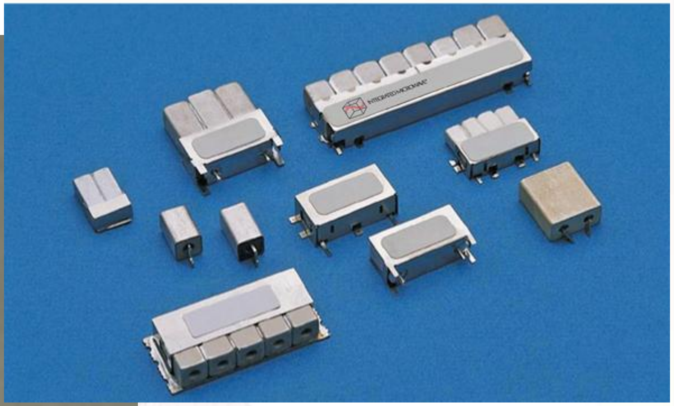
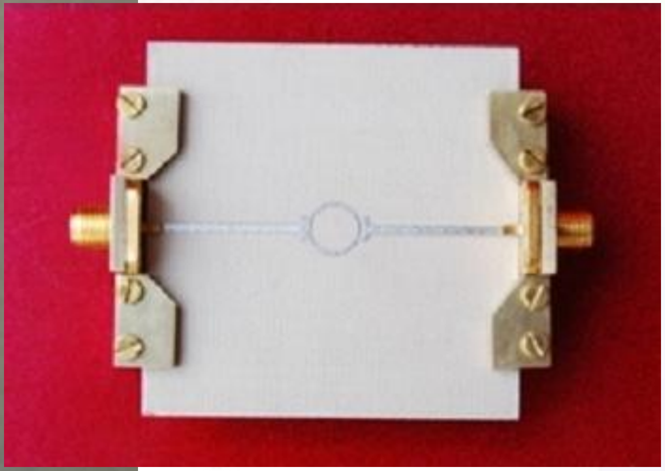
Резонатори





Резонатори

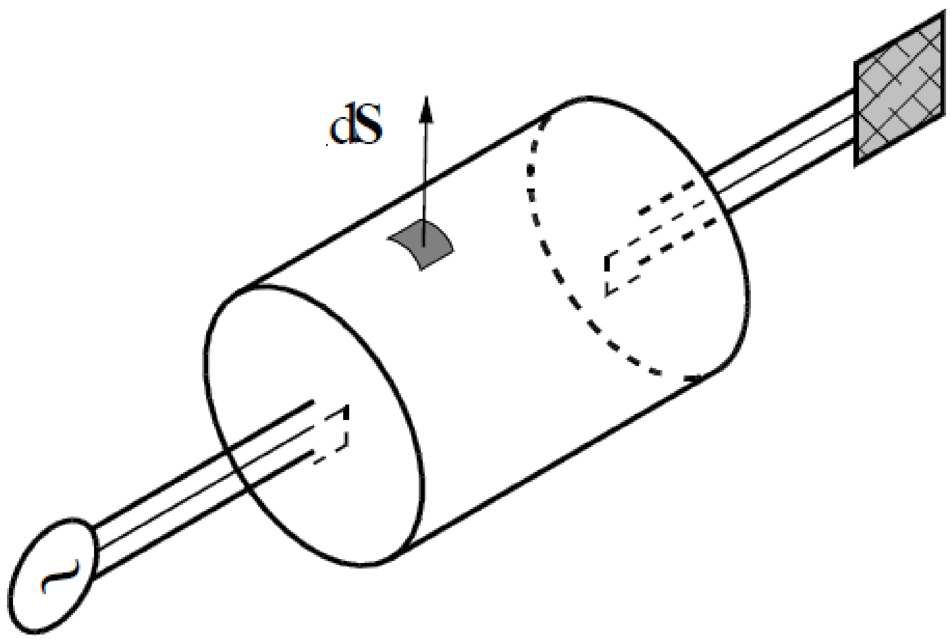
- У идеалном случају, резонатор је део простора у потпуности ЕМ изолован од околине у коме нема губитака
  - Ако се у такав простор једном уложи енергија и побуди ЕМ поље (одређене структуре),
    то поље се у резонатору произвољно дуго одржава
  - У општем случају, у резонатору се могу побудити различита поља, али су за праксу најважнија простопериодична поља

Резонатори

- У сваком реалном резонатору постоје извесни губици (у проводницима и диелектрицима)
  - Осим тога, резонатор мора бити спрегнут са околином (та спрега је обично слаба), како би се искористила енергија резонантног поља
  - Стога, да би се обезбедило простопериодично поље, у резонатор се стално мора улагати извесна енергија која надокнађује губитке у резонатору и колу са којим је резонатор спрегнут

Резонатори

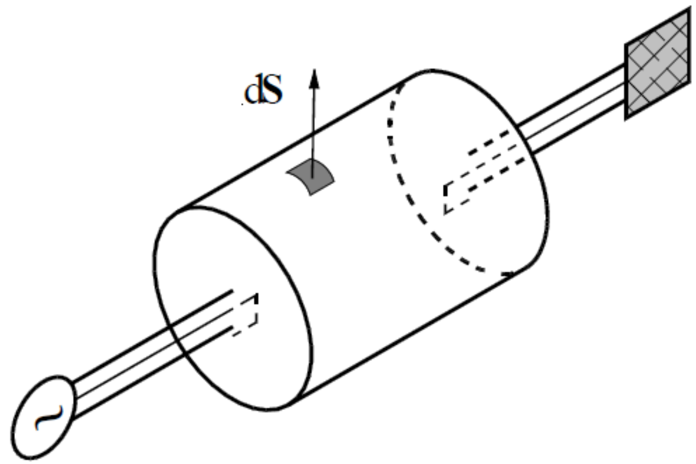
- Означимо са *S* површ која представља границу резонатора (на пример, површ која обухвата метални зид резонантне шупљине), а са *v* домен обухваћен том површи (дакле, сам резонатор)



Слика 7.1. Скица резонатора спрегнутог са генератором и потрошачем.

