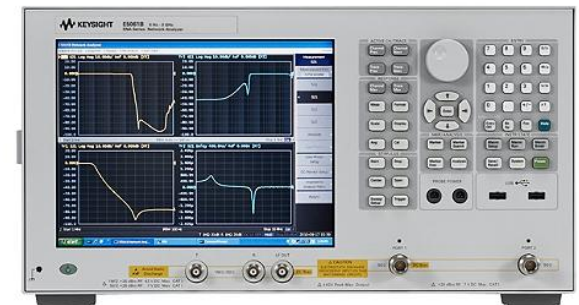
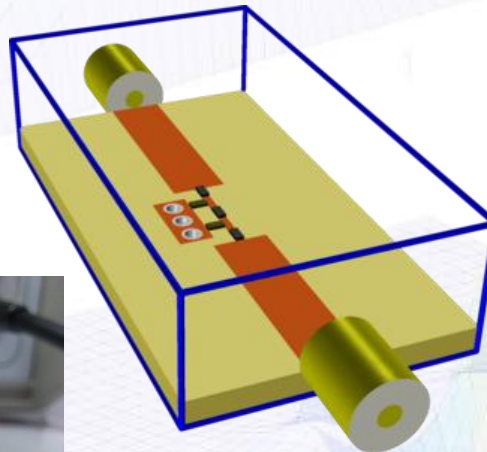
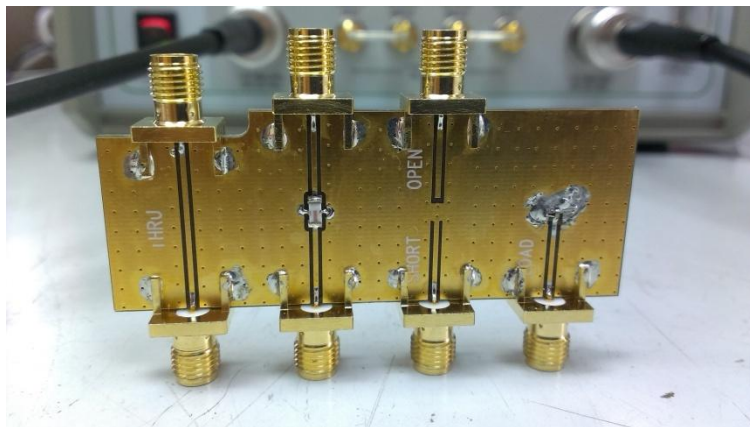
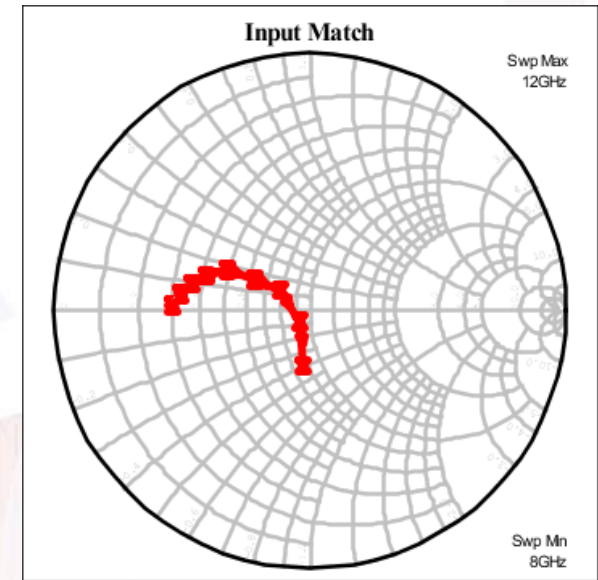
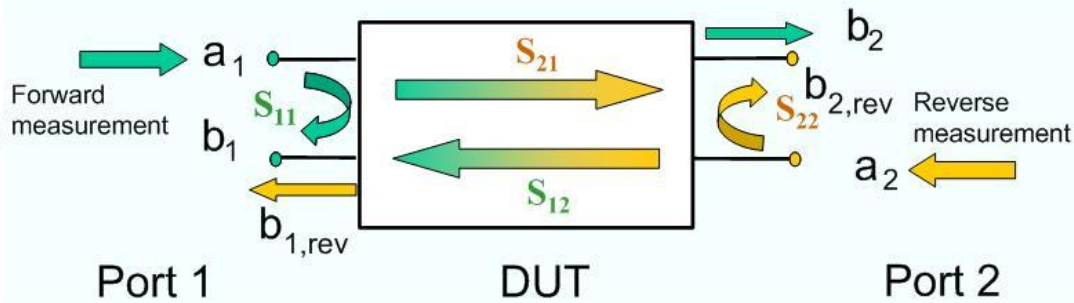
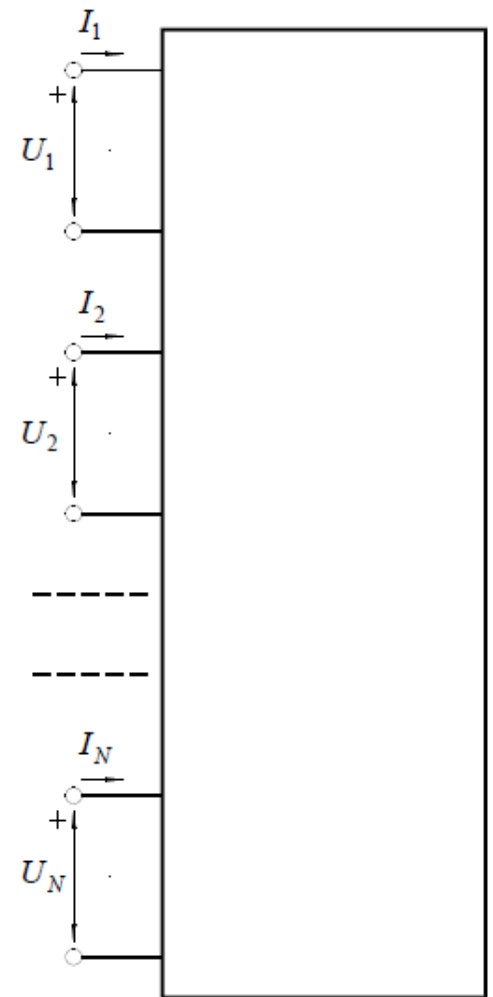


# Матрични параметри микроталасних мрежа



# Увод

- Посматрајмо класичну електричну мрежу:
  - Са дискретним елементима
  - Линеарна и не садржи независне генераторе
  - Има  $N$  приступа
- Између комплексних представника напона и струја на приступима може се успоставити  $N$  линеарно независних релација
  - Те релације могу се написати у различитим облицима



# z-параметри

- ... на пример, ако се напони изразе преко струја

$$\underline{U}_1 = \underline{z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{z}_{12}\underline{I}_2 + \dots + \underline{z}_{1N}\underline{I}_N$$

$$\underline{U}_2 = \underline{z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{z}_{22}\underline{I}_2 + \dots + \underline{z}_{2N}\underline{I}_N$$

⋮

$$\underline{U}_N = \underline{z}_{N1}\underline{I}_1 + \underline{z}_{N2}\underline{I}_2 + \dots + \underline{z}_{NN}\underline{I}_N$$

– Комплексни коефицијенти  $\underline{z}_{11}, \dots, \underline{z}_{NN}$  су импедансни (z-параметри) мреже

- Ове везе између напона и струја могу се представити и матрично

$$[\underline{U}] = [\underline{z}][\underline{I}]$$

$$[\underline{U}] = [\underline{U}_1, \dots, \underline{U}_N]^t$$

$$[\underline{I}] = [\underline{I}_1, \dots, \underline{I}_N]^t$$

$$[\underline{z}] = \begin{bmatrix} \underline{z}_{11} & \dots & \underline{z}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{z}_{N1} & \dots & \underline{z}_{NN} \end{bmatrix}$$

# у-параметри

- Решавањем претходног система једначина по струјама добија се други скуп једначина (које повезују струје и напоне на приступима)

$$\underline{I}_1 = \underline{y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{y}_{12}\underline{U}_2 + \dots + \underline{y}_{1N}\underline{U}_N$$

$$\underline{I}_2 = \underline{y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{y}_{22}\underline{U}_2 + \dots + \underline{y}_{2N}\underline{U}_N$$

⋮

$$\underline{I}_N = \underline{y}_{N1}\underline{U}_1 + \underline{y}_{N2}\underline{U}_2 + \dots + \underline{y}_{NN}\underline{U}_N$$

- Комплексни коефицијенти  $\underline{y}_{11}, \dots, \underline{y}_{NN}$  су адмитансни (у-параметри) мреже

$$\begin{aligned} [\underline{I}] &= [\underline{y}][\underline{U}] \\ [\underline{y}] &= \begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \dots & \underline{y}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{y}_{N1} & \dots & \underline{y}_{NN} \end{bmatrix} \\ [\underline{y}] &= [\underline{z}]^{-1} \end{aligned}$$

- Матрични облик једначина:
- Матрице  $[\underline{z}]$  и  $[\underline{y}]$  су симетричне ако и само ако је мрежа реципрочна



# Хибридни мрежни параметри

- Хибридни ( $h$ -параметри)

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{h}_{11} & \underline{h}_{12} \\ \underline{h}_{21} & \underline{h}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

- Инверзни хибридни ( $g$ -параметри)

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{g}_{11} & \underline{g}_{12} \\ \underline{g}_{21} & \underline{g}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$[\underline{g}] = [\underline{h}]^{-1}$$

# Матрични параметри погодни за каскадно повезане мреже

- $A$ -параметри ( $ABCD$ -параметри)

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

- $A$ -матрица каскадне везе  
више мрежа добија се  
матричним множењем  
 $A$ -матрица сваке мрежа

- Редослед  $A$ -матрица  
одговара редоследу мрежа (са лева на десно)

- За реципрочне мреже  $\det[\underline{A}] = \underline{A}_{11} \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \underline{A}_{21} = 1$

- За симетричне мреже  $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$



# Матрични параметри погодни за каскадно повезане мреже



- *B*-параметри

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{B}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{21} & \underline{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix}$$

- *B*-матрица каскадне везе више мрежа добија се матричним множењем *B*-матрица сваке мрежа
- Редослед *B*-матрица супротан је редоследу мрежа (са лева на десно)

$$[\underline{B}] = [\underline{A}]^{-1}$$

# Прорачун (мерење) матричних параметара мреже

$$z_{jk} = \frac{U_j}{I_k}, I_i = 0, i \neq k$$

$$I_i = 0, i \neq k$$

Сви приступи осим  $k$ -тог су отворени

$$y_{jk} = \frac{I_j}{U_k}, U_i = 0, i \neq k$$

$$U_i = 0, i \neq k$$

Сви приступи осим  $k$ -тог су кратко спојени

$$U_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + \dots + z_{1N}I_N$$

$$U_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 + \dots + z_{2N}I_N$$

$$\vdots$$

$$U_N = z_{N1}I_1 + z_{N2}I_2 + \dots + z_{NN}I_N$$

$$I_1 = y_{11}U_1 + y_{12}U_2 + \dots + y_{1N}U_N$$

$$I_2 = y_{21}U_1 + y_{22}U_2 + \dots + y_{2N}U_N$$

$$\vdots$$

$$I_N = y_{N1}U_1 + y_{N2}U_2 + \dots + y_{NN}U_N$$

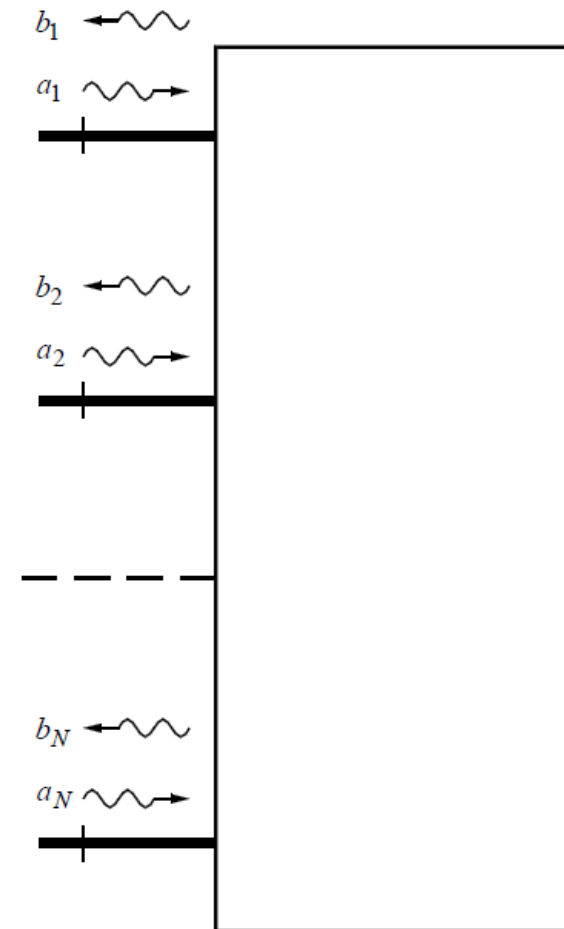
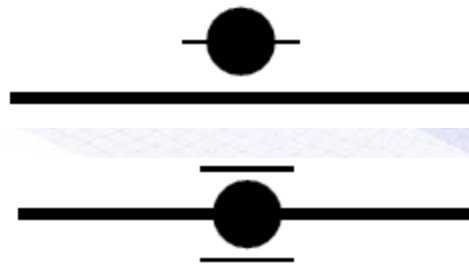
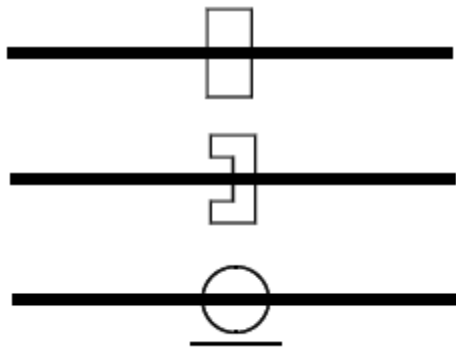
# Референтна равна приступа

- Микроталасне мреже се ретко састоје искључиво од дискретних елемената
  - По правилу садрже и разне водове и таласоводе
- На микроталасним учестаностима облик проводника који образују приступ је важан
  - Проводници произвољног облика уносе непредвидљиве паразитне ефекте
- Под приступом микроталасне мреже подразумева се дефинисана трансверзална равна (попречни пресек) вода или таласовода



# Микроталасна мрежа са $N$ -приступа

- Сваки вод или таласовод на приступу означен је једном дебљом линијом
- Референтне равни приступа означене су танком линијом управном на вод или таласовод
- Постоје посебне ознаке за тип вода или таласовода



