

Elektrotehnički fakultet

Univerzitet u Beogradu

Katedra za opštu elektrotehniku

Smer za mikrotalasnu tehniku



# Algoritmi metoda konačnih elemenata u inženjerstvu (19M071AMK)

Slobodan Savić, vanredni profesor ([ssavic@etf.rs](mailto:ssavic@etf.rs))

Milan Ilić, redovni profesor ([milanilic@etf.rs](mailto:milanilic@etf.rs))

Darko Ninković, asistent ([darko@etf.rs](mailto:darko@etf.rs))

Izborni predmet na master akademskim studijama  
Školska 2023/24. godina



# Cilj i ishod predmeta



## Preduslovi:

Nema preduslova.  
Programiranje (C, C++, Fortran, Mathematica, MATLAB, Python...).



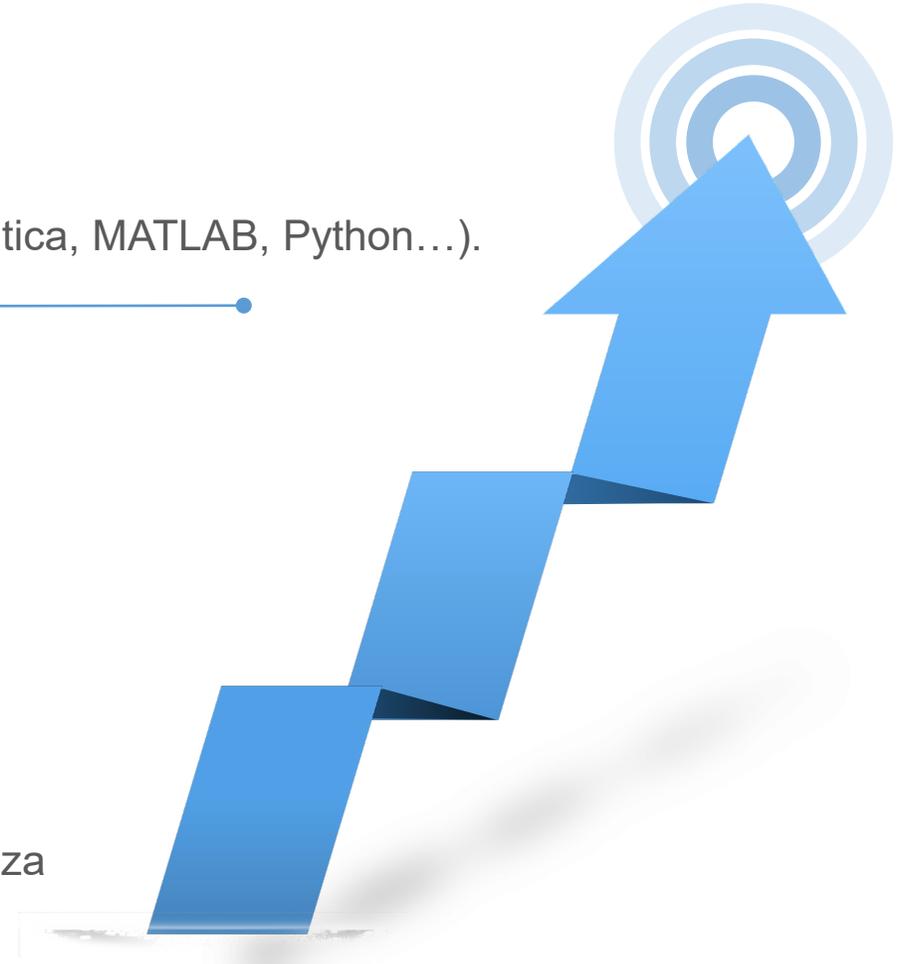
## Ishod:

Osposobljavanje za praktičnu primenu i konstrukciju **numeričkih modela za rešavanja široke klase inženjerskih problema.**