Резонатори

- Претпоставимо да су генератори смештени изван површи *S*, али су са доменом *v* спрегнути кроз површ *S* (на пример, кроз отворе у површи *S*), као што је приказано на слици
  - Такође, изван површи *S* могу се налазити и потрошачи који су спрегнути са резонатором



Слика 7.1. Скица резонатора спрегнутог са генератором и потрошачем.

Резонатори

- Претпоставимо да је резонатор испуњен линеарном (у општем случају нехомогеном) средином, параметара ε и μ
  - Применимо на површ S Поинтингову теорему
    - У временском домену Поинтингова теорема гласи

$$p_\mathrm{g}(t) = p_\mathrm{gub}(t) + \frac{\mathrm{d}W_\mathrm{tot}}{\mathrm{d}t} + \oint_S \mathbf{P}(t)\cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$$

где је $p_\mathrm{g}(t)$ тренутна снага генератора у домену v, $p_\mathrm{gub}(t)$ тренутна снага губитака у домену v,

$$W_\mathrm{tot}(t) = W_\mathrm{e}(t) + W_\mathrm{m}(t) = \int_v \left(w_\mathrm{e}(t) + w_\mathrm{m}(t)\right)\mathrm{d}v$$

укупна ЕМ енергија у домену v, $W_\mathrm{e}(t)$ укупна електрична енергија, $W_\mathrm{m}(t)$ укупна магнетска енергија, $w_\mathrm{e}(t) = \varepsilon|\mathbf{E}(t)|^2/2$ запреминска густина електричне енергије, $w_\mathrm{m}(t) = \mu|\mathbf{H}(t)|^2/2$ запреминска густина магнетске енергије, а

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{E}(t)\times\mathbf{H}(t)$$

Поинтингов вектор

Резонатори

- У посматраном случају је $p_{\mathrm{g}}(t) = 0$ (јер су генератори изван површи S), па флукс Поинтинговог вектора укључује и снагу генератора (са негативним предзнаком, због оријентације површи S), и снагу пријемника

Резонатори

- У комплексном домену Поинтингова теорема гласи

$$\underline{S}_{\mathrm{g}} = P_{\mathrm{gub}} + 2\mathrm{j}\omega \int_v \left(\frac{1}{2}\mu \,|\, \underline{\mathbf{H}} \,|^2 - \frac{1}{2}\varepsilon \,|\, \underline{\mathbf{E}} \,|^2 \right) \mathrm{d}v + \oint_S \underline{\mathbf{P}} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$$

где је $\underline{S}_{\mathrm{g}}$ комплексна снага генератора у домену v, P_{gub} средња снага губитака у домену v, а

$$\underline{\mathbf{P}} = \underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*$$

комплексни Поинтингов вектор

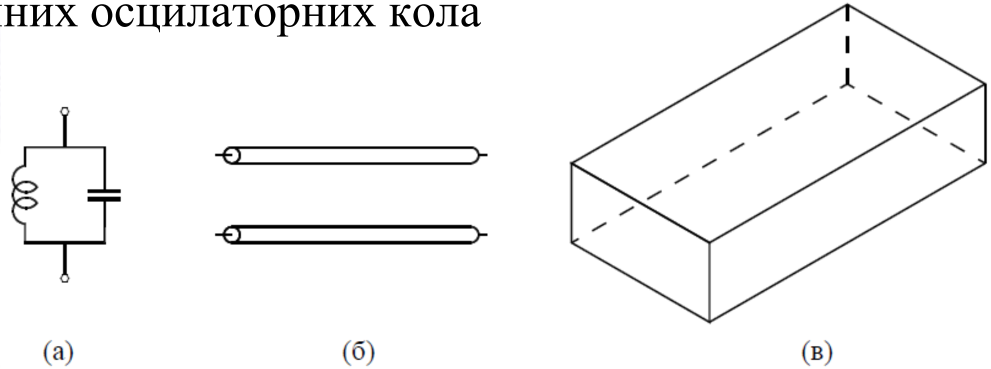
  – Слично као и у временском домену $\underline{S}_{\mathrm{g}} = 0$
    - Флукс Поинтинговог вектора у претходној једначини представља збир комплексне снаге генератора (са предзнаком минус) и комплексне снаге пријемника
    - Очигледно, активна снага генератора се троши на губитке у резонатору и губитке у пријемнику
    - Реактивна снага генератора једним делом покрива први интеграл са десне стране у претходној једначини, који представља реактивну снагу резонатора, а другим делом покрива реактивну снагу пријемника

Резонатори

- **За резонатор се каже да је у резонанцији ако је његова реактивна снага једнака нули**
- Учестаност за коју је тај услов испуњен назива се резонантна учестаност
  - У случају сложених ЕМ система врло је тешко дати другачију, општу дефиницију резонанције

Резонатори

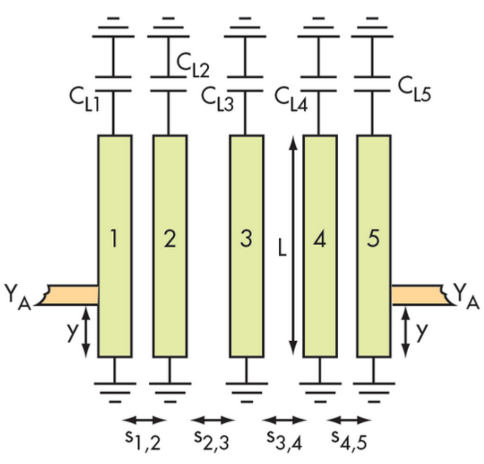
- При релативно ниским учестаностима (до око 1 GHz) резонатори су најчешће осцилаторна кола која се праве од калемова и кондензатора
  - Коло које се састоји од једног калема и једног кондензатора има само једну резонантну учестаност
    - Коло које се састоји од више калемова и кондензатора може имати више резонантних учестаности, али је број тих учестаности коначан (и највише једнак броју калемова и кондензатора умањеном за један)
    - С обзиром на наведену општу дефиницију резонанције, овде под резонантном учестаностима подразумевамо и резонантне и антирезонантне учестаности класичних осцилаторних кола