# Мотивација за увођење параметара расејања

- Матрични параметри дефинисани до сада **нису погодни** за микроталасне мреже
  - Напони и струје на приступу микроталасне мреже не могу се увек једнозначно одредити (на пример, ако је приступ таласовод)
  - Чак и када се јачине струја и напони могу једнозначно дефинисати, на микроталасним учестаностима не постоје уређаји за њихово мерење
  - За мерење класичних параметара мрежа потребно је да поједини приступи буду отворени или кратко спојени
    - Тешко оствариво на микроталасним учестаностима
    - Кратки спојеви и отворене везе могу да поремете режим рада активних микроталасних компоненти

# Интензитети таласа

- На сваком приступу микроталасне мреже сматрамо да постоје два таласа
  - Један се простире ка мрежи (инцидентан према мрежи)
  - Други се простире од мреже (рефлектован од мреже)
- За описивање стања на приступима мреже уместо напона и струја користе се **интензитети таласа**
- Мрежа се описује  **$s$ -** и  **$t$ -параметрима** који се дефинишу под условом да су **приступи прилагођени**

# Интензитети таласа

- Нека је приступ микроталасне мреже вод који ради на довољно ниској учестаности тако да се јавља само ТЕМ (или квази-ТЕМ) талас, или таласовод који ради у опсегу учестаности у коме се може простирати само доминантни тип таласа
- Стање на овом воду или таласоводу може се представити суперпозицијом два прогресивна таласа који се простиру у супротним смеровима
  - Талас који се простире ка мрежи условно ћемо звати инцидентним таласом (у односу на мрежу)
  - Талас који се простире од мреже условно ћемо звати рефлектованим таласом (у односу на мрежу)

# Интензитети таласа

- Који је најпогоднији начин описивања свих тих таласа, а да се на јединствен начин обухвате сви системи за вођење таласа?
- За праксу је обично од највећег значаја средња снага која се преноси водом или таласоводом на приступу мреже
  - Та величина се једнозначно може дефинисати за све структуре за вођење таласа
  - Средња снага која се преноси прогресивним таласом може се релативно једноставно мерити
    - Помоћу усмереног спрежњака и мерења снаге дисипиране у прилагођеним завршецима



# Интензитети таласа

- За величину која описује један талас узима се комплексан број (интензитет таласа) чија је апсолутна вредност једнака квадратном корену из средње снаге која се преноси прогресивним таласом
- Апсолутна вредност интензитета инцидентног таласа на приступу  $k$  је

$$|a_k| = \sqrt{P_{ki}}$$

- Апсолутна вредност интензитета рефлектованог таласа на приступу  $k$  је

$$|b_k| = \sqrt{P_{kr}}$$

Јединица интензитета таласа је  $\sqrt{W}$

# Средња снага која се преноси ка микроталасној мрежи

- Сматрамо да водови и таласоводи на приступу микроталасне мреже имају занемарљиво мале губитке
  - Карактеристична тј. таласна импеданса је тада чисто реална
- За таласоводе, сматрамо да је радна учестаност изнад критичне учестаности посматраног типа таласа
- Средња снага која се преноси водом једнака је разлици средњих снага које се преносе инцидентним и рефлектованим таласом
- Средња снага која се преноси ка микроталасној мрежи кроз приступ  $k$  је
$$P_k = |a_k|^2 - |b_k|^2$$
- Укупна средња снага која се преноси ка мрежи кроз све приступе је
$$P = \sum_{k=1}^N \left( |a_k|^2 - |b_k|^2 \right)$$

# Аргумент (фаза) ИНТЕНЗИТЕТА ТАЛАСА

- Пожељно је да фазе интензитета таласа одражавају фазе поља одговарајућих таласа
- Код TEM таласа на воду (приближно и код квази-TEM таласа)
  - Трансверзална раван је еквифазна за трансверзалне компоненте електричног (и магнетског) поља
  - Електрично поље има само трансверзалне компоненте
- Код свих разматраних таласовода и типова таласа у њима, трансверзална раван је еквифазна за трансверзалне компоненте електричног (и магнетског) поља

# Аргумент (фаза) ИНТЕНЗИТЕТА ТАЛАСА

- За аргумент интензитета (прогресивног) таласа усваја се аргумент трансверзалне компоненте електричног поља одговарајућег прогресивног таласа у одговарајућем попречном пресеку
  - За инцидентне и рефлектоване таласе на приступу мреже, попречни пресек у коме се одређује аргумент електричног поља је референтна равна приступа
  - Код водова је аргумент интензитета таласа једнак почетној фази напона одговарајућег таласа

# Интензитети таласа за водове са TEM таласом

- Код водова (са TEM таласом) напон инцидентног таласа повезан је са средњом снагом овог таласа релацијом  $|\underline{U}_i| = \sqrt{P_i Z_c}$
- Аргументи интензитета и напона инцидентног таласа су једнаки
- Интензитет инцидентног таласа може се представити преко комплексног напона инцидентног напона

$$\underline{a} = \frac{\underline{U}_i}{\sqrt{Z_c}}$$

- Слично се добија  $\underline{b} = \frac{\underline{U}_r}{\sqrt{Z_c}}$



# Интензитети таласа за таласоводе

- Код таласовода напон у попречном пресеку не може се дефинисати на једнозначан начин
- У анализи таласовода обично се посматра **еквивалентни вод** (за који је могуће једнозначно дефинисати напоне)
- **Еквивалентни вод** је **фиктиван вод** (са TEM таласом)
  - Карактеристична импеданса вода једнака је таласној импеданси таласовода за посматрани тип таласа
  - Таласна дужина на воду једнака је таласној дужини на таласоводу (на посматраној радној учестаности)
- Средње снаге инцидентног и рефлектованог таласа на еквивалентном воду једнаке су средњим снагама одговарајућих таласа на таласоводу

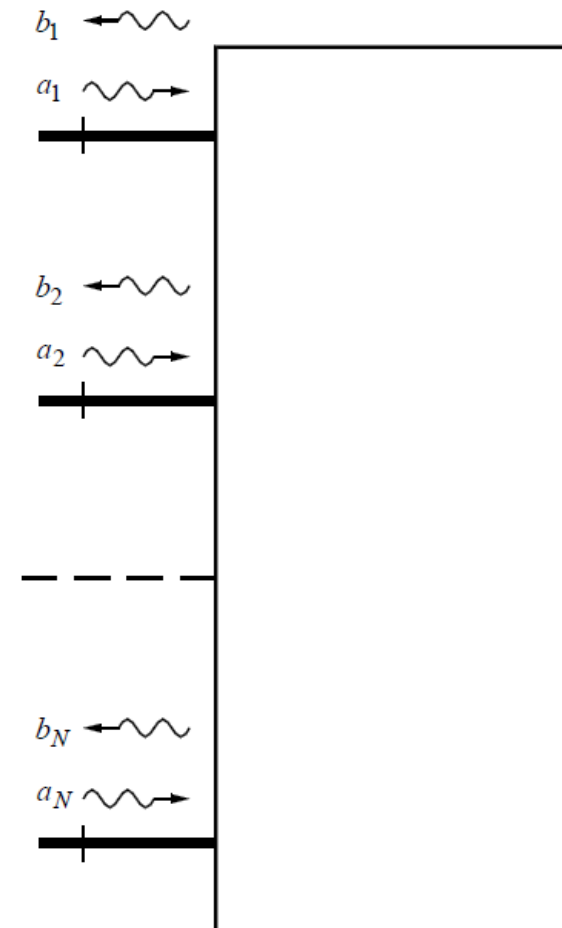
# Микроталасне мреже са више типова таласа

- На једном приступу микроталасне мреже може постојати више типова таласа
  - За довољно високу радну учестаност, више модова у правоугаоном таласоводу
  - Поларизација доминантног типа таласа у кружном таласоводу није једнозначно одређена
- (Једноструки) Физички приступ мреже посматра се као вишеструки електрични приступ
  - За сваки тип таласа и за сваку од поларизација сматра се да постоји по један независан приступ
- Независност приступа је последица тога што за сваки од типова таласа и за сваку од (ортогоналних) поларизација таласа важи суперпозиција средњих снага 21/92

# Параметри расејања

## $s$ -параметри

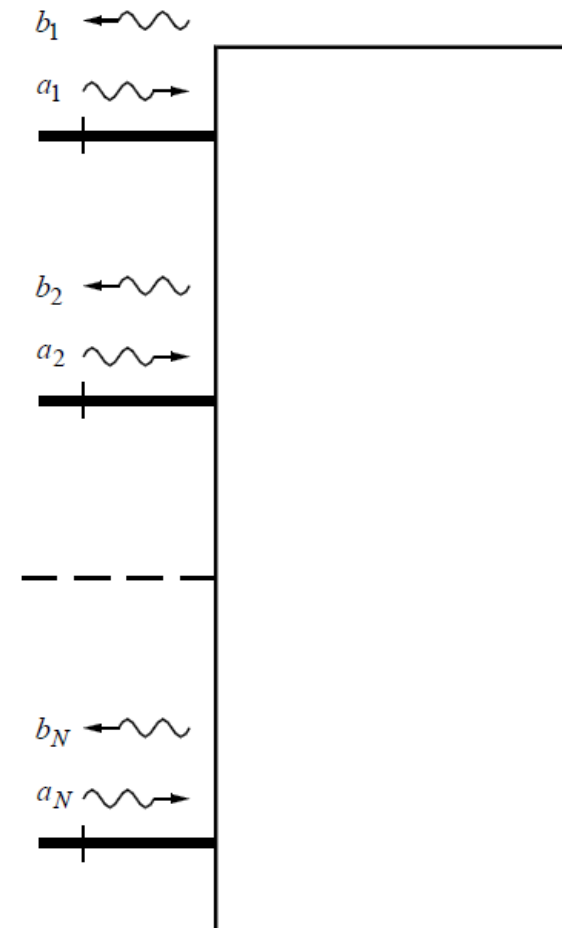
- Нека је на приступ 1 прикључен генератор синусоидалног сигнала, а нека су сви остали приступи затворени прилагођењима
- Генератор побуђује талас  $\underline{a}_1$
- У општем случају, гледано у приступ 1 не види се прилагођење, па постоји и рефлектовани талас  $\underline{b}_1$
- Део енергије инцидентног таласа ( $\underline{a}_1$ ) се враћа рефлектованим таласом ( $\underline{b}_1$ ), а други део иде у мрежу



# Параметри расејања

## $s$ -параметри

- Део енергије који је отишао у мрежу може се претворити у губитке у самој мрежи, а други део се појављује на осталим приступима (2, 3, ...,  $N$ ) као таласи  $\underline{b}_2, \underline{b}_3, \dots, \underline{b}_N$
- Пошто су сви остали приступи прилагођени, таласи који излазе из тих приступа ( $\underline{b}_2, \underline{b}_3, \dots, \underline{b}_N$ ) не враћају се назад (као таласи  $\underline{a}_2, \underline{a}_3, \dots, \underline{a}_N$ )
- На свим приступима осим првом постоје само “рефлектовани” таласи  $\underline{b}_2, \dots, \underline{b}_N$



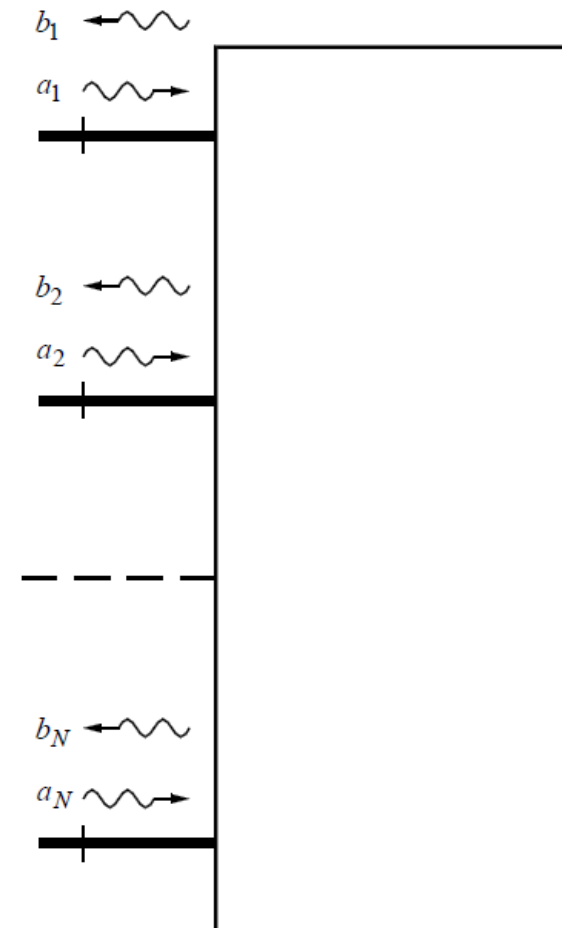
# Параметри расејања

## $s$ -параметри

- Пошто је мрежа линеарна и не садржи независне генераторе, интензитети свих “рефлектованих” таласа пропорционални су са  $\underline{a}_1$

$$\begin{aligned} \underline{b}_1 &= \underline{s}_{11} \underline{a}_1 \\ \underline{b}_2 &= \underline{s}_{21} \underline{a}_1 \\ &\vdots \\ \underline{b}_N &= \underline{s}_{N1} \underline{a}_1 \end{aligned} \quad (\underline{a}_2 = 0, \quad \underline{a}_3 = 0, \dots, \quad \underline{a}_N = 0)$$

- Коефицијенти пропорционалности  $\underline{s}_{11}, \underline{s}_{21}, \dots, \underline{s}_{N1}$  су комплексни бројеви и називају се  $s$ -параметри или параметри расејања





# Параметри расејања

## $s$ -параметри

- Преместимо сада генератор на приступ 2, а све остале приступе затворимо прилагођењем
- Аналогним резоновањем закључујемо да ће постојати инцидентни талас само на приступу 2, као и свих  $N$  “рефлектованих” таласа, и да ће важити релације

