођења) и ослабљивачи (атенуатори), који су начињени од отпорника

Коаксијални вод

- Код свих ових прелаза јављају се дисконтинуитети, о којима се мора водити рачуна, поготову при вишим учестаностима
- Као пример, посматрајмо коаксијални савијутак под правим углом (колено)



Коаксијални вод

- Приказано колено се еквивалентно понаша као део вода у који је (оточно) убачена концентрисана капацитивност (јер вод на месту савијутка није хомоген, па поље одступа од таласа TEM типа)
- Ова капацитивност се може компензовати стањивањем унутрашњег проводника, чиме се, еквивалентно, у вод убацује редна индуктивност, која се пројектује тако да буде остварен услов

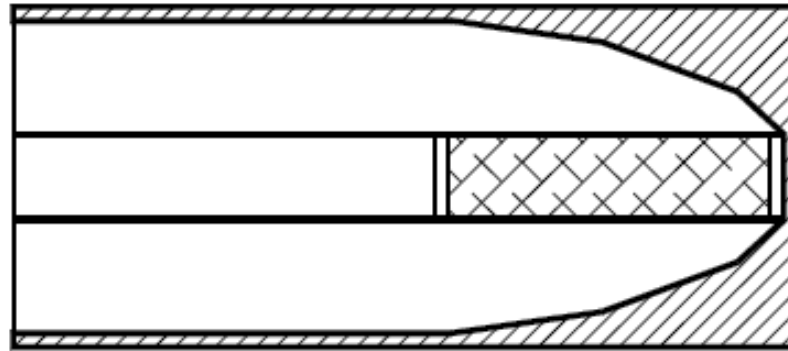
$$\sqrt{L/C} = Z_0$$

као код компензације при убацивању диелектричног подметача у вод са ваздушним диелектриком

- При спајању два вода различитих димензија такође се јавља дисконтинуитет, који се може описати паразитном капацитивношћу везаном паралелно споју

Коаксијални вод

- Прилагођени коаксијални завршетак састоји се од метал-филм отпорника убаченог у унутрашњи проводник



Слика 3.25. Прилагођен коаксијални завршетак.