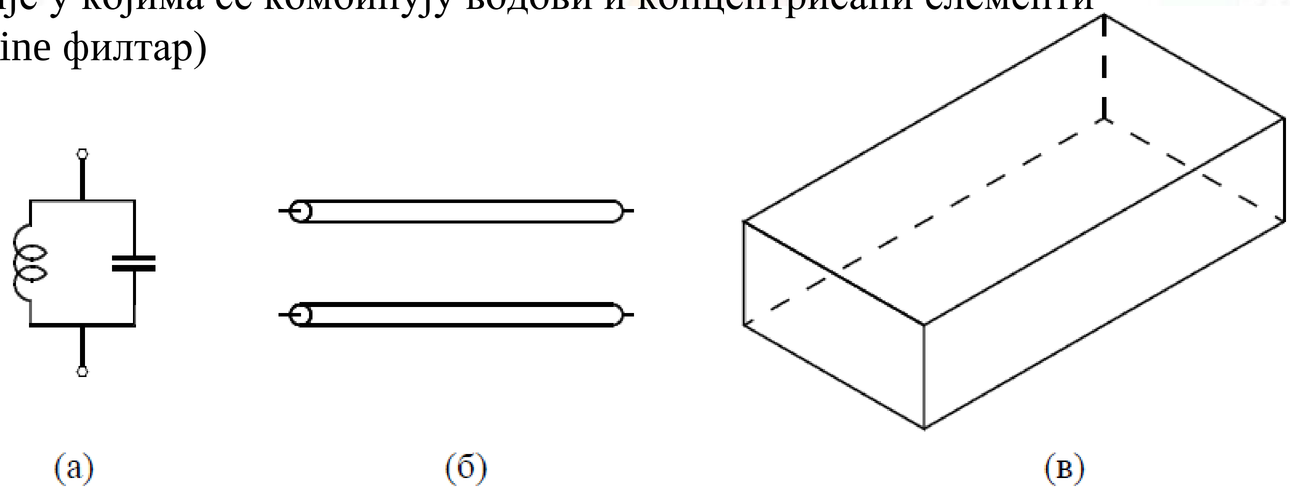


Слика 7.2. Резонатори: (а) осцилаторно коло, (б) вод, (в) шупљина.

Резонатори

- При учестаностима које су од реда величине 1 MHz до реда величине 10 GHz резонатори се могу правити у техници водова
  - При нижим учестаностима, до неколико стотина MHz, преовлађују двожични водови, а при вишим коаксијални водови и водови израђени у штампаној техници
    - Резонатор се састоји од секције вода која је отворена на оба краја, кратко спојена на оба краја, или је на једном крају отворена, а на другом кратко спојена
      - Постоје реализације у којима се комбинују водови и концентрисани елементи (на пример, combline филтар)

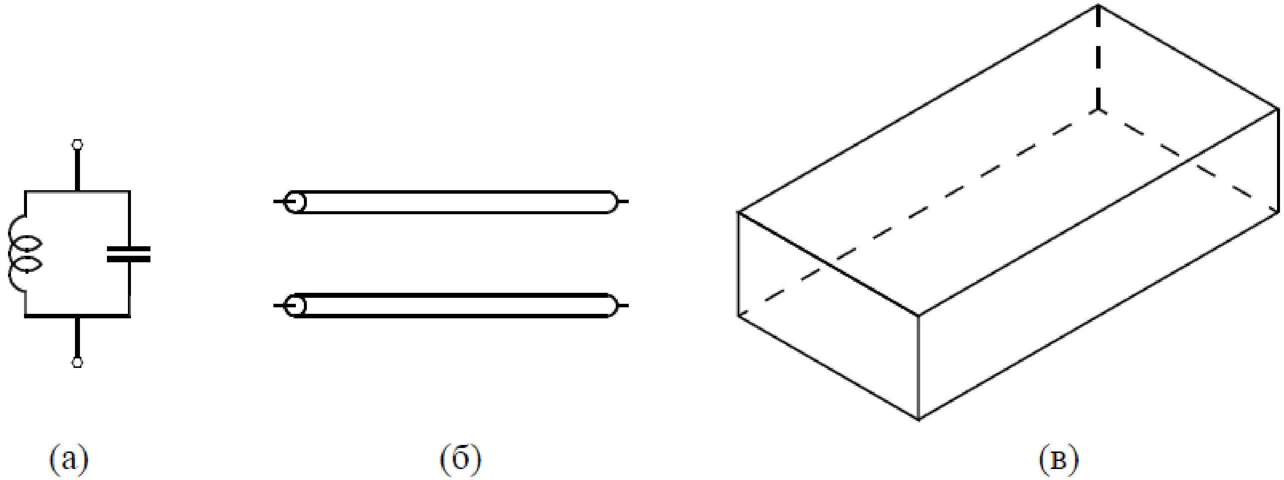




Слика 7.2. Резонатори: (а) осцилаторно коло, (б) вод, (в) шупљина.

Резонатори

- При учестаностима од реда величине 1 GHz до реда величине 100 GHz резонатори се могу правити у техници таласовода
  - Димензије попречног пресека металног таласовода су реда величине таласне дужине у слободном простору, па се резонатор обично прави кратким спајањем секције таласовода на оба краја (како би се спречило зрачење)
    - Тиме се добија резонантна шупљина



Слика 7.2. Резонатори: (а) осцилаторно коло, (б) вод, (в) шупљина.