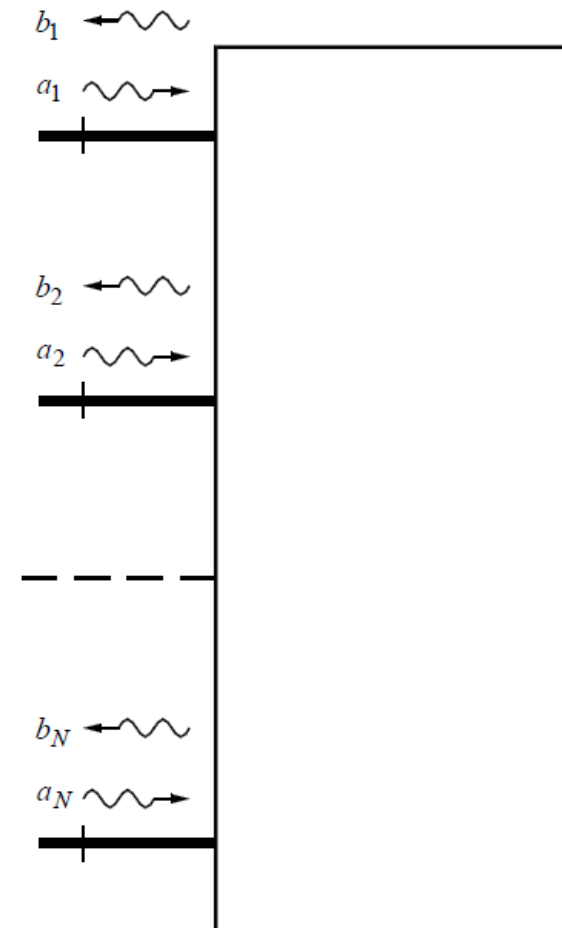
$$\underline{b}_1 = \underline{s}_{12} \underline{a}_2$$

$$\underline{b}_2 = \underline{s}_{22} \underline{a}_2$$

$$\vdots$$

$$\underline{b}_N = \underline{s}_{N2} \underline{a}_2$$

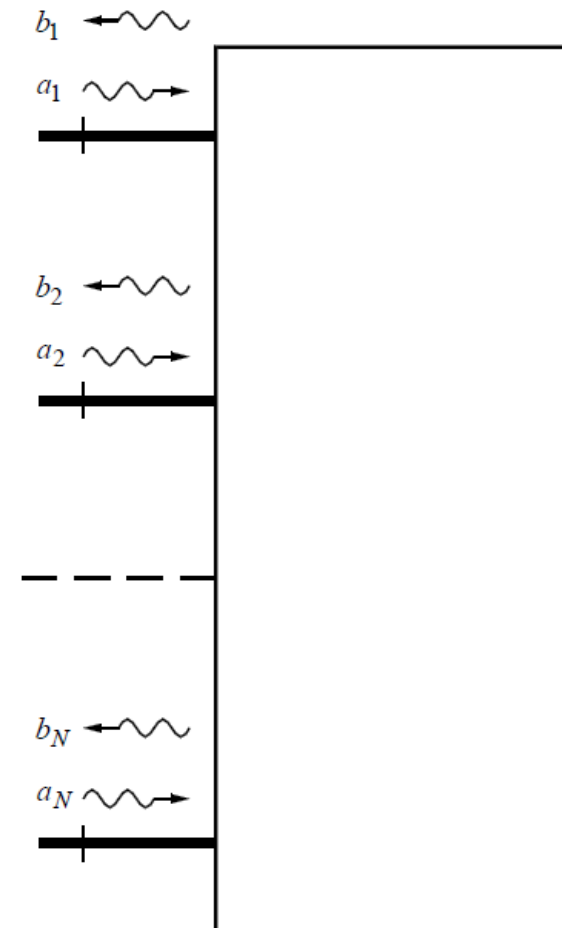
$$(\underline{a}_1 = 0, \quad \underline{a}_3 = 0, \dots, \quad \underline{a}_N = 0)$$



# Параметри расејања

## $s$ -параметри

- Премештањем генератора на остале приступе и затварањем осталих приступа прилагођењима добијамо аналогне једначине
- Уколико на приступима мреже истовремено делује више генератора исте учестаности, или приступи нису затворени прилагођењима, онда ће, у општем случају, на сваком приступу постојати и инцидентни, и рефлектовани талас



# Параметри расејања

## $s$ -параметри

- Користећи се суперпозицијом, сваки од рефлектованих таласа може се представити као збир одзива на један по један инцидентни талас, при чему се узима да су остали инцидентни таласи једнаки нули

$$\underline{b}_1 = \underline{s}_{11}\underline{a}_1 + \underline{s}_{12}\underline{a}_2 + \cdots + \underline{s}_{1N}\underline{a}_N$$

$$\underline{b}_2 = \underline{s}_{21}\underline{a}_1 + \underline{s}_{22}\underline{a}_2 + \cdots + \underline{s}_{2N}\underline{a}_N$$

$$\vdots$$

$$\underline{b}_N = \underline{s}_{N1}\underline{a}_1 + \underline{s}_{N2}\underline{a}_2 + \cdots + \underline{s}_{NN}\underline{a}_N$$

- У матричном запису

$$\underline{[b]} = \underline{[s]}\underline{[a]}$$
$$\underline{[a]} = \begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \vdots \\ \underline{a}_N \end{bmatrix} \quad \underline{[b]} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \vdots \\ \underline{b}_N \end{bmatrix}$$
$$\underline{[s]} = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \cdots & \underline{s}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{s}_{N1} & \cdots & \underline{s}_{NN} \end{bmatrix}$$

# Одређивање $s$ -параметара

- Одредимо параметар  $\underline{s}_{jk}$  мреже са  $N$  приступа
- На приступ  $k$  се прикључи генератор,  
а **сви остали приступи се затворе прилагођењима**
- Одреди се интензитет инцидентног таласа на приступу  $k$  ( $\underline{a}_k$ ) и рефлектованог таласа на приступу  $j$  ( $\underline{b}_j$ )

$$\underline{s}_{jk} = \frac{\underline{b}_j}{\underline{a}_k} \quad (\underline{a}_l = 0, \quad l = 1, \dots, N, \quad l \neq k)$$

- Овако дефинисани параметри мреже су погодни за микроталасне мреже јер немају недостатке које имају  $z$ - и  $y$ -параметри

# Физичка интерпретација $s$ -параметара

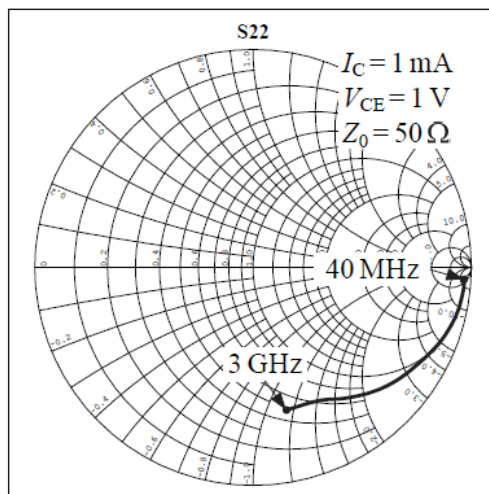
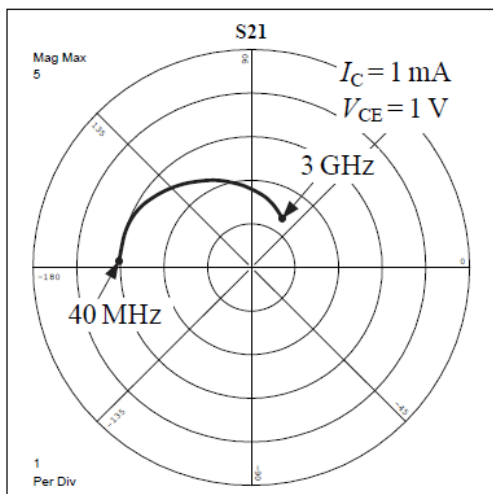
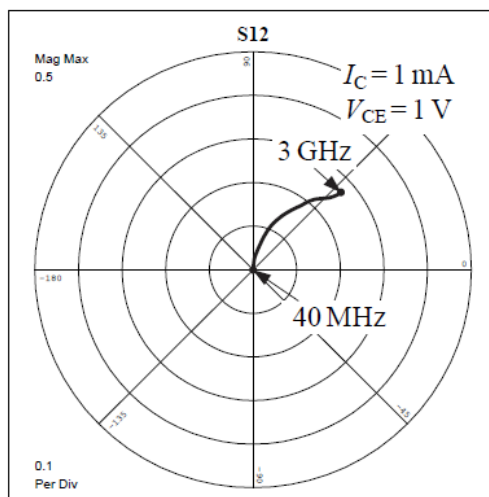
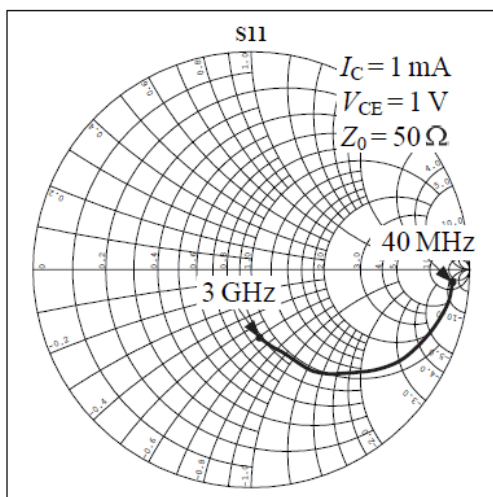
- Параметар  $\underline{s}_{kk}$  представља коефицијент рефлексије мреже на приступу  $k$  када су сви остали приступи прилагођени, а назива се **сопственим коефицијентом рефлексије приступа  $k$** 
  - Ако бар један од осталих приступа није затворен прилагођењем, коефицијент рефлексије на приступу  $k$  у општем случају није једнак  $\underline{s}_{kk}$
- Параметар  $\underline{s}_{jk}$  представља коефицијент трансмисије од приступа  $k$  до приступа  $j$

# Представљање $s$ -параметара

- $S$ -параметри су комплексни бројеви
  - Могу се представити преко реалног и имагинарног дела
  - Обично се представљају у поларном облику
    - Модул се обично изражава у децибелима (као  $20 \log_{10} |s_{jk}|$  dB)
    - Аргумент у степенима, сведен на интервал од  $-180^\circ$  до  $180^\circ$



# Графичка представа фреквенцијске зависности $S$ -параметара



- $S$ -параметри транзистора (како их наводи произвођач)
- Код активних елемената користи се и део Смитовог дијаграма изван јединичног круга

# Пасивност мреже

- Мрежа је пасивна ако је средња снага коју мрежа прима већа или једнака нули без обзира на стање на њеним приступима
  - У противном, мрежа је активна
- Ако је средња снага коју мрежа прима једнака нули, мрежа је пасивна и без губитака
- Ако је мрежа пасивна, мора да важи\*

$$\sum_{k=1}^N |s_{kj}|^2 \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, N$$

\* Знак једнакости важи само ако је мрежа пасивна и без губитака

# Интензитети таласа изражени помоћу напона и струја (на воду)

- Уколико се на приступу микроталасне мреже налазе водови (или се посматрају еквивалентни водови), тада се, за сваки приступ, напон и струја могу представити преко напона и струје инцидентног и рефлектованог таласа

$$\underline{U}_k = \underline{U}_{ik} + \underline{U}_{rk}$$

$$\underline{I}_k = \underline{I}_{ik} - \underline{I}_{rk} = \frac{\underline{U}_{ik}}{Z_{ck}} - \frac{\underline{U}_{rk}}{Z_{ck}}$$

$$\underline{U}_{ik} = \frac{\underline{U}_k + Z_{ck} \underline{I}_k}{2}$$

$$\underline{U}_{rk} = \frac{\underline{U}_k - Z_{ck} \underline{I}_k}{2}$$

$$\underline{a} = \frac{\underline{U}_i}{\sqrt{Z_c}} \quad \underline{b} = \frac{\underline{U}_r}{\sqrt{Z_c}}$$

$$\underline{a}_k = \frac{\underline{U}_k + Z_{ck} \underline{I}_k}{2\sqrt{Z_{ck}}} \quad \underline{b}_k = \frac{\underline{U}_k - Z_{ck} \underline{I}_k}{2\sqrt{Z_{ck}}}$$

# Веза између $z$ - ( $y$ -) и $s$ -параметара

$$\begin{aligned}[\underline{z}] &= [F] ([1] + [\underline{s}]) ([1] - [\underline{s}])^{-1} [F] \\ &= [F] ([1] - [\underline{s}])^{-1} ([1] + [\underline{s}]) [F]\end{aligned}$$

$$[\underline{s}] = [F]([\underline{z}] + [Z_c])^{-1}([\underline{z}] - [Z_c]) [F]^{-1}$$

$$[F] = \text{diag}(\sqrt{Z_{c1}}, \dots, \sqrt{Z_{cN}})$$

$$[Z_c] = \text{diag}(Z_{c1}, \dots, Z_{cN})$$

$$[1] = \text{diag}(1, \dots, 1)$$

$$[\underline{y}] = [\underline{z}]^{-1}$$

# Прорачун $s$ -параметара

- Најједноставније је узети да је побудни генератор прилагођен на одговарајући приступ (али не мора се узети тако)
  - Унутрашња импеданса генератора једнака је карактеристичној импеданси (еквивалентног) вода на одговарајућем приступу или **номиналној** импеданси одговарајућег приступа
- Најједноставније је узети да је електромоторна сила генератора  $\underline{E}_0 = 2 V$
- Нека је побуда на  $j$ -том приступу мреже

$$\underline{a}_j = \underline{E}_0 / (2\sqrt{Z_{cj}})$$

$$\underline{b}_j = (2\underline{U}_j - \underline{E}_0) / (2\sqrt{Z_{cj}})$$

$$\underline{b}_k = \underline{U}_k / \sqrt{Z_{ck}}$$

$$\underline{s}_{kj} = \underline{U}_k [V] \sqrt{Z_{cj} / Z_{ck}} \quad k = 1, \dots, N, k \neq j$$

$$\underline{s}_{jj} = \underline{U}_j [V] - 1$$



# Референтне (номиналне) импедансе приступа

- Приликом одређивања  $s$ -параметара, приступе није неопходно затварати карактеристичним импедансама (еквивалентних) водова који до тих приступа воде
- Приступу се могу затворити и другим (произвољним) импедансама
- Те импедансе називају се референтне (номиналне) импедансе (приступа)
- Промена номиналних импеданси приступа проузрокује промену  $s$ -параметара



# Промена номиналних импеданси приступа

- Ако познајемо  $s$ -параметре за један скуп референтних импеданси приступа, а желимо да одредимо  $s$ -параметре за други скуп референтних импеданси приступа:
  - Прво се из оригиналних  $s$ -параметара одреде  $z$ - параметри (или  $y$ -параметри) који не зависе од избора номиналних импеданси приступа
  - Полазећи од ових  $z$ -параметра (или  $y$ -параметра) одређују се нови  $s$ -параметри
    - У матрицу  $[F]$  замењују се нове номиналне импедансе приступа

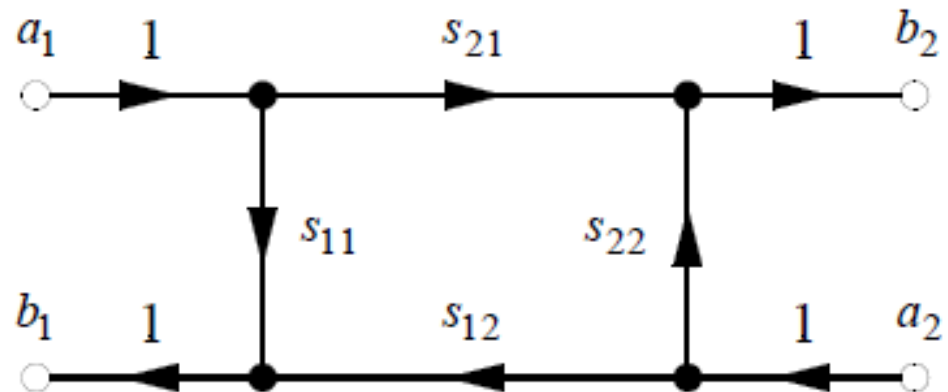
# Граф тока сигнала

- $S$ -параметри приказују везу између интензитета инцидентних и рефлектованих таласа
  - Може се дати илустрација ових веза помоћу графа тока сигнала
  - Једном приступу мреже одговарају два чвора графа
- Мрежа са два приступа

$$\underline{b}_1 = \underline{s}_{11}\underline{a}_1 + \underline{s}_{12}\underline{a}_2$$

$$\underline{b}_2 = \underline{s}_{21}\underline{a}_1 + \underline{s}_{22}\underline{a}_2$$

- Мејсонова правила ...