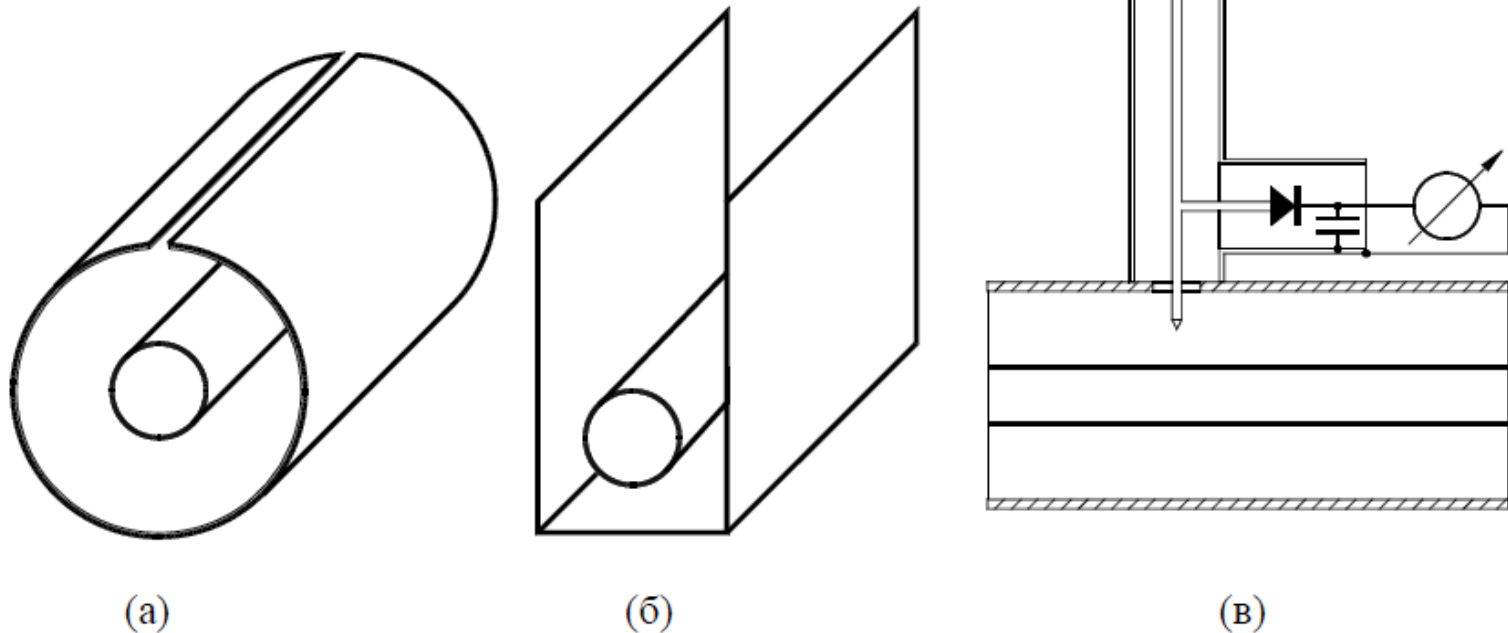
Коаксијални вод

- Посебна примена коаксијалних водова је за мерење импедансе на основу снимања криве стојећих таласа на воду
- У ту сврху се користе чврсти коаксијални водови, са ваздухом као диелектриком, који имају прорез дуж изводнице спољашњег проводника
 - Пошто је прорез танак и паралелан струјницама (које су аксијалне, јер је магнетско поље у воду трансверзално), прорез практично не утиче на особине вода



Коаксијални вод

- Кроз прорез се убацује сонда (кратка жица, која представља антеницу), паралелно линијама електричног поља у воду



Слика 3.26. Мерни водови: попречни пресек (а) коаксијалног прорезног вода и (б) плочастог вода. (в) Комплетан вод са сондом и детектором.

Коаксијални вод

- Уместо прорезног коаксијалног вода користи се и вод чији је спољашњи проводник у облику отворене паралелепипедне кутије
- У сонди се индукује електромоторна сила која је сразмерна електричном пољу у воду, а самим тим и напону у попречном пресеку вода у коме се налази сонда
 - Ако се вод на једном крају напаја из генератора простопериодичне електромоторне силе, а на другом крају је завршен произвољним оптерећењем, на воду се формира стојећи талас

Коаксијални вод

- Померањем сонде дуж вода мења се електромоторна сила индукована у сонди која је сразмерна ефективној вредности напона стојећег таласа
 - За сонду је прикључен диодни детектор, који најчешће ради у режиму малих сигнала и има квадратну карактеристику
 - Јачина једносмерне струје на излазу детектора је сразмерна квадрату високофреквентне електромоторне силе индуковане у сонди
 - Детектор се везује за галванометар (који може мерити струје реда величине 10 nA)
 - Скретање галванометра је сразмерно квадрату напона стојећег таласа на воду

Коаксијални вод

- Померањем сонде дуж вода може се снимити крива стојећег таласа напона, а на основу ње се може прорачунати импеданса којом је завршен вод
 - Однос максималне и минималне ефективне вредности напона даје коефицијент стојећих таласа, а из овог коефицијента се може одредити модул коефицијента рефлексије
 - У минимуму стојећег таласа напона коефицијент рефлексије је реалан и негативан, па се лако налази тачка у Смитовом дијаграму која одговара том пресеку вода
 - Тачка у Смитовом дијаграму која одговара завршетку вода добија се ротацијом тачке која одговара минимуму стојећег таласа за угао који одговара нормализованом одстојању између положаја минимума и положаја завршетка вода, тј. пресека у коме се одређује импеданса