Резонатори

- Резонатори се праве и од диелектричних таласовода
  - Једна врста диелектричних резонатора се прави од диелектрика велике релативне пермитивности (око 35)
  - Димензије оваквих резонатора су знатно мање од таласне дужине у слободном простору, тако да се резонатор не мора оклапати
  - Диелектрични резонатор обично има облик пилуле и монтира се на штампано коло, где се спреже са планарним водом
- У опсегу милиметарских таласа и инфрацрвеној области чести су Фабри-Пероови резонатори, који се састоје од две паралелно постављене проводне плоче, између којих постоји стојећи раван талас

Резонатори

- Сви резонатори начињени у техници водова, таласовода или Фабри-Пероовог типа имају бесконачно много дискретних резонантних учестаности
- Код резонатора начињених од униформног вода и код Фабри-Пероовог резонатора те учестаности су еквидистантне, што није случај код осталих резонатора

Резонатори

- Микроталасни резонатори се могу поделити у две класе:
  – Резонаторе са стојећим таласом и
  – Резонаторе са прогресивним таласом
- У првом случају, ЕМ поље резонатора се може представити суперпозицијом два таласа (практично) истих интензитета, који се простиру у супротним смеровима
- У другом случају вод или таласовод је савијен у круг тако да су почетак и крај спојени, а поље је прогресиван талас
- У оквиру овог курса биће речи само о резонаторима са стојећим таласом

Резонатори

- Анализираћемо прво резонатор начињен од униформног вода или таласовода, кратко спојеног на оба краја
  - Претпоставићемо да је вод или таласовод без губитака и одредићемо структуру поља стојећег таласа
  - Губитке ћемо укључити касније, користећи се пертурбационим методом
  - Поставићемо *z*-осу у правцу простирања два прогресивна таласа (истог типа) који образују стојећи талас
  - На воду су ти таласи обично ТЕМ типа,
    а на таласоводу ТЕ или ТМ типа
    - Међутим, за сада нећемо водити рачуна о конкретном типу таласа

Резонатори

- Претпоставимо да је први кратак спој вода или таласовода у равни $z=0$, а други у равни $z=l$
  - Резултантно електрично поље прогресивног таласа (тј. поље стојећег таласа) мора на кратким спојевима задовољавати гранични услов да је тангенцијална компонента једнака нули
  - Како је трансверзално поље таласа истовремено тангенцијално на кратке спојеве, имамо $\underline{\mathbf{E}}_t(x,y,0)=\underline{\mathbf{E}}_t(x,y,l)=0$
    - За талас који се простире у смеру z-осе је $\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,z)=\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,0)\exp(-\mathrm{j}\beta z)$, а за талас који се простире у супротном смеру је $\underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,z)=\underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,0)\exp(\mathrm{j}\beta z)$
    - Због граничног услова $z=0$ имамо $\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,0)=-\underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,0)$ па је резултантно трансверзално електрично поље $\underline{\mathbf{E}}_t(x,y,z)=\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,z)+\underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,z)=-2\,\mathrm{j}\,\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,0)\sin(\beta z)$,

Резонатори

- Да би био задовољен и други гранични услов (за $z = l$), мора бити $\sin(\beta l) = 0$, одакле је $\beta l = \pi p$, $p = 0,1,2,\ldots$, односно

$$l = p\frac{\lambda_g}{2}$$

- За ТЕМ таласе је увек $\beta \neq 0$ (осим за стационарна поља, која овде нису од интереса), тако да је за водове увек $p > 0$
- Међутим, код таласовода може бити $\beta = 0$ (при критичној учестаности посматраног типа таласа), па је могуће да буде $p = 0$

Резонатори

- Без обзира на тип таласа, за трансверзално магнетско поље прогресивних таласа имамо

$$\underline{\mathbf{H}}_{ti}(x,y,z)=\frac{1}{Z_{\mathrm{T}}}\mathbf{i}_z\times\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,z)$$

$$\underline{\mathbf{H}}_{tr}(x,y,z)=-\frac{1}{Z_{\mathrm{T}}}\mathbf{i}_z\times\underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,z)$$

  где је Z_{T} таласна импеданса посматраног типа таласа
  - Знак минус код рефлектованог таласа јавља се због смера простирања таласа (јер Поинтингов вектор таласа мора бити у смеру простирања)
  - С обзиром на $\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,0)=-\underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,0)$, имамо за резултантно трансверзално магнетско поље

$$\underline{\mathbf{H}}_{t}(x,y,z)=\underline{\mathbf{H}}_{ti}(x,y,z)+\underline{\mathbf{H}}_{tr}(x,y,z)=2\underline{\mathbf{H}}_{ti}(x,y,0)\cos(\beta z)$$

$$=\frac{2}{Z_{\mathrm{T}}}\mathbf{i}_z\times\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,0)\cos(\beta z)\,.$$

Резонатори

- Из једначина из другог поглавља се добија за инцидентни и рефлектовани талас

$$\underline{\mathbf{H}}_{z(\mathrm{i,r})}(x,y,z)=\frac{\mathrm{j}}{\omega\mu}\nabla_t\times\underline{\mathbf{E}}_{t(\mathrm{i,r})}(x,y,z)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_{z(\mathrm{i,r})}(x,y,z)=\frac{-\mathrm{j}}{\omega\mu}\nabla_t\times\underline{\mathbf{H}}_{t(\mathrm{i,r})}(x,y,z)$$

  - Одавде следи да се аксијалне компоненте поља стојећег таласа (уколико постоје) могу написати у облику

$$\underline{\mathbf{H}}_z(x,y,z)=\underline{\mathbf{H}}_{z\mathrm{i}}(x,y,z)+\underline{\mathbf{H}}_{z\mathrm{r}}(x,y,z)=-2\mathrm{j}\underline{\mathbf{H}}_{z\mathrm{i}}(x,y,0)\sin(\beta z)$$

$$=\frac{2}{\omega\mu}\nabla_t\times\underline{\mathbf{E}}_{t\mathrm{i}}(x,y,0)\sin(\beta z)\,,$$

$$\underline{\mathbf{E}}_z(x,y,z)=\underline{\mathbf{E}}_{z\mathrm{i}}(x,y,z)+\underline{\mathbf{E}}_{z\mathrm{r}}(x,y,z)=2\underline{\mathbf{E}}_{z\mathrm{i}}(x,y,0)\cos(\beta z)$$

$$=\frac{-2\mathrm{j}}{\omega\varepsilon Z_\mathrm{T}}\mathbf{i}_z\left(\nabla_t\underline{\mathbf{H}}_{t\mathrm{i}}(x,y,0)\right)\cos(\beta z)\,.$$