# Реципрочне (и нереципрочне) мреже

- Реципрочне мреже
  - По дефиницији, пренос између два приступа не зависи од смера у коме се пренос посматра, тј. увек важи  $S_{ij} = S_{ji}$
  - Матрица  $[S]$  реципрочних мрежа је **симетрична**
- Матрица  $[S]$  нереципрочних мрежа није симетрична
  - По правилу мреже које садрже активне елементе (микроталасне транзисторе и цеви, на пример), као и мреже које садрже пасивне феритне компоненте (са предмагнетисаним феритима) су нереципрочне
  - Пренос између две краткоталасне антене које везу остварују преко јоносфере може бити нереципрочан
  - Простирање електромагнетских таласа кроз оптички активне супстанце је нереципрочан (због окретања равни поларизације)

# Трансмисиони параметри ( $t$ -параметри)

- Полазећи од интензитета таласа, осим  $s$ -параметара могуће је дефинисати и друге параметре
- Од практичног значаја су  $t$ -параметри (трансмисиони параметри)
  - Користе се приликом анализе каскадно везаних мрежа
    - На пример, за анализу каскадне везе неколико транзисторских појачавачких степена

- За мрежу са два приступа  $t$ -параметри су

$$\begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{t}_{11} & \underline{t}_{12} \\ \underline{t}_{21} & \underline{t}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_2 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix}$$

- $T$ -матрица каскадне везе две мреже са по два приступа добија се множењем  $t$ -матрица те две мреже

# Веза између $t$ - и $s$ -параметара

$$t_{-11} = -\frac{\underline{s}_{11}\underline{s}_{22} - \underline{s}_{12}\underline{s}_{21}}{\underline{s}_{21}}$$

$$t_{-12} = \frac{\underline{s}_{11}}{\underline{s}_{21}}$$

$$t_{-21} = -\frac{\underline{s}_{22}}{\underline{s}_{21}}$$

$$t_{-22} = \frac{1}{\underline{s}_{21}}$$

- У литератури постоји и **алтернативна дефиниција**  $t$ -параметара

$$\begin{bmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{-11} & t_{-12} \\ t_{-21} & t_{-22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{b}_2 \\ \underline{a}_2 \end{bmatrix}$$

# Нека својства $s$ -параметара

- Посматрајмо пасивну мрежу без губитака
  - Средња снага која се предаје мрежи мора бити једнака нули
    - Мрежа нити апсорбује, нити производи енергију

$$\sum_{k=1}^N |\underline{a}_k|^2 - \sum_{k=1}^N |\underline{b}_k|^2 = 0 \quad \text{“ } t^* \text{ ” - оператор транспоновано-конјуговања}$$
$$[\underline{a}]^{t^*} [\underline{a}] - [\underline{b}]^{t^*} [\underline{b}] = 0$$

$$[\underline{b}]^{t^*} = ([\underline{s}][\underline{a}])^{t^*} = [\underline{a}]^{t^*} [\underline{s}]^{t^*} \quad [\underline{a}]^{t^*} ([1] - [\underline{s}]^{t^*} [\underline{s}]) [\underline{a}] = 0$$

- Претходна једначина мора бити задовољена за произвољан вектор  $[\underline{a}]$

$$[1] - [\underline{s}]^{t^*} [\underline{s}] = [0]$$



# Нека својства $s$ -параметара

- Финално добијамо матричну једначину

$$[\underline{s}]^{t*} [\underline{s}] = [1]$$

- Претходна релације се може написати и у облику

$$\sum_{i=1}^N \underline{s}_{ij}^* \underline{s}_{ik} = \delta_{jk} \quad (j, k = 1, \dots, N) \quad \delta_{jk} = \begin{cases} 1, & j = k \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

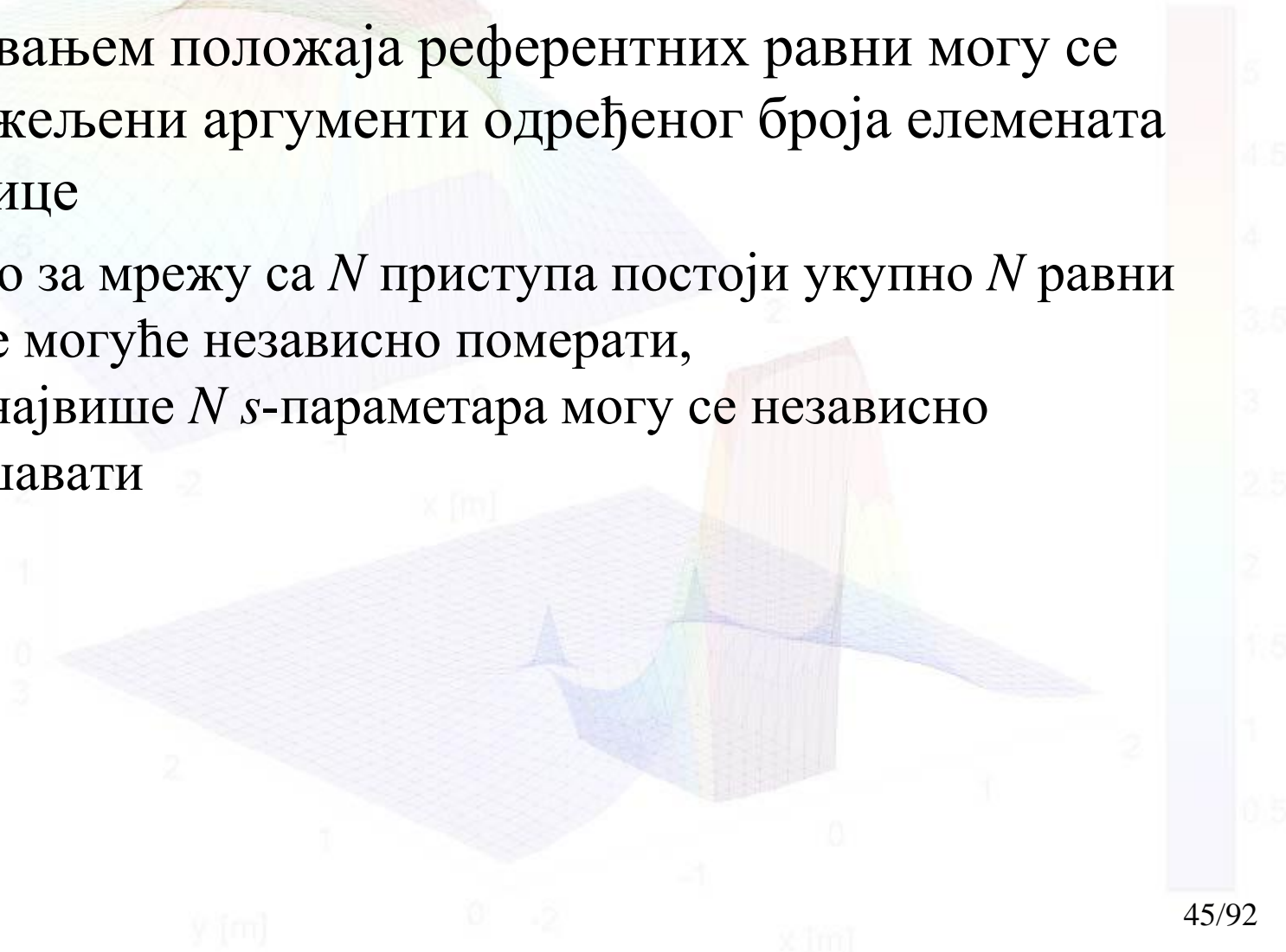
- Ортонормалност колона матрице  $[\underline{s}]$  пасивне мреже без губитака
  - Збир квадрата модула елемената у свакој колони матрице  $[\underline{s}]$  једнак је 1 (у складу са слајдом 32)
  - Производ конјуговане једне колоне и било које друге колоне матрице  $[\underline{s}]$  једнак је нули

# Померање референтне равни приступа

- Занемарујемо губитке на приступима (губитке дуж водова и таласовода који воде до приступа)
  - Померање референтне равни на једном приступу мења само фазе интензитета таласа, а не и њихове амплитуде
- Померимо на  $k$ -том приступу референтну раван за  $\Delta z_k$  ка мрежи
  - Нови интензитети таласа на том приступу су
$$\underline{a}'_k = \underline{a}_k e^{-j\varphi_k} \quad \underline{b}'_k = \underline{b}_k e^{+j\varphi_k} \quad \varphi_k = \beta_k \Delta z_k$$
  - Сви елементи  $k$ -те врсте и  $k$ -те колоне оригиналне  $[s]$  матрице множе се са  $e^{j\varphi_k}$
  - Елемент  $\underline{s}_{kk}$  множи се два пута овим фактором

# Померање референтне равни приступа

- Подешавањем положаја референтних равни могу се добити жељени аргументи одређеног броја елемената  $[s]$  матрице
  - Пошто за мрежу са  $N$  приступа постоји укупно  $N$  равни које је могуће независно померати, фазе највише  $N$   $s$ -параметара могу се независно подешавати



# S-параметри мреже са једним приступом

- Код мрежа са једним приступом (без независних генератора) имамо  $\underline{b}_1 = \underline{s}_{11} \underline{a}_1$ 
  - Параметар  $\underline{s}_{11}$  представља коефицијент рефлексије  $\rho$ 
    - За пасивне мреже  $|\underline{s}_{11}| \leq 1$   
( $|\underline{s}_{11}| = 1$  за мрежу без губитака, тј. чисто реактивну мрежу)
- Од посебног практичног значаја су прилагођени завршеци
  - Коефицијент рефлексије им је теоријски једнак нули
  - У пракси параметар  $\underline{s}_{11}$  није једнак нули, али је његов модул врло мали
    - Између  $-50$  dB за одлична прилагођења до  $-20$  dB за слабија прилагођења
  - Теже је направити добро широкопојасно прилагођење, него ускопојасно

# Активне мреже са једним приступом

- Пример таквих мрежа је тунел диода
  - Код таквих мрежа је  $|\underline{s}_{11}| > 1$
  - Улазна импеданса оваквих мрежа (параметар  $\underline{z}_{11}$ ) има негативан реални део
  - Улазна адмитанса оваквих мрежа (параметар  $\underline{y}_{11}$ ) има негативан реални део
  - Коефицијент рефлексије оваквих мрежа лежи изван јединичног круга у Смитовом дијаграму

# S-параметри мрежа са два приступа

- Везе између интензитета таласа мреже са два приступа (без независних генератора) су

$$\underline{b}_1 = \underline{s}_{11}\underline{a}_1 + \underline{s}_{12}\underline{a}_2$$

$$\underline{b}_2 = \underline{s}_{21}\underline{a}_1 + \underline{s}_{22}\underline{a}_2$$

– Ако је мрежа реципрочна,  $\underline{s}_{21} = \underline{s}_{12}$

– Ако је мрежа пасивна и без губитака,

$$|\underline{s}_{11}|^2 + |\underline{s}_{21}|^2 = 1 \quad |\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{22}|^2 = 1 \quad \underline{s}_{11}^* \underline{s}_{12} + \underline{s}_{21}^* \underline{s}_{22} = 0$$

- Ако је мрежа и реципрочна,

$$|\underline{s}_{11}| = |\underline{s}_{22}|$$

– Ако је мрежа симетрична,

$$\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22}$$



# Прилагођена мрежа (са два приступа)

- За мрежу са два приступа се каже да је прилагођена ако је  $\underline{s}_{11} = 0$  и  $\underline{s}_{22} = 0$ 
  - Ако је  $\underline{s}_{11} = 0$ , то не мора да значи да се гледано у први приступ мреже увек види прилагођење
    - Прилагођење ће се видети гледано у први приступ ако је други приступ затворен прилагођењем, или ако је  $\underline{s}_{12} = 0$  (без обзира на то чиме је затворен други приступ)
  - Аналогно је и за случај  $\underline{s}_{22} = 0$
- За мрежу са  $N$  приступа се каже да је прилагођена ако је  $\underline{s}_{kk} = 0, k = 1, \dots, N$

# Прилагођени помераач фазе

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi} \\ e^{-j\varphi} & 0 \end{bmatrix}$$

- Талас који прође кроз овакву мрежу задржава исту енергију, али фазно касни за  $\varphi$
- Најједноставнија конструкција оваквог помераача фазе је у облику секције вода или таласовода
  - Карактеристична импеданса вода, односно таласна импеданса таласовода, једнака је референтним импедансама приступа

# Нереципрочан помераач фазе

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi_1} \\ e^{-j\varphi_2} & 0 \end{bmatrix}$$

- Пасивна мрежа са феритима
  - Може бити нереципрочна
- Жиратор је посебан нереципрочан помераач фазе и има  $s$ -матрицу

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Изолятор

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Нереципрочна пасивна мрежа (са феритима)
- Без слабљења пропушта талас у једном смеру (од приступа 1 ка приступу 2), а у потпуности апсорбује талас који наилази на приступ 2
- Померањем референтних равни на приступима мреже може се мењати аргумент параметра  $\underline{s}_{21}$  (уз задржавање  $|\underline{s}_{21}| = 1$ )

# Изолятор

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- У пракси је  $|\underline{s}_{21}|$  мање од 1, али ипак блиско 1, док су остали  $s$ -параметри различити од нуле, али су њихови модули врло мали
  - Неприлагођење  $k$ -тог приступа  $-20\log_{10} |\underline{s}_{kk}| \text{ dB}$ 
    - За добро прилагођене изолаторе веће од 20 dB
  - Унето слабљење  $-20\log_{10} |\underline{s}_{21}| \text{ dB}$ 
    - Код добрих изолатора оно износи до око 0,5 dB
  - Изолација  $-20\log_{10} |\underline{s}_{12}| \text{ dB}$ 
    - Типично од 20 dB до 40 dB

# Идеални појачавач

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \underline{A} & 0 \end{bmatrix}$$