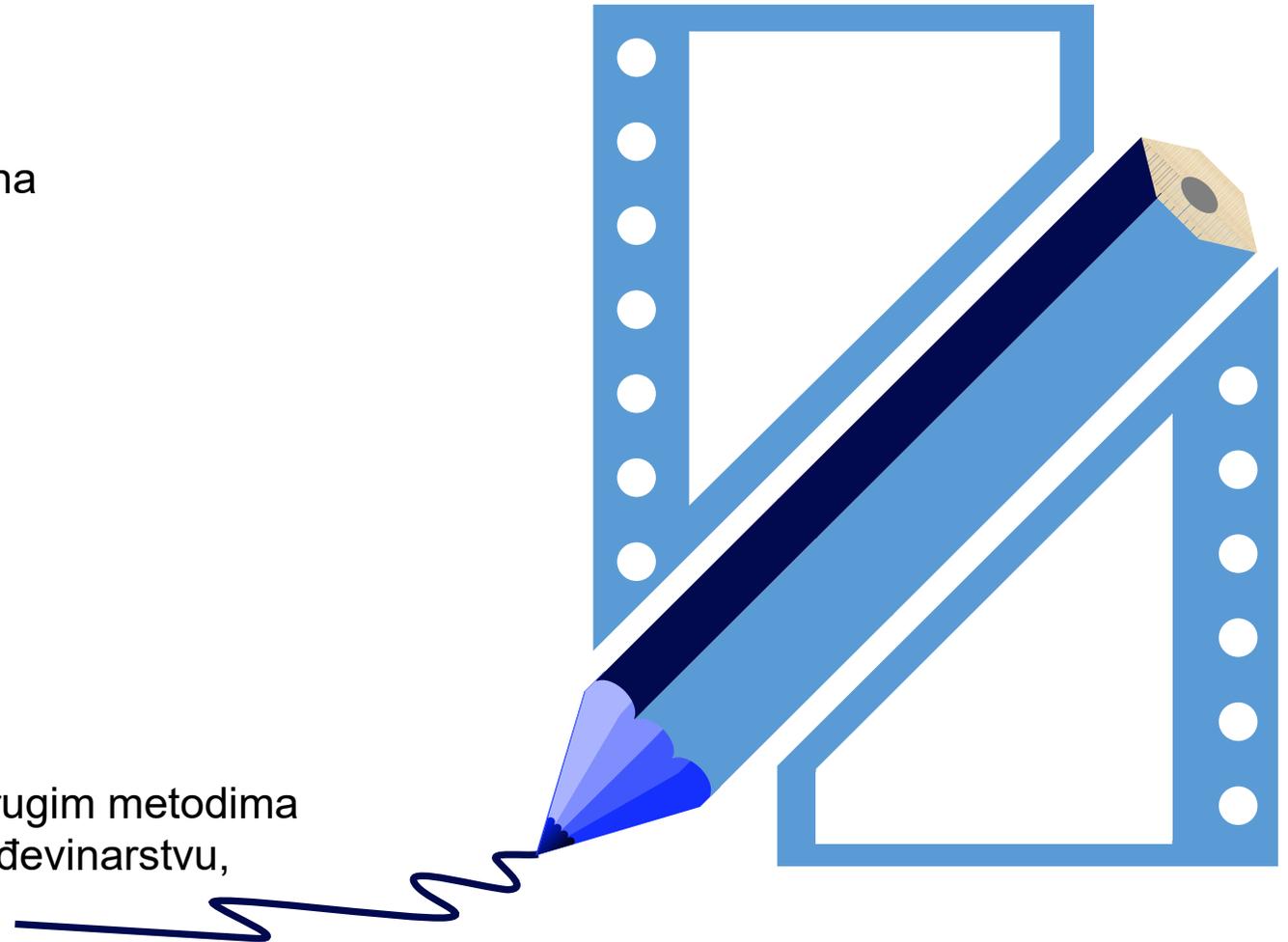
## Cilj predmeta:

Upoznavanje sa najčešće korišćenim **algoritmima u metodu konačnih elemenata** koji se koriste za rešavanje problema u inženjerstvu i računarstvu.