Резонатори

- Из претходних једначина се види да је гранични услов за $\underline{\mathbf{H}}_z$ аутоматски задовољен на кратким спојевима (нормална компонента магнетског поља једнака је нули)
  - Код свих таласа анализираних до сада (ТЕМ, ТЕ и ТМ) фаза трансверзалних поља је константна у једној трансверзалној равни (тј. не зависи од x и y)
    - Стога диференцирање по трансверзалним координатама (изражено кроз трансверзални набла-оператор ∇_t) не утиче на фазу поља
      - Осим тога, таласна импеданса Z_T је реална (уколико се талас простире, тј. уколико је $f > f_c$)
      - Одавде следи да је фаза $\underline{\mathbf{E}}_t(x, y, z)$ и $\underline{\mathbf{E}}_z(x, y, z)$ иста у целом резонатору (тј. електрично поље је свуда у фази)
      - Исти закључак следи и за компоненте магнетског поља $\underline{\mathbf{H}}_t(x, y, z)$ и $\underline{\mathbf{H}}_z(x, y, z)$
        - » Међутим, електрично и магнетско поље су међусобно у квадратури (тј. фазно су померени за $\pi/2$)

Резонатори

- С обзиром да је за ТЕМ, ТЕ и ТМ типове таласа

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - \underline{K}^2}$$

из једначине

$$l = p\frac{\lambda_g}{2}$$

се добија израз за резонантну учестаност

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\underline{K}^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}$$

Резонатори

- Код ТЕМ таласа на водовима је $\underline{K} = 0$, па се за резонатор у облику кратко спојеног вода добија

$$f_{\text{rp}} = \frac{p}{2l\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad p = 1,2,3,\ldots$$

  – Најнижа резонантна учестаност је она при којој је дужина вода једнака половини таласне дужине ТЕМ таласа на воду

- Код ТЕ и ТМ таласа на правоугаоним таласоводима је

$$\underline{K} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

  па је резонантна учестаност металне шупљине у облику паралелепипеда

$$f_{\text{r}mnp} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}, \quad m,n,p = 0,1,2,\ldots$$

Резонатори

- Ако је $l > a > b$, најнижа резонантна учестаност је за $m = 1$, $n = 0$ и $p = 1$
  - Одговарајуће поље се добија суперпозицијом два TE_{10} типа таласа (јер не може постојати TM_{10} тип)
    - Не долази у обзир случај $p = 0$, јер би тада у једначини $\underline{\mathbf{E}}_t(x,y,z) = \underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,z) + \underline{\mathbf{E}}_{tr}(x,y,z) = -2\mathrm{j}\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x,y,0)\sin(\beta z)$ било $\underline{\mathbf{E}}_t = 0$ због $\beta = 0$, а $\underline{E}_z = 0$ због TE типа таласа
  - Стога се каже да у шупљини постоје осцилације TE_{101} типа
- У општем случају, осцилације могу бити TE_{mnp} типа или TM_{mnp} типа
  - Код TE_{mnp} типа осцилација **један (било који) од индекса *m* и *n* може бити једнак нули, а *p* не може бити једнако нули**
  - Код TM_{mnp} типа **само *p* може бити једнако нули**

Резонатори

- У реалном резонатору, у коме постоје губици и који је спрегнут са околином, структура поља одступа од идеалног стојећег таласа описаног претходним једначинама
- Међутим, уколико су губици релативно мали, а спреге са околином слабе, претходне једначине дају добру апроксимацију стварне расподеле поља

Резонатори

- Резонатор у техници водова се може начинити и тако што се секција вода остави отвореном на оба краја
  - На крајевима вода ($z = 0$ и $z = l$) је тада јачина струје једнака нули, па је резултантно магнетско поље једнако нули
  - Одавде се добија електрично и магнетско поље стојећег таласа

$$\underline{\mathbf{E}}_t(x, y, z) = 2\underline{\mathbf{E}}_{ti}(x, y, 0)\cos(\beta z)$$

$$\underline{\mathbf{H}}_t(x, y, z) = -2\mathrm{j}\underline{\mathbf{H}}_{ti}(x, y, 0)\sin(\beta z) = \frac{-2\mathrm{j}}{Z_\mathrm{T}}\mathbf{i}_z \times \underline{\mathbf{E}}_{ti}(x, y, 0)\sin(\beta z)$$

а за резонантну учестаност добија се израз исти као и раније

$$f_{\mathrm{r}p} = \frac{p}{2l\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad p = 1, 2, 3, \ldots$$

Резонатори

– Најнижа резонантна учестаност је, као и код кратко спојеног вода, она при којој је дужина вода једнака половини таласне дужине
  - Да би се код водова остварио добар кратак спој, потребно је вод завршити проводном плочом довољно великих димензија да “кратко споји” практично целокупно поље ТЕМ таласа
    – Код коаксијалног вода (који је оклопљен вод) то значи да плоча треба да прекрије цео отвор вода, тј. да налегне на унутрашњи и спољашњи проводник
    – Код микротракастог вода добар кратак спој треба да буде плоча неколико пута већих димензија од ширине траке вода и од дебљине подлоге
    – У противном, кратак спој (на пример, метализована рупица која спаја траку са метализацијом са друге стране диелектричне подлоге код микротракастог вода) одступа од идеалног и уноси паразитну индуктивност, односно еквивалентно продужење
      » Слично важи и за друге водове
    – Код отвореног вода увек постоји проблем паразитних капацитивности отвореног краја, због чега се при прорачуну резонантне учестаности мора узети у обзир и еквивалентно продужење
      » Осим тога, на отвореном крају долази до зрачења, о чему се мора водити рачуна при високим учестаностима