- Активна мрежа код које је  $|\underline{A}| > 1$ 
  - Појачање се дефинише као  $20 \log_{10} |\underline{A}|$  dB
  - Појачавач у пракси није идеалан
    - Тежи се да  $|\underline{s}_{11}|$  и  $|\underline{s}_{22}|$  буду што мањи (тј. да прилагођење на оба приступа буде што боље) и да  $|\underline{s}_{12}|$  буде што мање (тј. да слабљење у повратном смеру буде што веће)



# Идеални филтар

- Обично реципрочна мрежа ( $\underline{s}_{12} = \underline{s}_{21}$ )
- У пропусном опсегу  $s$ -матрица је облика

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & \underline{s}_{12} \\ \underline{s}_{12} & 0 \end{bmatrix}$$

– при чему је  $|\underline{s}_{12}| = 1$

- У непропусном опсегу  $s$ -матрица је облика

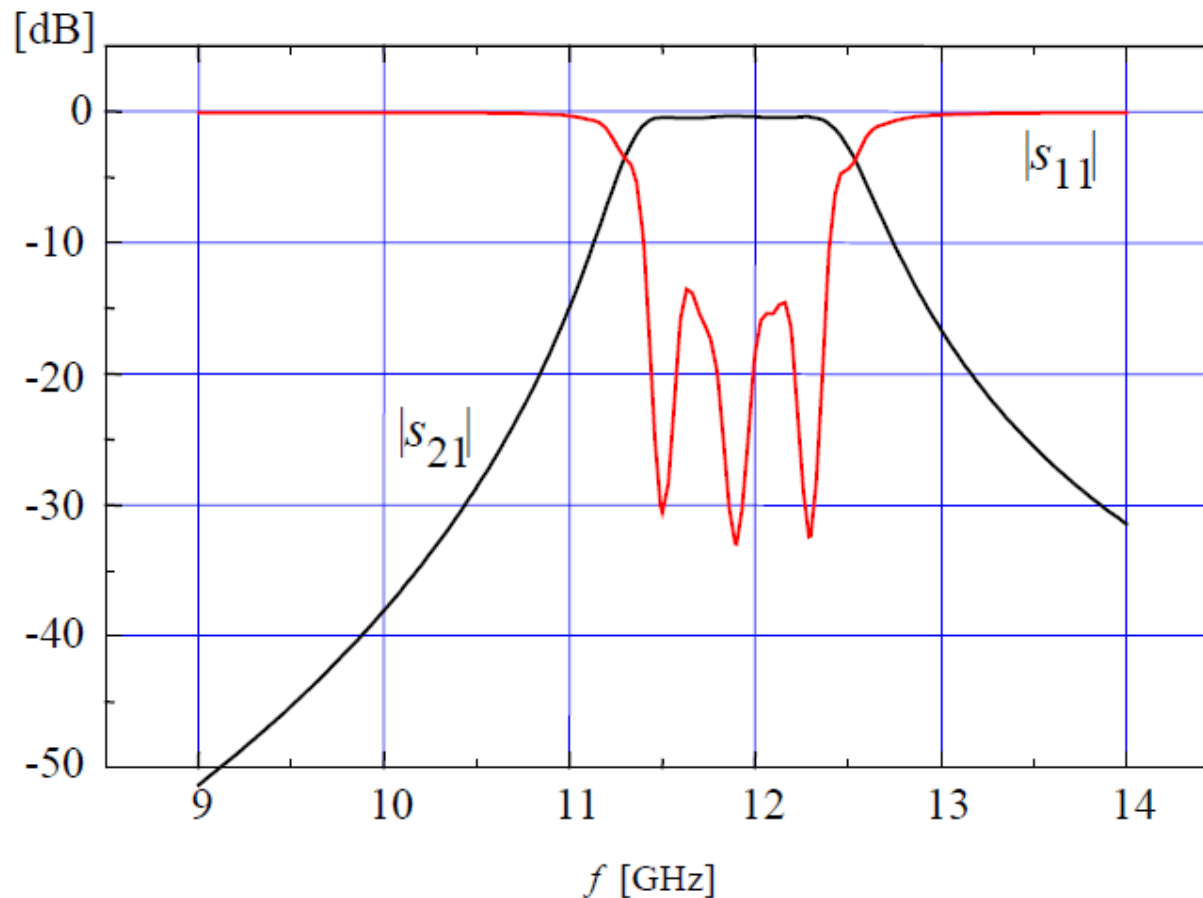
$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & 0 \\ 0 & \underline{s}_{22} \end{bmatrix}$$

– при чему је  $|\underline{s}_{11}| = 1$  и  $|\underline{s}_{22}| = 1$

- Ако су губици у филтру релативно мали, онда приближно важи  $|\underline{s}_{11}|^2 + |\underline{s}_{12}|^2 = 1$  и  $|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{22}|^2 = 1$

# Пример микроталасног филтра пропусника опсега учестаности

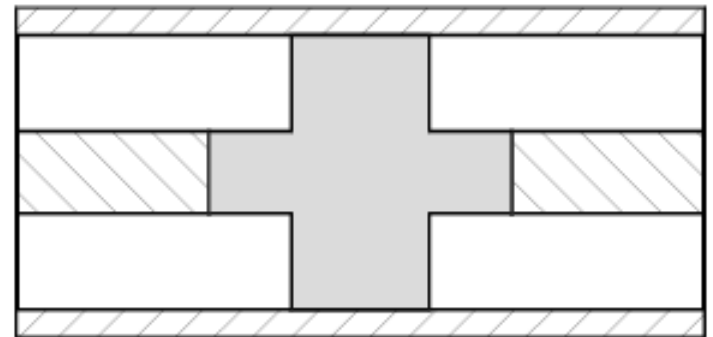
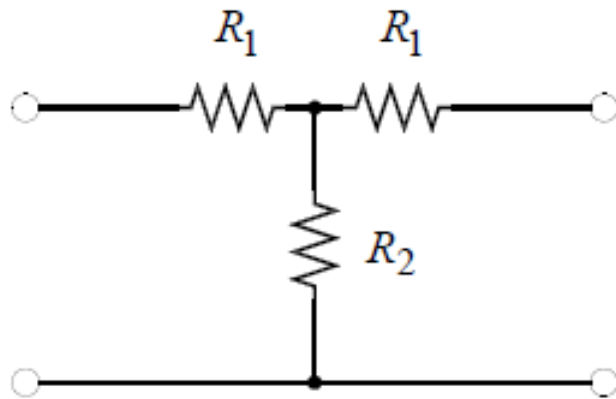
- Реализован је у техници микротракастих водова



# Прилагођени реципрочни атенуатор (ослабљивач)

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & \underline{s}_{12} \\ \underline{s}_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad |\underline{s}_{12}| < 1$$

- Два примера реализације



# S-параметри мрежа са три приступа

- Посматрајмо, најпре, **пасивне реципрочне мреже са три приступа, без губитака**
  - Примери оваких мрежа су различити спојеви по три вода или три таласовода (Т-спој водова, ЕТ- и НТ-спојеви таласовода)
  - Доказаћемо да оваква мрежа **не може бити прилагођена на више од једног приступа**
    - Највише један од параметара  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  и  $S_{33}$  може бити једнак нули

# Пасивне реципрочне мреже без губитака са три приступа

- $S$ -матрица овакве мреже је

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{12} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{13} & \underline{s}_{23} & \underline{s}_{33} \end{bmatrix}$$

- Важи ортонормалност колона  $s$ -матрице
- Претпоставимо да је мрежа прилагођена на сва три приступа ( $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = \underline{s}_{33} = 0$ )
  - Тада важи  $\underline{s}_{13}^* \underline{s}_{23} = 0$ 
    - Ако је  $\underline{s}_{13} = 0$ ,  $\Rightarrow |\underline{s}_{12}| = 1$ ,  $|\underline{s}_{23}| = 1$ ,  $\Rightarrow \underline{s}_{12}^* \underline{s}_{23} = 0$
    - Ако је  $\underline{s}_{23} = 0$ ,  $\Rightarrow |\underline{s}_{12}| = 1$ ,  $|\underline{s}_{13}| = 1$ ,  $\Rightarrow \underline{s}_{12}^* \underline{s}_{13} = 0$
- Мрежа **не може бити прилагођена на сва три приступа**

# Пасивне реципрочне мреже без губитака са три приступа

- Претпоставимо да је мрежа прилагођена на два приступа
- Нека је, примера ради,  $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = 0$   
(аналогно за остале случајеве)
  - Тада важи  $\underline{s}_{13}^* \underline{s}_{23} = 0$ 
    - Ако је  $\underline{s}_{13} = 0$ ,  $\Rightarrow |\underline{s}_{12}| = 1$ ,  $\underline{s}_{23} = 0$ ,  $\Rightarrow |\underline{s}_{33}| = 1$
    - Ако је  $\underline{s}_{23} = 0$ ,  $\Rightarrow |\underline{s}_{12}| = 1$ ,  $\underline{s}_{13} = 0$ ,  $\Rightarrow |\underline{s}_{33}| = 1$
  - Приступ 3 је изолован од приступа 1 и 2 (који су међусобно повезани), па добијена мрежа представља **две одвојене мреже**, а не мрежу са три приступа
- Мрежа **не може бити прилагођена на два приступа**
- На примерима ЕТ- и НТ-споја, видећемо да је **могуће да један приступ буде прилагођен**



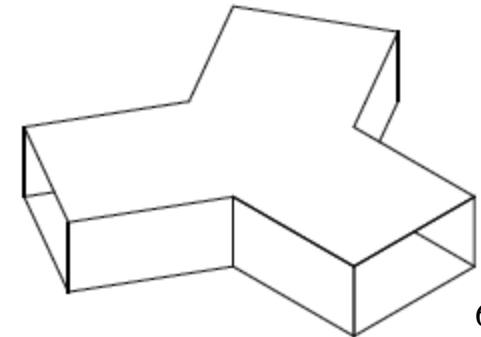
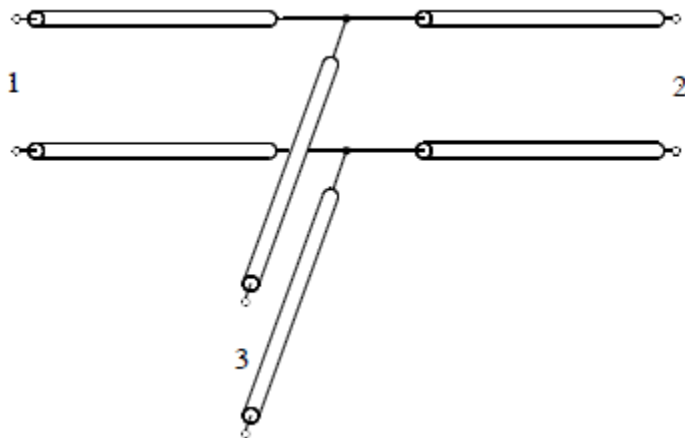
# T-спој три вода (Y-спој три таласовода)

- Занемарујемо кашњење између референтних равни спојева
  - Сви елементи  $s$ -матрице су реални
  - Из разлога симетрије (сматрамо да су референтне импедансе свих приступа једнаке) важи  $s_{11} = s_{22} = s_{33}$  и  $s_{12} = s_{13} = s_{23}$

$$[s] = \begin{bmatrix} -1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -1/3 \end{bmatrix}$$

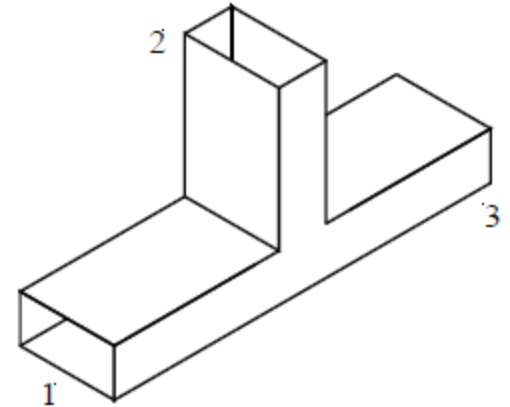
- Y-спој три таласовода

- Три идентична таласовода чије осе леже у једној равни и заклапају међусобне углове  $2\pi/3$



# ET-спој

- Из разлога симетрије  $\underline{s}_{12} = -\underline{s}_{23}$
- Мрежом за прилагођење на приступу 2 може се постићи  $\underline{s}_{22} = 0$
- Погодним избором референтних равни на приступима може се постићи да  $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{33}$  и  $\underline{s}_{12} = -\underline{s}_{23}$  буду чисто реални
- На основу  $|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 = |\underline{s}_{12}|^2 + |-\underline{s}_{12}|^2 = 1$  добија се  $\underline{s}_{12} = \sqrt{2}/2$
- Из ортонормалности прве и друге колоне следи  $\underline{s}_{13} = \underline{s}_{11}$

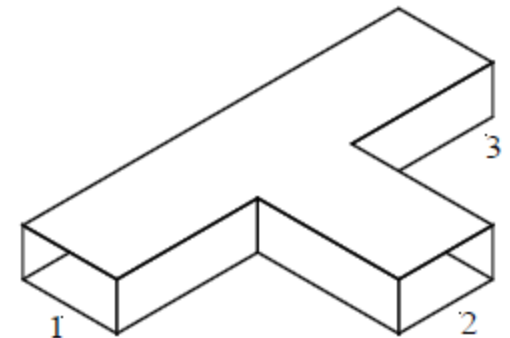


$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{2}/2 & 1/2 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ 1/2 & -\sqrt{2}/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

# HT-спој

- Из разлога симетрије  $\underline{s}_{12} = \underline{s}_{23}$
- Мрежом за прилагођење на приступу 2 може се постићи  $\underline{s}_{22} = 0$

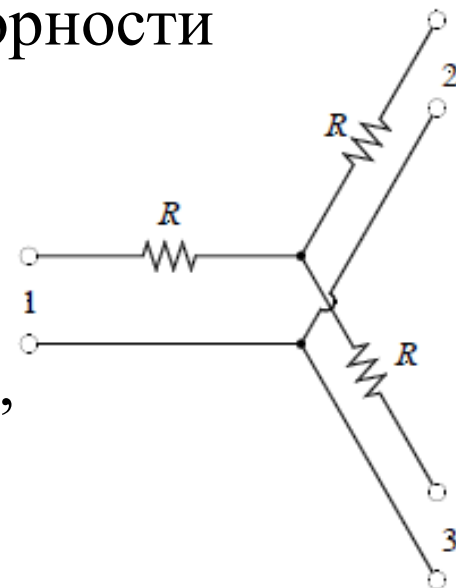
$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{2}/2 & -1/2 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ -1/2 & \sqrt{2}/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$



- Приметити да су у оба случаја (ET- и HT-спој) приступи 1 и 3 **врло лоше прилагођени**