Коаксијални вод

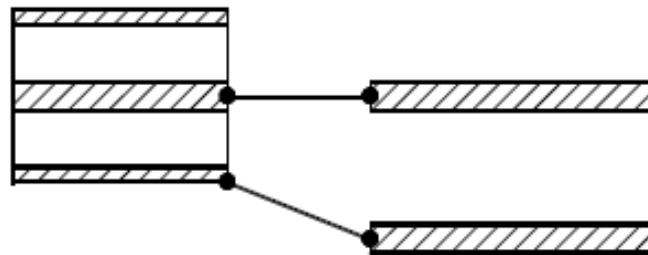
- У коло сонде и детектора је везан коаксијални резонатор, са помичним кратким спојем
 - Померањем кратког споја постиже се прилагођење импедансе сонде на импедансу детектора, чиме се повећава струја галванометра
 - Уместо синусоидалним сигналом, вод се може напајати импулсно модулисаним сигналом, најчешће са периодном понављања импулса 1 ms
 - Тада се на излазу детектора јавља поворка правоугаоних импулса
 - Основни хармоник ове поворке (учестаности 1 kHz) се, затим, појачава селективним појачавачем, детектује и води на индикатор

Коаксијални вод

- Приликом међусобног повезивања коаксијалних и двожичних водова потребно је користити посебне прелазе (такозване симетризаторе)
- Симетризатори се примењују, на пример, када је потребно генератором који има коаксијални излаз напајати симетричну антену (која се, нормално, напаја двожичним водом)
- При томе треба остварити потенцијале двожичног вода симетричне у односу на масу
- Међутим, спољашњи проводник коаксијалног вода је на потенцијалу масе

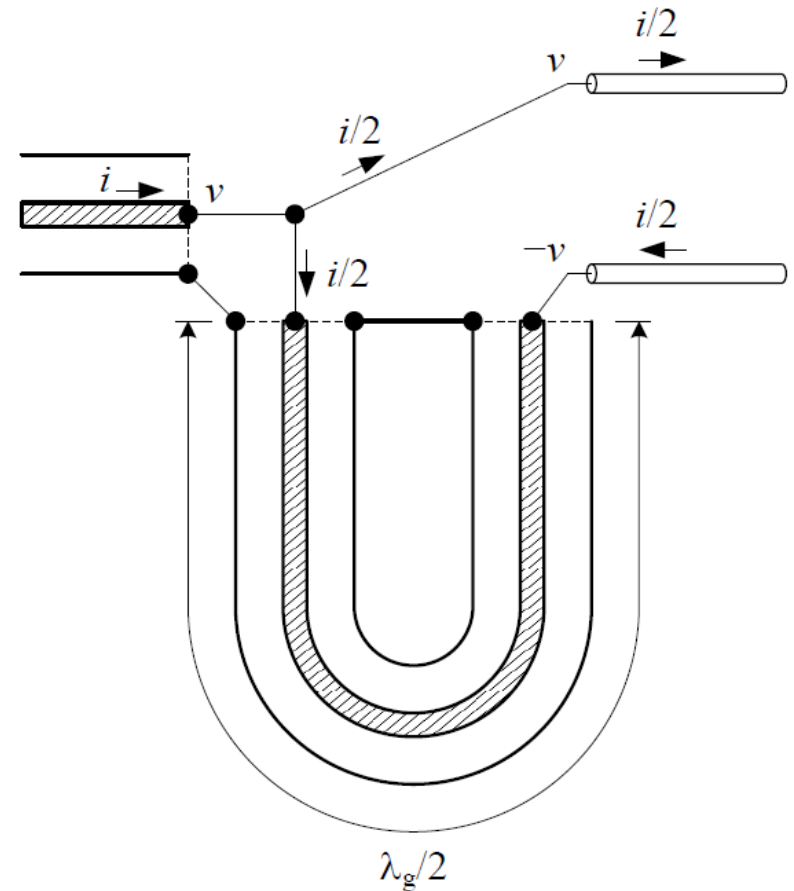
Коаксијални вод

- Ако би се директно везали коаксијални и двожични вод, проводници двожичног вода не би били на симетричним потенцијалима
 - То би довело до несиметричног напајања антене
 - Јавиле би се и паразитне струје по спољашњости коаксијалног вода, чиме би он почео да зрачи