Резонатори

- Најзад, резонатор се може направити и у облику секције вода која је кратко спојена на једном крају ($z=0$), а отворена на другом крају ($z=l$)
  - У том случају у равни $z=0$ напон и електрично поље стојећег таласа једнаки су нули, а у равни $z=l$ струја и магнетско поље стојећег таласа су једнаки нули
    - Из ових услова се за структуру резултантног поља добијају једначине

$$\underline{\mathbf{E}}_t(x,y,z)=\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{ti}}(x,y,z)+\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{tr}}(x,y,z)=-2j\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{ti}}(x,y,0)\sin(\beta z),$$

$$\underline{\mathbf{H}}_t(x,y,z)=\underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{ti}}(x,y,z)+\underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{tr}}(x,y,z)=2\underline{\mathbf{H}}_{\mathrm{ti}}(x,y,0)\cos(\beta z)$$

$$=\frac{2}{Z_{\mathrm{T}}}\mathbf{i}_z\times\underline{\mathbf{E}}_{\mathrm{ti}}(x,y,0)\cos(\beta z)\,.$$

а услов резонанције је сада $\beta l=\frac{\pi}{2}+p\pi,\ p=0,1,2,\ldots$, одакле је $l=\frac{\lambda_{\mathrm{g}}}{4}+p\frac{\lambda_{\mathrm{g}}}{2}$

- За резонантну учестаност се добија $f_{\mathrm{r}p}=\dfrac{p+\frac{1}{2}}{2l\sqrt{\varepsilon\mu}},\ p=0,1,2,\ldots$
- Најнижа резонантна учестаност је она при којој је дужина вода једнака четвртини таласне дужине

Резонатори

- Када је резонатор у резонанцији, тада је, према једначини

$$\underline{S}_{\mathrm{g}} = P_{\mathrm{gub}} + 2\mathrm{j}\omega \int_{v} \left(\frac{1}{2}\mu |\underline{\mathbf{H}}|^2 - \frac{1}{2}\varepsilon |\underline{\mathbf{E}}|^2 \right) \mathrm{d}v + \oint_{S} \underline{\mathbf{P}} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}$$

$$\int_{v} \frac{1}{2}\mu |\underline{\mathbf{H}}|^2 \,\mathrm{d}v = \int_{v} \frac{1}{2}\varepsilon |\underline{\mathbf{E}}|^2 \,\mathrm{d}v$$

  односно средња вредност (по времену) магнетске енергије једнака је средњој вредности електричне енергије
  - $|\underline{\mathbf{H}}|$ и $|\underline{\mathbf{E}}|$ су ефективне вредности поља

Резонатори

- С обзиром да у резонанцији генератор надокнађује губитке у резонатору и потрошачу, из једначине

$$p_g(t) = p_{gub}(t) + \frac{dW_{tot}}{dt} + \oint_S \mathbf{P}(t) \cdot d\mathbf{S}$$

следи да је $\frac{dW_{tot}}{dt} = 0$, одакле је

$$W_{tot}(t) = \int_v \left(\frac{1}{2}\varepsilon \,|\, \mathbf{E}(t) \,|^2 + \frac{1}{2}\mu \,|\, \mathbf{H}(t) \,|^2 \right) dv = \mathrm{const}$$

Резонатори

- Претходна једначина важи за било какав резонатор
  - Посебно, за резонатор са стојећим таласом електрично поље има исту фазу у целом резонатору и у квадратури је са магнетским пољем
    - Стога, постоје тренуци у којима је магнетско поље једнако нули, а електрично поље је максимално
      - Тада је целокупна енергија садржана у електричном пољу
    - Једну четвртину периода касније електрично поље је једнако нули, а целокупна енергија садржана је у магнетском пољу
    - Једну четвртину периода касније целокупна енергија је поново садржана у електричном пољу и тако даље
    - Стога је $W_{\mathrm{tot}}(t) = W_{\mathrm{em}} = W_{\mathrm{mm}} = \int_v \varepsilon \, |\mathbf{E}|^2 \, \mathrm{d}v = \int_v \mu \, |\mathbf{H}|^2 \, \mathrm{d}v$

      где је W_{em} максимална тренутна вредност електричне енергије, а W_{mm} максимална вредност магнетске енергије

Резонатори

- Пошто је поље стојећег таласа линијски поларизовано, максимална тренутна вредност густине енергије (w_e и w_m) два пута је већа од одговарајуће средње вредности ($\varepsilon|\mathbf{E}|^2$, односно $\mu|\mathbf{H}|^2$)
- Претходна једначина је у складу са једначином

$$\int_v \frac{1}{2}\mu\,|\,\underline{\mathbf{H}}\,|^2\,\mathrm{d}v = \int_v \frac{1}{2}\varepsilon\,|\,\underline{\mathbf{E}}\,|^2\,\mathrm{d}v$$

  – Код резонатора са прогресивним таласом поља нису линијски поларизована (осим код водова), а између електричног и магнетског поља не постоји посебан фазни однос, **па једначина**

$$W_{\mathrm{tot}}(t) = W_{\mathrm{em}} = W_{\mathrm{mm}} = \int_v \varepsilon\,|\,\mathbf{E}\,|^2\,\mathrm{d}v = \int_v \mu\,|\,\mathbf{H}\,|^2\,\mathrm{d}v$$

  не важи

Резонатори

- Фактор доброте неоптерећеног резонатора дефинише се релацијом

$$Q_0 = \omega_r \frac{W_{tot}}{P_{gub}}$$

  где је $\omega_r = 2\pi f_r$ резонантна угаона учестаност, W_{tot} укупна ЕМ енергија (која је, као што смо показали, независна од времена), а P_{gub} средња снага губитака у току једног периода
- Снага губитака може се одредити пертурбационим методом

Резонатори

- Како губици постоје у проводницима и диелектрику резонатора, можемо писати $P_{\text{gub}} = P_{\text{p}} + P_{\text{d}}$, где је P_{p} средња снага губитака у проводницима, а P_{d} средња снага губитака у диелектрику проводника
  - По пертурбационом методу, најпре се одреди структура поља у резонатору као да губитака нема, што је учињено раније
  - Снага губитака у проводнику одређује се из израза

$$P_{\text{p}} = \int_{S_{\text{p}}} R_{\text{s}} \, |\underline{\mathbf{H}}_{\text{tg}}|^2 \, \mathrm{d}S$$