# Симетрични отпорнички разделник (делитељ) снаге

- Мрежа од три идентична отпорника отпорности  $R = Z_c / 3$  повезана у трокраку звезду
- Референтне импедансе приступа су једнаке и износе  $Z_c$ 
  - Ако се приступ 1 прикључи на генератор, а приступи 2 и 3 заврше прилагођењима, онда ће се по  $1/4$  снаге која улази у мрежу на приступу 1 појавити на завршецима приступа 2 и 3, а  $1/2$  те снаге ће се дисипирати у отпорницима разделника



$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

# Нереципрочна пасивна мрежа без губитака са три приступа

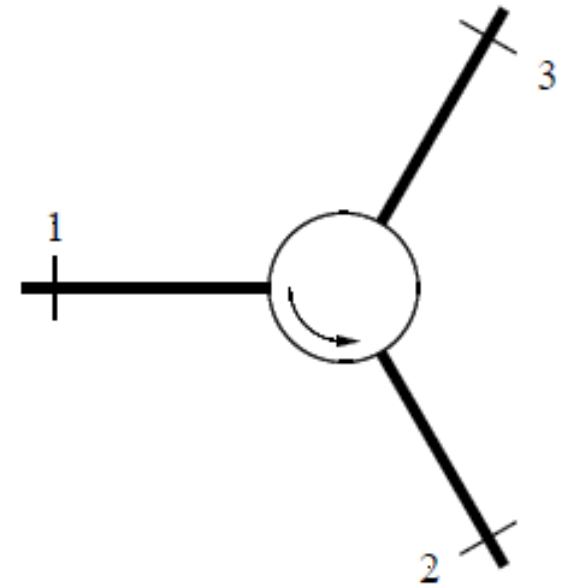
- Пасивна нереципрочна мрежа без губитака са три приступа **може бити прилагођена на сва три приступа**
- Нека је  $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = \underline{s}_{33} = 0$ 
  - Тада важи  $\underline{s}_{31}^* \underline{s}_{32} = 0$ 
    - Нека је  $\underline{s}_{31} = 0$  (слично се добија и за избор  $\underline{s}_{32} = 0$ )
    - Тада је  $|\underline{s}_{21}| = 1$ ,  $\underline{s}_{23} = 0$ ,  $|\underline{s}_{13}| = 1$ ,  $\underline{s}_{12} = 0$  и  $|\underline{s}_{32}| = 1$
    - Померањем референтних равни сва три приступа може се постићи да елементи  $s$ -матрице различити од нуле буду реални и позитивни
    - $S$ -матрица тада постаје

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

# Циркулатор

- Описани елемент назива се циркулатор
  - Ако се побуди само приступ 1, а остали приступи прилагоде, одзив ће се појавити само на приступу 2, а приступ 3 ће остати изолован
  - Слично томе, ако се побуди само приступ 2, а остали приступи прилагоде, одзив ће се појавити само на приступу 3, а приступ 1 ће остати изолован
  - Аналогно ако се побуди приступ 3 ...

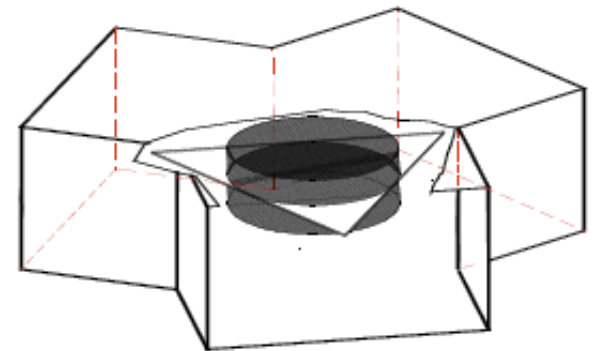
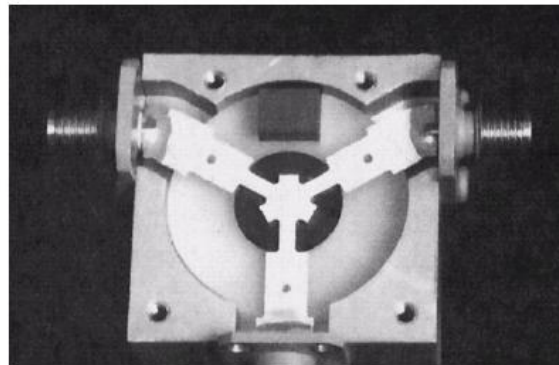
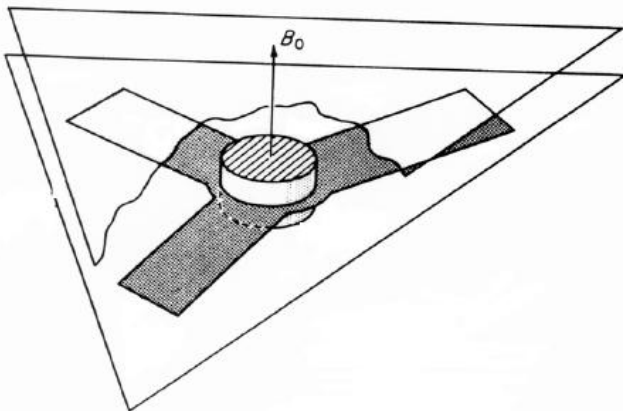
$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$





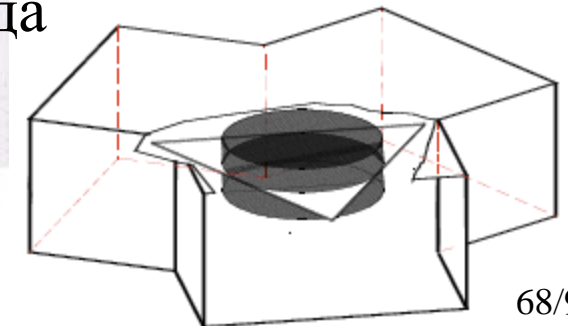
# Практичне реализације циркулатора

- Циркулатор са три приступа се може направити у техници водова (на пример, микрострип структура) или у техници таласовода
- Циркулатор увек садржи комад ферита, као и магнет (за предмагнетизацију ферита)



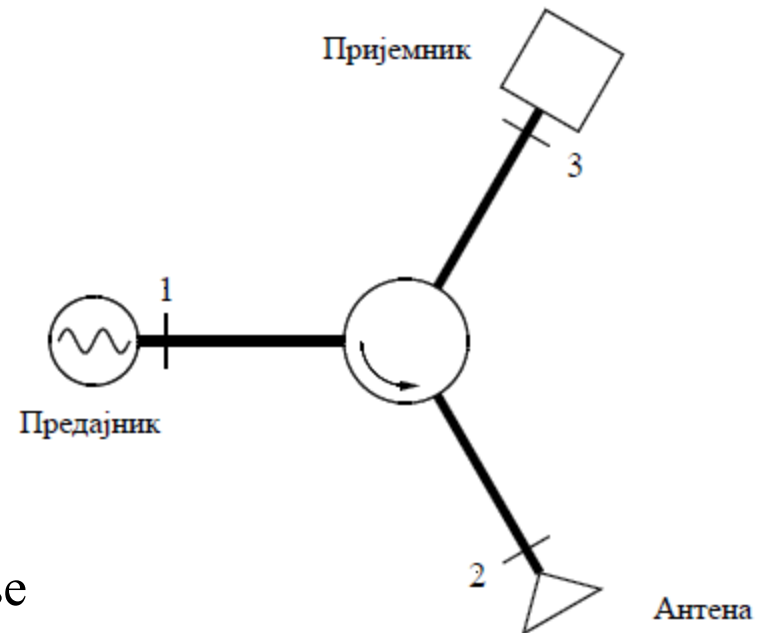
# Пројектовање циркулатора

- Ако је циркулатор (физички) симетричан, приликом конструкције, довољно је прикључити генератор на један (први) приступ а остале приступе затворити прилагођењем
  - Циркулатор се подешава све док се не добије  $\underline{s}_{11} = 0$
  - Добијена мрежа је аутоматски циркулатор
- У циљу постизања  $\underline{s}_{11} = 0$  и широкојасности, користе се мреже за прилагођење
  - Диелектрична плочица код таласовода



# Примена циркулатора

- Основна примена је код скретнице предаја-пријем (диплексера) код радара и разних телекомуникационих уређаја
  - Битно је да је антена добро прилагођена
    - За заштиту пријемника користе се гасне цеви у којима се успоставља електрично пражњење ако наиђе јак сигнал, или кола са рип диодама



# S-параметри мрежа са четири приступа

- Разматрамо само **пасивне реципрочне мреже без губитака**

– S-матрица оваквих мрежа је  $[s] =$

- Важи ортонормалност колона s-матрице

$$\begin{bmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} & \underline{s}_{14} \\ \underline{s}_{12} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} & \underline{s}_{24} \\ \underline{s}_{13} & \underline{s}_{23} & \underline{s}_{33} & \underline{s}_{34} \\ \underline{s}_{14} & \underline{s}_{24} & \underline{s}_{34} & \underline{s}_{44} \end{bmatrix}$$

- Показаћемо да овакве мреже **могу бити прилагођене на сва четири приступа истовремено**
  - У том случају s-матрица има посебан облик, а свака таква мрежа представља **усмерени спрежњак**

# S-параметри мрежа са четири приступа

- Претпоставимо да је мрежа прилагођена на сва четири приступа, пасивна, реципрочна и без губитака

– S-матрица тада има облик  $[S] =$

$$\begin{bmatrix} 0 & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} & \underline{s}_{14} \\ \underline{s}_{12} & 0 & \underline{s}_{23} & \underline{s}_{24} \\ \underline{s}_{13} & \underline{s}_{23} & 0 & \underline{s}_{34} \\ \underline{s}_{14} & \underline{s}_{24} & \underline{s}_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

- S-параметре ћемо записивати у поларном облику као  $\underline{s}_{ij} = |\underline{s}_{ij}| e^{j\phi_{ij}}$

# S-параметри мрежа са четири приступа

- Покажимо, за почетак, да није могуће да сва три параметра  $\underline{s}_{12}$ ,  $\underline{s}_{13}$  и  $\underline{s}_{14}$  буду различита од нуле
  - Из услова ортонормалности друге, треће и четврте колоне

$$\underline{s}_{12}\underline{s}_{13}^* + \underline{s}_{24}\underline{s}_{34}^* = |\underline{s}_{12}||\underline{s}_{13}|e^{j(\phi_{12}-\phi_{13})} + |\underline{s}_{24}||\underline{s}_{34}|e^{j(\phi_{24}-\phi_{34})} = 0$$

$$\underline{s}_{12}\underline{s}_{14}^* + \underline{s}_{23}\underline{s}_{34}^* = |\underline{s}_{12}||\underline{s}_{14}|e^{j(\phi_{12}-\phi_{14})} + |\underline{s}_{23}||\underline{s}_{34}|e^{j(\phi_{23}-\phi_{34})} = 0$$

$$\underline{s}_{13}\underline{s}_{14}^* + \underline{s}_{23}\underline{s}_{24}^* = |\underline{s}_{13}||\underline{s}_{14}|e^{j(\phi_{13}-\phi_{14})} + |\underline{s}_{23}||\underline{s}_{24}|e^{j(\phi_{23}-\phi_{24})} = 0$$

- Из ових једначина директно следи ( $m, n, p \in \mathbb{Z}$ )

$$\left. \begin{aligned} \phi_{12} - \phi_{13} &= \phi_{24} - \phi_{34} + (2m + 1)\pi \\ \phi_{12} - \phi_{14} &= \phi_{23} - \phi_{34} + (2n + 1)\pi \\ \phi_{13} - \phi_{14} &= \phi_{23} - \phi_{24} + (2p + 1)\pi \end{aligned} \right\} \phi_{12} - \phi_{13} = \phi_{24} - \phi_{34} + 2(n - p)\pi$$

Контрадикторне

$$m, n, p \in \mathbb{Z}$$



# S-параметри мрежа са четири приступа

- Покажимо, даље, да ако је само један од параметра  $\underline{s}_{12}$ ,  $\underline{s}_{13}$  и  $\underline{s}_{14}$  различит од нуле, мрежа са четири приступа постаје две распрегнуте мреже са два приступа
  - Нека је, без губитка општости,  $\underline{s}_{14} \neq 0$ , док су  $\underline{s}_{12} = 0$  и  $\underline{s}_{13} = 0$
  - Због ортонормалности прве колоне добијамо  $|\underline{s}_{14}| = 1$ , због ортонормалности прве и друге колоне  $\underline{s}_{24} = 0$ , због ортонормалности прве и треће колоне  $\underline{s}_{34} = 0$ , а због ортонормалности друге колоне  $|\underline{s}_{23}| = 1$

– S-матрица постаје

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \underline{s}_{14} \\ 0 & 0 & \underline{s}_{23} & 0 \\ 0 & \underline{s}_{23} & 0 & 0 \\ \underline{s}_{14} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, |\underline{s}_{14}| = 1, |\underline{s}_{23}| = 1$$

# S-параметри мрежа са четири приступа

- На крају, испитајмо последњу могућност, да је само један од параметра  $\underline{s}_{12}$ ,  $\underline{s}_{13}$  и  $\underline{s}_{14}$  једнак нули
  - Изаберимо, без губитка општости, да је  $\underline{s}_{13} = 0$ ,  $\underline{s}_{12} \neq 0$  и  $\underline{s}_{14} \neq 0$ 
    - Због ортонормалности прве и друге колоне  $s$ -матрице добијамо  $\underline{s}_{24} = 0$
    - Због ортонормалности прве колоне добијамо  $|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{14}|^2 = 1$
    - Због ортонормалности друге колоне  $|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 = 1$ , одакле следи  $|\underline{s}_{23}| = |\underline{s}_{14}|$
    - Због ортонормалности треће колоне следи  $|\underline{s}_{34}| = |\underline{s}_{12}|$
    - Због ортонормалности прве и треће, односно друге и четврте колоне добијамо једначине
$$\underline{s}_{12} \underline{s}_{23}^* + \underline{s}_{14} \underline{s}_{34}^* = |\underline{s}_{12}| |\underline{s}_{23}| e^{j(\phi_{12} - \phi_{23})} + |\underline{s}_{14}| |\underline{s}_{34}| e^{j(\phi_{14} - \phi_{34})} = 0$$
$$\underline{s}_{12} \underline{s}_{14}^* + \underline{s}_{23} \underline{s}_{34}^* = |\underline{s}_{12}| |\underline{s}_{14}| e^{j(\phi_{12} - \phi_{14})} + |\underline{s}_{23}| |\underline{s}_{34}| e^{j(\phi_{23} - \phi_{34})} = 0$$
- Да би претходне две једначине биле задовољене мора да важи

$$\phi_{12} - \phi_{23} = \phi_{14} - \phi_{34} + (2m + 1)\pi, (m \in \mathbb{Z})$$