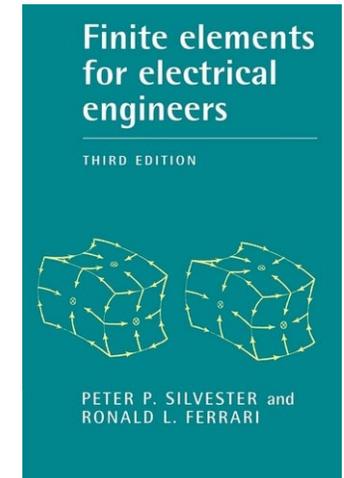
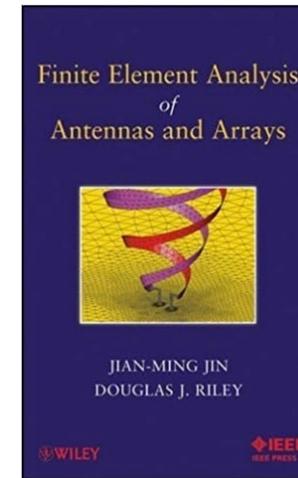
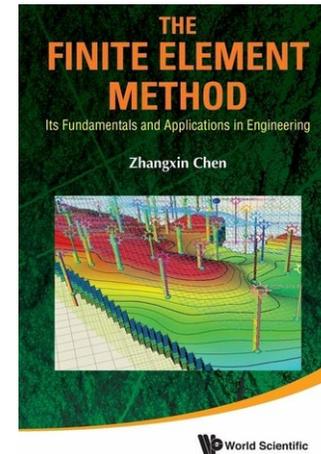
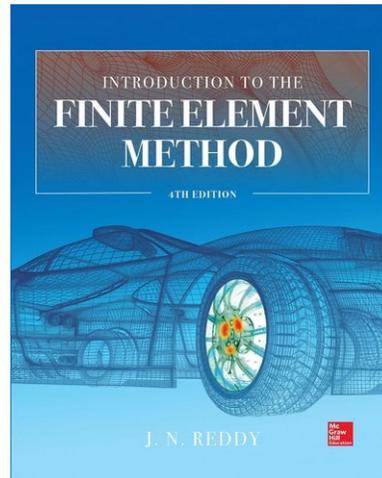


# Program predmeta

- Uvod
- Varijacioni metod i metod težinskih ostataka
- Algoritmi za
  - Diskretizaciju tipičnih diferencijalnih jednačina
  - Transformaciju koordinata
  - Zadavanje graničnih uslova
  - Prostornu diskretizaciju (mešing)
  - Diskretizaciju u vremenu
  - Rešavanje sistema linearnih jednačina
- Skalarni i vektorski konačni elementi
- Analiza zatvorenih i otvorenih struktura
- Apsorbujući granični uslovi i veštački apsorberi
- Hibridizacija metoda konačnih elemenata sa drugim metodima
- Primeri primene u elektrotehnici, mehanici, građevinarstvu, dinamici fluida i transferu toplote



# Literatura



**Nastavni materijali sa sajta predmeta.**

# Formiranje ocene

01

Predavanja, auditorne vežbe i samostalna izrada projekata na računar

02

Predispitne obaveze:  
6 projekata po **15** poena, odseca se na **70** poena

03

Završni projekat:  
**40** poena, odseca se na **30** poena

04

Ocena se formira na osnovu zbira poena

| Poena | <51 | 51-60 | 61-70 | 71-80 | 81-90 | 91-100 |
|-------|-----|-------|-------|-------|-------|--------|
| Ocena | 5   | 6     | 7     | 8     | 9     | 10     |

### Теме за дипломске и мастер радове

Teme za diplomske i master radove

#### Primeri diplomskih i master radova



Disk antenna



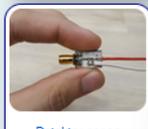
LoRa



FMCW radar



Doplerov radar



Detektor snage



Malošumni pojačavač



Elektronski upravljan antenski niz

#### Ostali predmeti Katedre

- Osnovi elektrotehnike
- Predmeti smera za MTT
- Elektromagnetika
- Teorija električnih kola

## Algoritmi metoda konačnih elemenata u inženjerstvu

Cilj predmeta je upoznavanje sa osnovnim algoritimima koji se koriste u analizi inženjerskih problema metodom konačnih elemenata. Ovi algoritmi mogu biti i uvod u dalji istraživački rad. Ishodi predmeta su poznavanje i razumevanje teorije numeričke analize inženjerskih problema, sposobnost za formulisanje algoritama i pisanje softvera za modelovanje inženjerskih problema metodom konačnih elemenata, kao i utreniranost u modelovanju i simulaciji tipičnih inženjerskih problema metodom konačnih elemenata.