Коаксијални вод

- Један начин правилног повезивања два вода у уском опсегу учестаности је помоћу такозваног U-колена
 - Један проводник двожичног вода је директно везан за унутрашњи проводник коаксијалног вода, а између другог проводника двожичног вода и унутрашњег проводника коаксијалног вода уметнут је полуталасни коаксијални вод (U-колено)



Коаксијални вод

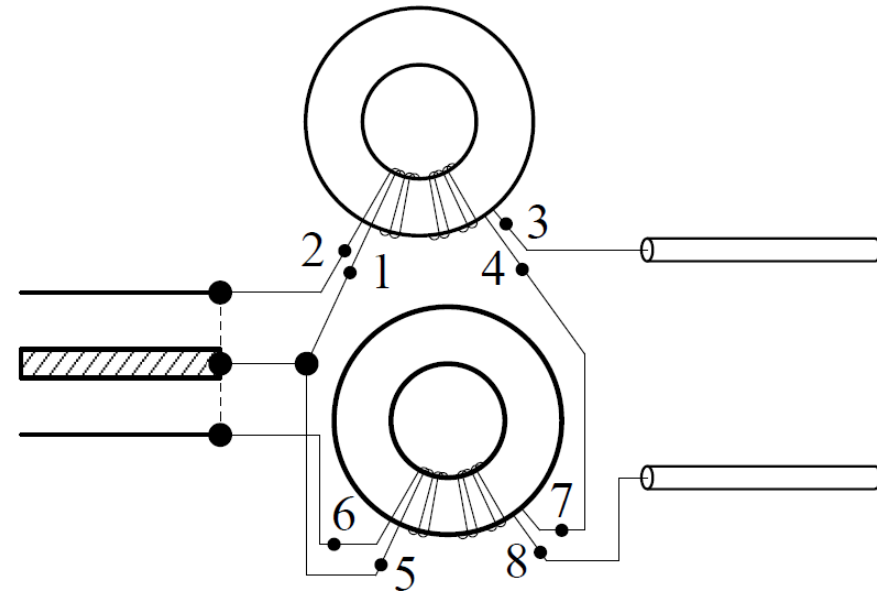
- U-колени пресликава импедансу којом је завршен на тачно исту толику импедансу (дуж тог вода коефицијент рефлексије промени фазу за тачно 2π), а талас који пређе тај вод промени фазу за тачно π
 - Због тога се струја унутрашњег проводника коаксијалног вода дели на два једнака дела, од којих један представља струју горњег проводника двожишног вода, а други струју на уласку полуталасног коаксијалног вода
 - На изласку U-колена постоји струја исте јачине, али фазно померена за π (тј. у противфази) у односу на струју на уласку U-колена
 - Тиме се остварује противфазно напајање проводника двожишног вода

Коаксијални вод

- Ако је потенцијал (у односу на масу) унутрашњег проводника коаксијалног вода v , исти је толики и потенцијал горњег проводника двожичног вода, док је потенцијал доњег проводника двожичног вода супротан, тј. $-v$
- Улазна импеданса, гледано у двожични вод, је $2v/(i/2) = 4v/i$, док је импеданса којом је завршен коаксијални вод v/i
 - Улазна импеданса двожичног вода је четири пута већа од импедансе коју “види” коаксијални вод
 - U-колени се понаша као трансформатор импедансе у односу 1:4