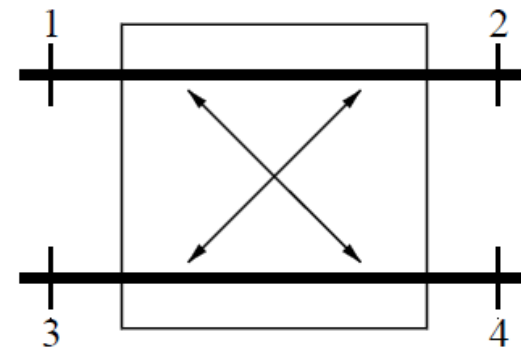
# S-параметри мрежа са четири приступа

- S-матрица постаје

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & |\underline{s}_{12}|e^{j\phi_{12}} & 0 & |\underline{s}_{14}|e^{j\phi_{14}} \\ |\underline{s}_{12}|e^{j\phi_{12}} & 0 & |\underline{s}_{14}|e^{j\phi_{23}} & 0 \\ 0 & |\underline{s}_{14}|e^{j\phi_{23}} & 0 & |\underline{s}_{12}|e^{j\phi_{34}} \\ |\underline{s}_{14}|e^{j\phi_{14}} & 0 & |\underline{s}_{12}|e^{j\phi_{34}} & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} |\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{14}|^2 &= 1, \\ \phi_{12} - \phi_{23} &= \phi_{14} - \phi_{34} + (2m+1)\pi \\ m &\in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

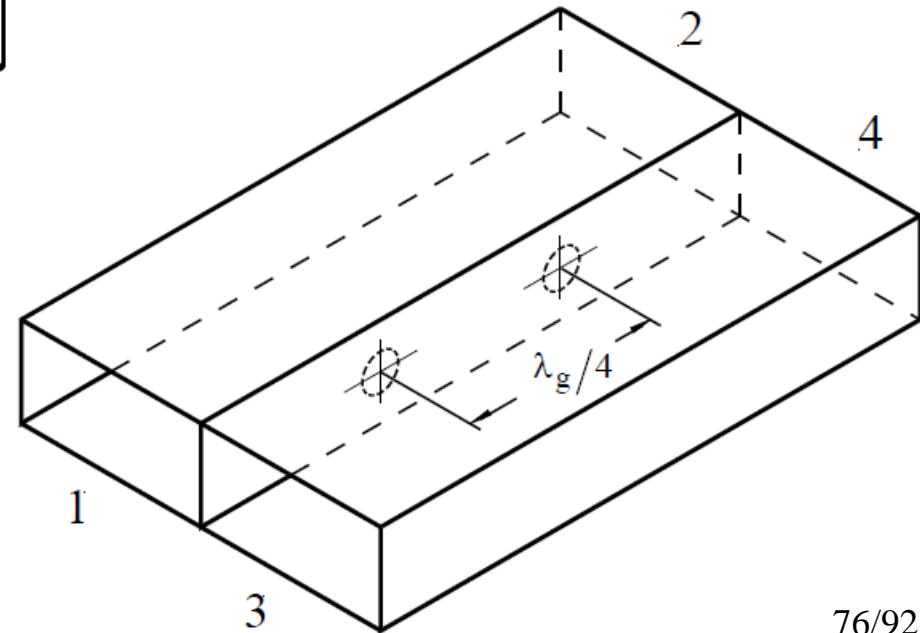
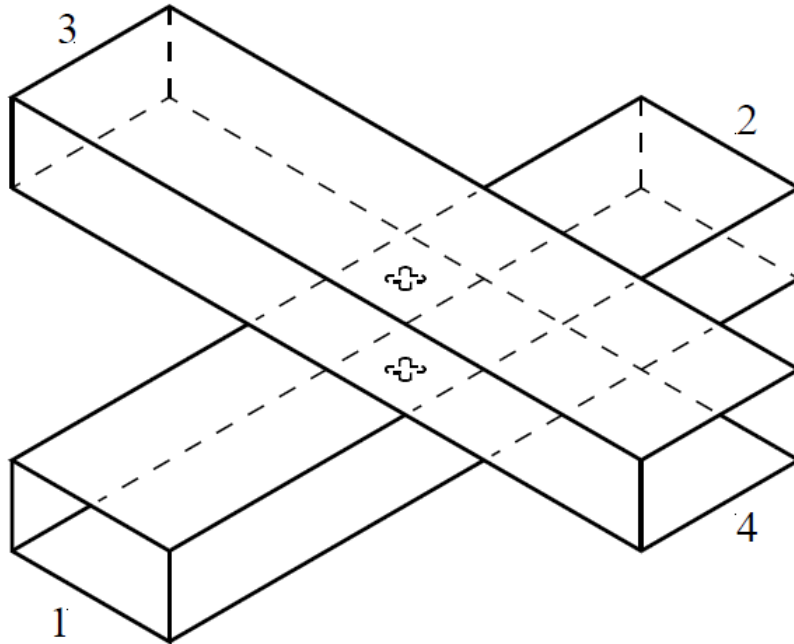
- Мрежа представља усмерени спрежњак

- Ако се на приступ 1 прикључи генератор, а остали приступи прилагоде, на приступу 1 нема рефлектованог таласа
- Средња снага коју генератор предаје мрежи дели се на два дела, који се дисипирају на прилагођењима на приступима 2 и 4
- Приступ 3 остаје изолован, тј. без сигнала



# Усмерени спрежњак

- Примери усмерених спрежњака у таласоводној техници



# Симетричан спрежњак

- Ако изаберемо  $\phi_{12} = 0$ ,  $\phi_{14} = \pi/2$  и  $\phi_{23} = \pi/2$ , из једначине  $\phi_{12} - \phi_{23} = \phi_{14} - \phi_{34} + (2m + 1)\pi$  добијамо  $\phi_{34} = 2m\pi$
- Добијамо симетричан спрежњак, чија је  $s$ -матрица

$$[\underline{s}] = \begin{bmatrix} 0 & |\underline{s}_{12}| & 0 & j|\underline{s}_{14}| \\ |\underline{s}_{12}| & 0 & j|\underline{s}_{14}| & 0 \\ 0 & j|\underline{s}_{14}| & 0 & |\underline{s}_{12}| \\ j|\underline{s}_{14}| & 0 & |\underline{s}_{12}| & 0 \end{bmatrix}, |\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{14}|^2 = 1$$

# Антисиметричан спрежњак

- Ако изаберемо  $\phi_{12} = 0$ ,  $\phi_{14} = 0$  и  $\phi_{23} = \pi$ , из једначине  $\phi_{12} - \phi_{23} = \phi_{14} - \phi_{34} + (2m + 1)\pi$  добијамо  $\phi_{34} = 2m\pi$
- Добијамо антисиметричан спрежњак, чија је  $s$ -матрица

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & |s_{12}| & 0 & |s_{14}| \\ |s_{12}| & 0 & -|s_{14}| & 0 \\ 0 & -|s_{14}| & 0 & |s_{12}| \\ |s_{14}| & 0 & |s_{12}| & 0 \end{bmatrix}, |s_{12}|^2 + |s_{14}|^2 = 1$$



# Усмерени спрежњака

- Уобичајено је да се приступи мреже нумеришу тако да је  $|\underline{s}_{12}| \geq |\underline{s}_{14}|$  (мада то није неопходно)
  - Унето слабљење спрежњака је  $-20\log_{10} |\underline{s}_{12}|$  dB
  - Спрега је  $-20\log_{10} |\underline{s}_{14}|$  dB
- Код практично реализованих спрежњака увек постоје мали губици, а ниједан  $s$ -параметар није тачно једнак нули (мада је осам параметара по модулу врло мало)
  - Унето слабљење је  $-20\log_{10} |\underline{s}_{12}|$  dB или  $-20\log_{10} |\underline{s}_{34}|$  dB
  - Спрега је  $-20\log_{10} |\underline{s}_{14}|$  dB или  $-20\log_{10} |\underline{s}_{23}|$  dB
  - Изолација је  $-20\log_{10} |\underline{s}_{13}|$  dB или  $-20\log_{10} |\underline{s}_{24}|$  dB
  - Неприлагођење је  $-20\log_{10} |\underline{s}_{kk}|$  dB ( $k = 1, \dots, 4$ )

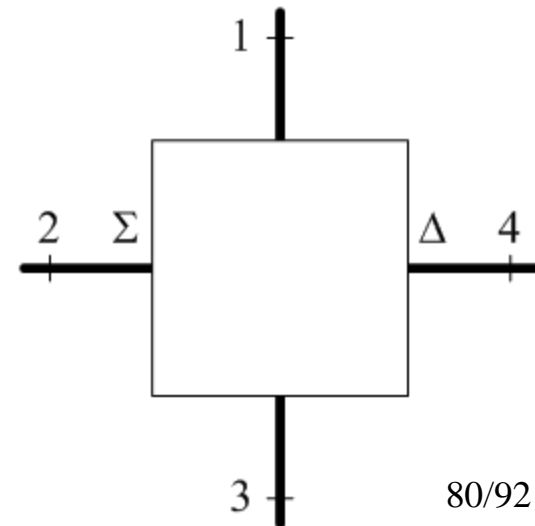
# Усмереност (директивност) усмереног спрежњака

- Квалитет усмереног спрежњака се описује усмереношћу (директивношћу), која се дефинише као разлика између изолације (која треба да је што већа) и спреге

$$D = -20 \log_{10} \left| \frac{s_{13}}{s_{14}} \right| \text{ dB}$$

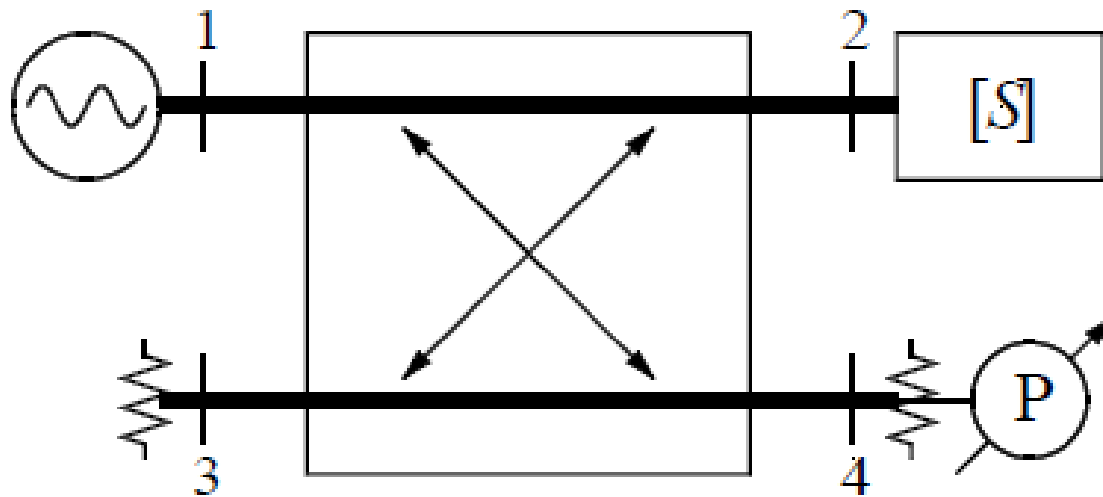
- Спрега је слаба ако је број који описује спрегу велики (на пример, већи од 10 dB), односно параметар  $|s_{14}|$  мали
- Спрега је јака ако је број који описује спрегу мали
  - Најјача спрега се добија за највеће  $|s_{14}|$ , односно  $|s_{12}| = |s_{14}| = \sqrt{2}/2$ , и износи 3 dB
    - Хибридни спрежњак (магично T)

$$[s] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



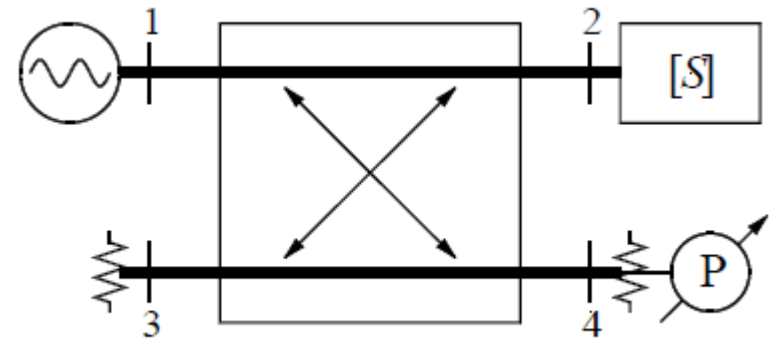
# Мерење средње снаге која се преноси прогресивним таласом

- Занемарљиво мало се ремети стање на воду или таласоводу
- Често се користи за посматрање (мониторисање) снаге генератора код снажних предајника



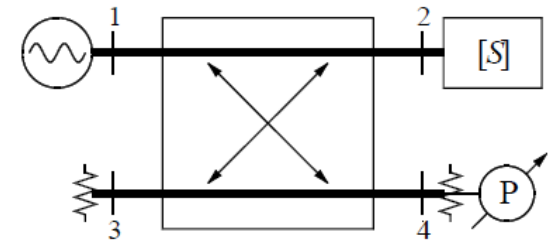
# Мерење средње снаге која се преноси прогресивним таласом

- Користи се усмерени спрежњак са слабом спрегом
  - На приступу 4 добија се талас чији је интензитет линеарно сразмеран интензитету прогресивног таласа који се простире од приступа 1 ка приступу 2
  - Унета слабљење за прогресивни талас од 1 ка 2 је врло мало
  - На приступу 3 добија се талас чији је интензитет сразмеран рефлектованом таласу (који се простире од 2 ка 1)
    - Приступ 3 се мора прилагодити што боље



# Мерење средње снаге која се преноси прогресивним таласом

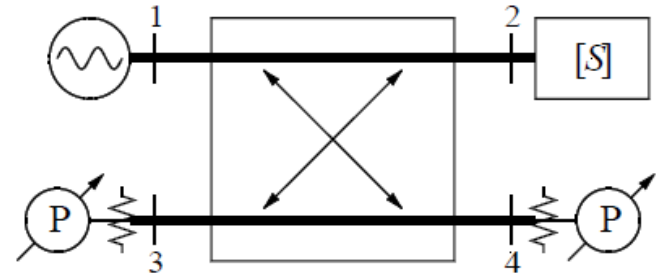
- Приступ 4 се завршава прилагођењем у коме се дисипира снага “преслушаног” инцидентног таласа 1-2
  - Прилагођење се загрева, а пораст његове температуре сразмеран је дисипираној снази
  - Пораст температуре може се регистровати на разне начине
    - Обично се користе термопарови (спојеви метала и полупроводника) код којих се јавља термоелектромоторна сила сразмерна прираштају температуре
      - Термопаровима се мере снаге у опсегу од око  $-30$  dBm до око  $20$  dBm
      - За веће снаге, испред термопара се поставља ослабљивач
    - За мерење малих снага, од око  $-60$  dBm до око  $-30$  dBm обично се користе диоде са квадратном карактеристиком (диоде са тачкастим спојем или шотки диоде)