    где је S_{p} површ свих проводника, R_{s} површинска отпорност проводника, а $|\underline{\mathbf{H}}_{\text{tg}}|$ ефективна вредност магнетског поља на површи проводника
  - Дефинише се фактор доброте који узима у обзир само губитке у проводницима

$$Q_{\text{p}} = \omega_{\text{r}} \frac{W_{\text{tot}}}{P_{\text{p}}}$$

Резонатори

- Снага губитака у диелектрику одређује се из израза

$$P_\mathrm{d} = \int_v \sigma_\mathrm{d} \, |\underline{\mathbf{E}}|^2 \, \mathrm{d}v$$

где је σ_d специфична проводност диелектрика (која укључује све губитке), а $|\underline{\mathbf{E}}|$ ефективна вредност електричног поља

  – Дефинише се фактор доброте који узима у обзир само губитке у диелектрику

$$Q_\mathrm{d} = \omega_\mathrm{r} \frac{W_\mathrm{tot}}{P_\mathrm{d}}$$

  - Ако је диелектрик хомоген, из једначина

$$W_\mathrm{tot}(t) = W_\mathrm{em} = W_\mathrm{mm} = \int_v \varepsilon \, |\mathbf{E}|^2 \, \mathrm{d}v = \int_v \mu \, |\mathbf{H}|^2 \, \mathrm{d}v \qquad P_\mathrm{d} = \int_v \sigma_\mathrm{d} \, |\underline{\mathbf{E}}|^2 \, \mathrm{d}v \qquad Q_\mathrm{d} = \omega_\mathrm{r} \frac{W_\mathrm{tot}}{P_\mathrm{d}}$$

за резонатор са стојећим таласом се добија

$$Q_\mathrm{d} = \omega_\mathrm{r} \frac{\varepsilon}{\sigma_\mathrm{d}} = \frac{1}{\tan(\delta)}$$

Резонатори

- Из једначина

$$Q_0 = \omega_r \frac{W_{tot}}{P_{gub}} \qquad P_{gub} = P_p + P_d \qquad Q_d = \omega_r \frac{W_{tot}}{P_d} \qquad P_p = \int_{S_p} R_s \, |\underline{\mathbf{H}}_{tg}|^2 \, dS$$

се добија

$$Q_0 = \frac{Q_p Q_d}{Q_p + Q_d}$$

Резонатори

- Резонатори се примењују у микроталасним колима која треба да остваре селективност по учестаности сигнала (у филтрима), као радне импедансе активних елемената у појачавачким степенима, или у колима повратне спреге осцилатора
  - Понашање резонатора у оваквим колима битно зависи од фактора доброте
    - Међутим, пошто је резонатор прикључен у коло, губици у елементима спрегнутим са резонатором смањују фактор доброте тако оптерећеног резонатора
    - Ако је P_k снага губитака у елементима прикљученим на резонатор, онда је укупна снага губитака $P_{gubk} = P_p + P_d + P_k$, а фактор доброте оптерећеног резонатора је

$$Q = \omega_r \frac{W_{tot}}{P_{gubk}}$$

и увек је мањи од Q_0

- Елементи прикључени на резонатор обично не представљају чисте отпорности, већ уносе извесне реактансе
- Због тога ти елементи у извесној мери утичу и на резонантну учестаност генератора

Резонатори

- Фактор доброте неоптерећеног резонатора начињеног од вода (ако се занемаре губици у кратким спојевима и губици услед зрачења на отвореним крајевима) може се изразити преко коефицијента слабљења као

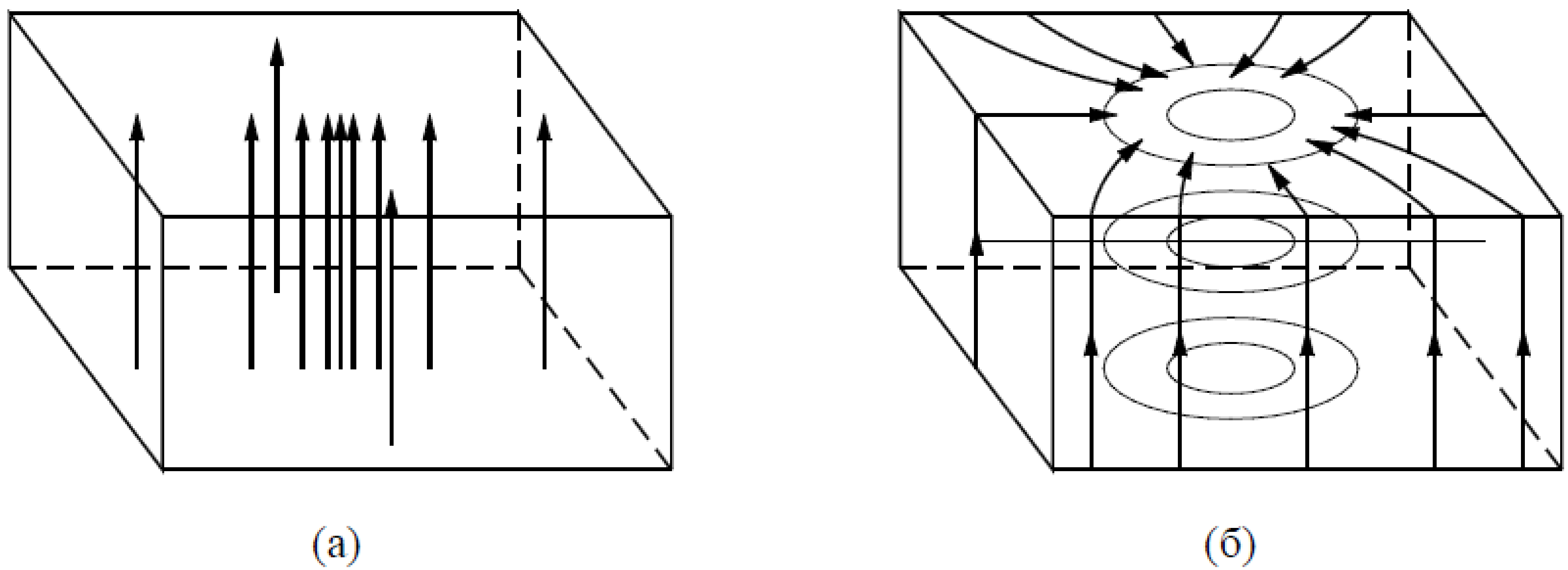
$$Q_0 = \frac{\beta}{2\alpha}$$

- Фактор доброте неоптерећене резонантне шупљине у облику паралелепипеда, испуњеног диелектриком без губитака (на пример, гасом), за TE_{101} тип осцилација, дат је изразом