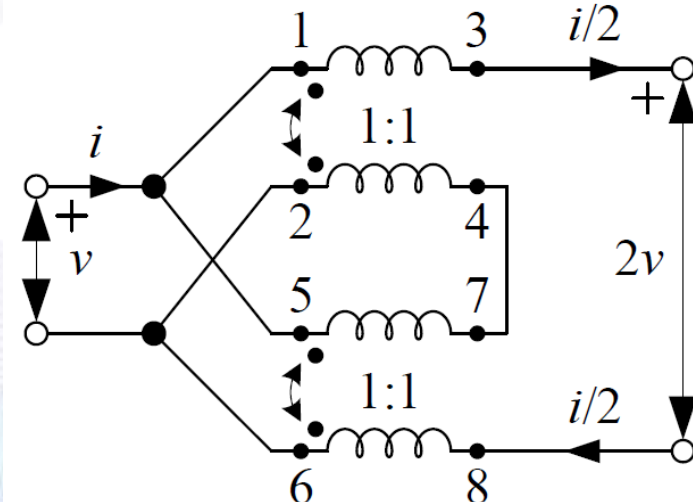
Коаксијални вод

- Постоје и широкопојасни прелази са коаксијалног вода на двожични вод
- Једна од реализација састоји се од два торусна феритна језгра
 - Око сваког језгра је намотано неколико завојака минијатурног двожичног вода, обично значајно краћег од таласне дужине, а водови су повезани као на слици



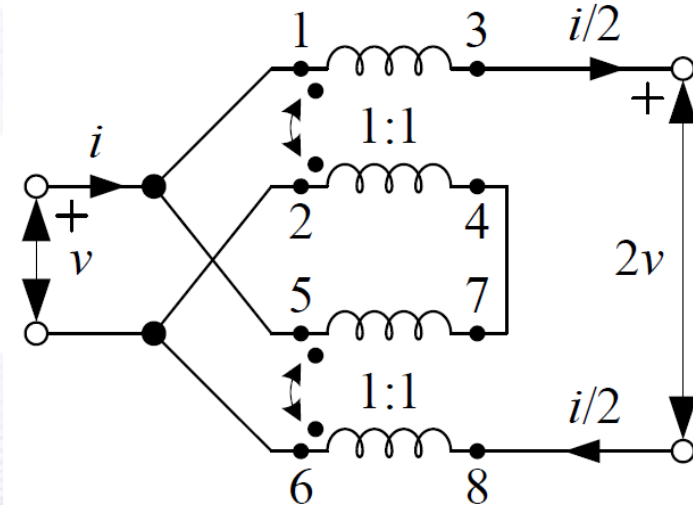
Коаксијални вод

- Проводници једног минијатурног двожичног вода се понашају као примар и секундар трансформатора који има врло мало расипање и велику индуктивност (због феритног језгра) примара и секундара
 - Дакле, понашају се као примар и секундар идеалног трансформатора, преносног односа 1:1
 - На слици је приказана еквивалентна шема, са идеалним трансформаторима уместо феритних језгара



Коаксијални вод

- Анализом овог кола се може добити да трансформатори омогућавају да потенцијали тачака 3 и 8 буду произвољни, али разлика ових потенцијала мора да буде једнака двоструком напону између тачака 1 и 2 (односно 5 и 6), тј. $2v$
 - Видети задатак 12.25
- Како је између тачака 3 и 8 прикључен симетричан двожични вод, због симетрије према маси, потенцијали његових проводника су супротни, односно $+v$ и $-v$



Коаксијални вод

- Како је јачина струје двожичног вода једнака половини струје на крају коаксијалног вода, следи да и овај прелаз ради као трансформатор импедансе 1:4
- Конструктивно, два феритна језгра се често комбинују у једно језгро са два отвора
 - Комбиновањем n језгара могуће је остварити трансформацију импедансе у односу $1:n^2$