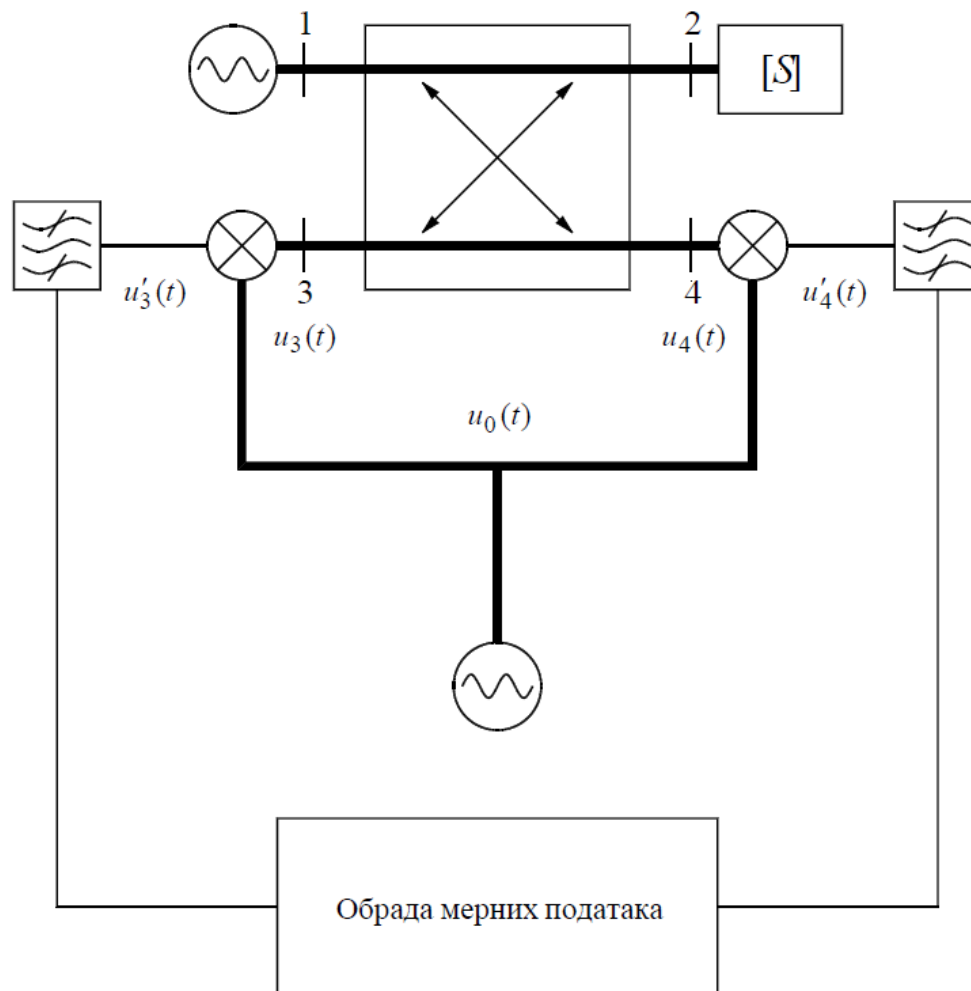
# Мерење модула коефицијента рефлексије

- “Преслушани” инцидентни талас појављује се на приступу 4, а “преслушани” рефлектовани талас на приступу 3
- Приступи 3 и 4 су завршени прилагођењима са елементима за мерење снаге
  - На тим елементима добијају се једносмерни напони сразмерни снагама инцидентног и рефлектованог таласа, односно сразмерни квадратима интензитета инцидентног и рефлектованог таласа
    - Квадратни корен односа напона елемената на приступу 3 и 4 једнак је модулу коефицијента рефлексије на воду или таласоводу који повезује генератор и пријемник





# Мерење модула и фазе (комплексног) коефицијента рефлексије



# Мерење модула и фазе (комплексног) коефицијента рефлексије

- Уместо прилагођених завршетака са мерним елементима, на приступима 3 и 4 сада се користе прилагођени мешачи
- Посматрајмо произвољну референтну раван на воду или таласоводу који спаја генератор и пријемник
  - Интензитети таласа су  $\underline{a} = |\underline{a}|e^{j\alpha}$  и  $\underline{b} = |\underline{b}|e^{j\beta}$
- Напони на мешачима (приступима 3 и 4) су облика  $u_3(t) = U_{3m} \cos(\omega t + \theta_3)$  и  $u_4(t) = U_{4m} \cos(\omega t + \theta_4)$ 
  - $U_{4m}$  је сразмерно са  $|\underline{a}|$ ,  $U_{3m}$  је сразмерно са  $|\underline{b}|$  (са истим коефицијентом сразмерности, за спрежњак је  $|\underline{s}_{14}| = |\underline{s}_{23}|$ )
  - $\theta_4 = \alpha + \Delta_4$  и  $\theta_3 = \beta + \Delta_3$ , где  $\Delta_3$  и  $\Delta_4$  зависе од положаја референтних равни и конструкције усмереног спрежњака

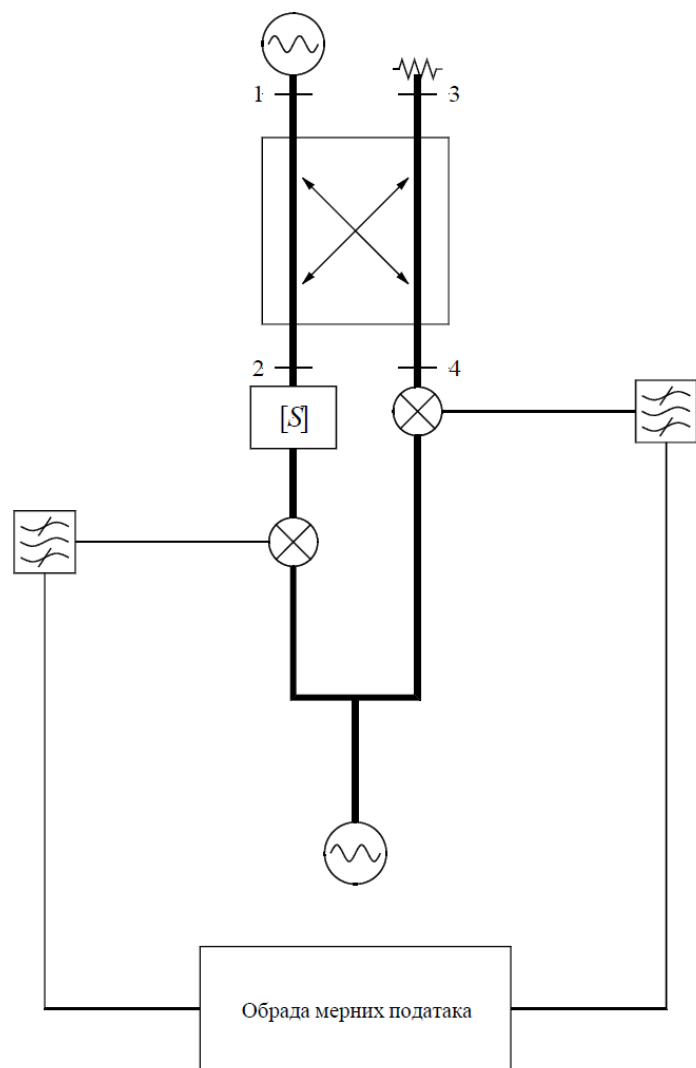
# Мерење модула и фазе (комплексног) коефицијента рефлексије

- Сигнали  $u_3(t)$  и  $u_4(t)$  се мешају са истим сигналом из локалног осцилатора  $u_0(t)=U_m \cos(\omega_0 t + \theta)$   
 $|\omega - \omega_0| = \omega_m$  је међуфреквенцијска угаона учестаност
- Компоненте сигнала на излазу мешача чије су учестаности  $\omega_m$  су  $u_3'(t) = kU_{3m} \cos((\omega - \omega_0) t + \theta_3 - \theta)$  и  $u_4'(t) = kU_{4m} \cos((\omega - \omega_0) t + \theta_4 - \theta)$ 
  - $k$  зависи од амплитуде  $U_m$  и конструкције мешача
- Однос амплитуда сигнала на излазу међуфреквенцијских појачавача је  $U_{3m}' / U_{4m}'$ , и једнак је модулу коефицијента рефлексије у одабраној референтној равни вода или таласовода

# Мерење модула и фазе (комплексног) коефицијента рефлексије

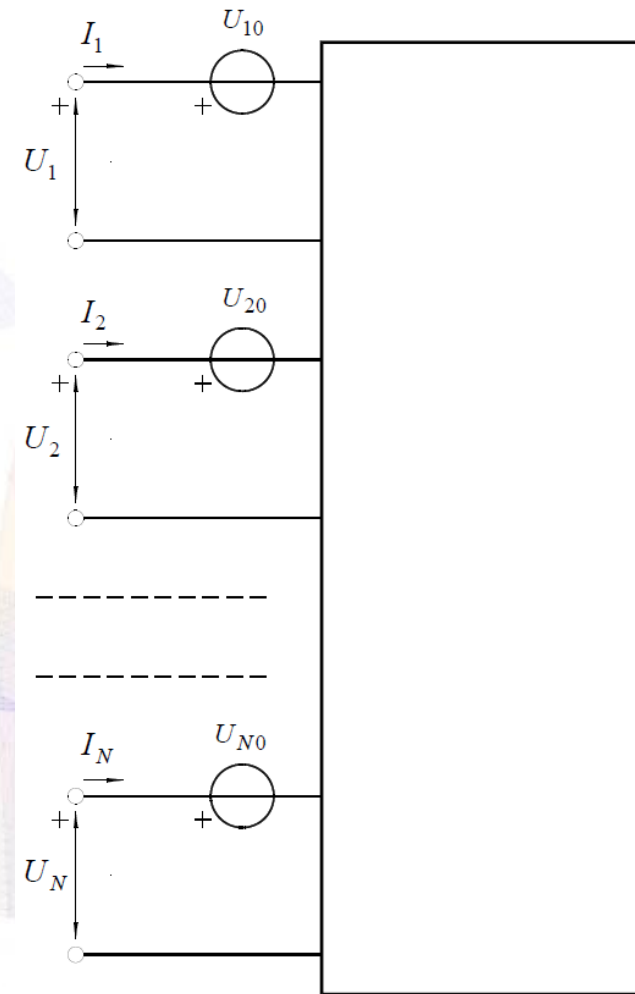
- Фазна разлика сигнала на излазу међуфреквенцијских појачавача је  $(\theta_3 - \theta) - (\theta_4 - \theta) = \theta_3 - \theta_4 = \beta - \alpha + \Delta_3 - \Delta_4$
- Учестаност  $\omega_m$  је релативно ниска (типично реда неколико десетина MHz)
  - Односи амплитуда и разлике фаза могу се релативно лако одредити аналогно-дигиталном обрадом сигнала
- Калибрацијом система (на пример, постављањем кратког споја у референтној равни) може се одредити разлика  $\Delta_3 - \Delta_4$ , тако да се мерењем разлике  $\theta_3 - \theta_4$  може одредити аргумент коефицијента рефлексије
- Микроталасни векторски анализатор мрежа ...

# Мерење комплексног коефицијента трансмисије микроталасних мрежа



# Матрични параметри мрежа са независним генераторима

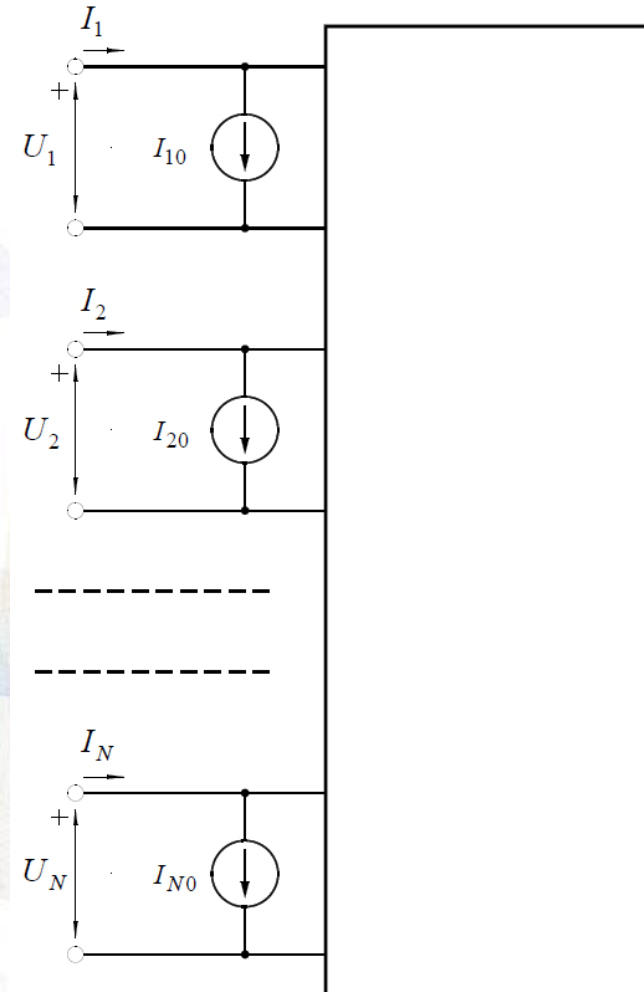
- Класичне мреже које садрже независне генераторе могу се еквивалентирати различитим мрежама
  - $[\underline{U}] = [\underline{z}][\underline{I}] + [\underline{U}_0]$ ,  $[\underline{z}]$  је матрица импеданси посматране мреже у којој су искључени независни генератори, а  $[\underline{U}_0]$  је вектор напона између отворених прикључака мреже
- Претходна једначина описује Тевененову еквиваленту шему





# Матрични параметри мрежа са независним генераторима

- Решавањем претходне једначине по вектору  $[I]$  добија се
  - $[I]=[y][U]+[I_s]$ ,  $[y]$  је матрица адмитанси посматране мреже у којој су искључени независни генератори, а  $[I_s]=-[y][U_0]$  је вектор струја кратко спојених прикључака мреже
- Претходна једначина описује Нортонову еквиваленту шему



# Матрични параметри мрежа са независним генераторима

- Ако се стања на приступима мреже представе преко интензитета таласа, добија се једначина

$$[\underline{b}] = [\underline{s}][\underline{a}] + [\underline{b}_g]$$

- $[\underline{s}]$  је матрица расејања мреже у којој су искључени независни генератори
- $[\underline{b}_g] = [\underline{F}]([\underline{z}] + [\underline{Z}_c])^{-1}[\underline{U}_0]$  је вектор интензитета таласа који се генеришу у мрежи и излазе из ње