$$Q_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{\pi}{R_s}\,\frac{b(a^2+l^2)^{3/2}}{2b(a^3+l^3)+al(a^2+l^2)}$$

Резонатори

- На слици приказана је структура електричног и магнетског поља TE_{101} типа осцилација

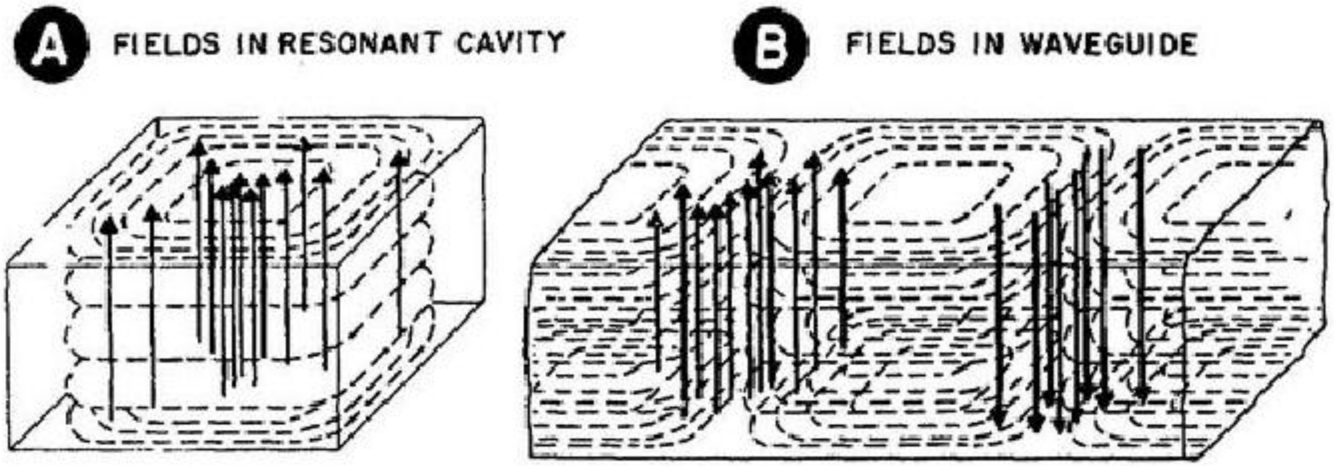


Слика 7.3. Скица линија (а) електричног поља у тренутку када је магнетско поље једнако нули и (б) линије магнетског поља и струјница у тренутку када је електрично поље једнако нули у резонантној шупљини у облику паралелепипеда, за TE_{101} тип осцилација.

Поље у резонатору и таласоводу

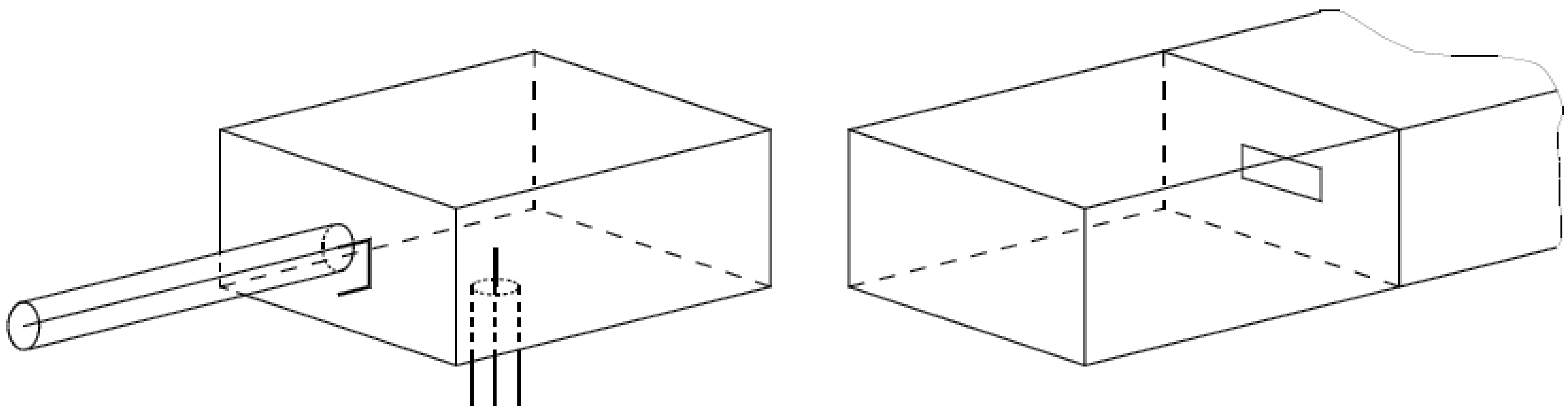
- На слици су приказани TE_{101} тип резонанција у резонантној шупљини и TE_{10} тип таласа у правоугаоном таласоводу

Figure 110. The E and H Fields Inside a Resonant Cavity and a Waveguide.



Резонатори

- На слици приказан је начин спрезања резонантне шупљине са остатком микроталасног кола



(а) (б)

Слика 7.4. Спрезање резонантне шупљине (а) са коаксијалним водом помоћу сонде (електрична спрега) или петље (магнетска спрега), и (б) са таласоводом помоћу прореза.