Teorijska nastava obuhvata sledeće oblasti: algoritmi za diskretizaciju tipičnih diferencijalnih jednačina u inženjerskim problemima korišćenjem varijacionog metoda i metoda težinskih ostataka, skalarni i vektorski konačni elementi, algoritmi transformacije koordinata, algoritmi za unošenje graničnih uslova, algoritmi prostorne diskretizacije (mešing), algoritmi diskretizacije u vremenu, algoritmi za rešavanje sistema linearnih jednačina, analiza zatvorenih i otvorenih struktura, apsorbujući granični uslovi i veštački apsorberi, hibridizacija metoda konačnih elemenata sa drugim metodima, primeri primene u elektrotehnici, mehanici, građevinarstvu, dinamici fluida i transferu toplote.

#### O predmetu:

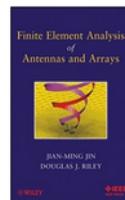
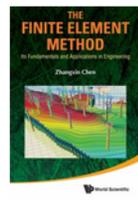
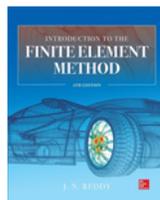
- Algoritmi metoda konačnih elemenata u inženjerstvu (19M071AMK)
- Detaljni plan i program predmeta
- Prezentacija predmeta
- Fond časova: 2+2+0

#### Nastavni materijali:

- Materijal #1.
- Materijal #2.
- Materijal #3.
- Materijal #4.
- Materijal #5.
- Materijal #6.
- Materijal #7.
- Gaus-Ležandrovi koeficijenti.

#### Literatura:

- **J. N. Reddy**, *Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill, 2018.
- **Z. Chen**, *The Finite Element Method: Its Fundamentals and Applications in Engineering*, World Scientific, 2011.
- **J. M. Jin and D. J. Riley**, *Finite Element Analysis of Antennas and Arrays*, Wiley-IEEE Press, 2009.
- **P. P. Silvester and R. L. Ferrari**, *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge University Press, 1996.
- Nastavni materijali.



#### Stari ispitni rokovi:

- Link za predaju projekata.
- Rezultati predisputnih obaveza (2022/23).

Vrh strane



### Алгоритми метода коначних елемената у инжењерству

др Слободан Савић и др Милан Илић  
(ssavic@etf.rs) (milanlic@etf.rs)



Изборни предмет на мастер академским студијама  
Школска 2022/23. година

Уводно предавање:

**Понедељак,**  
**27. фебруар 2023. године,**  
**лабораторија 64 од 17:15**

Циљеви предмета:

- Упознавање са основним алгоритмима који се користе у анализи инжењерских проблема методом коначних елемената
- Увод у истраживачки рад

Садржај предмета:

- Увод
- Алгоритми за дискретизацију типичних диференцијалних једначина
- Варијациони метод и метод тежинских остатака
- Скаларни и векторски коначни елементи
- Алгоритми трансформације координата
- Алгоритми за уношење граничних услова
- Алгоритми просторне дискретизације (мешинг)
- Алгоритми дискретизације у времену
- Алгоритми за решавање система линеарних једначина
- Анализа затворених и отворених структура
- Аpsорбујући гранични услови и вештачки апсорбери
- Хибридизација метода коначних елемената са другим методима
- Примери примене у електротехници, механици, грађевинарству, динамици флуида и трансферу топлоте

#### Контакт

Слободан Савић  
Кабинет 64  
Email: ssavic@etf.rs

Website: <https://mtt.etf.bg.ac.rs/ms/amk.htm>

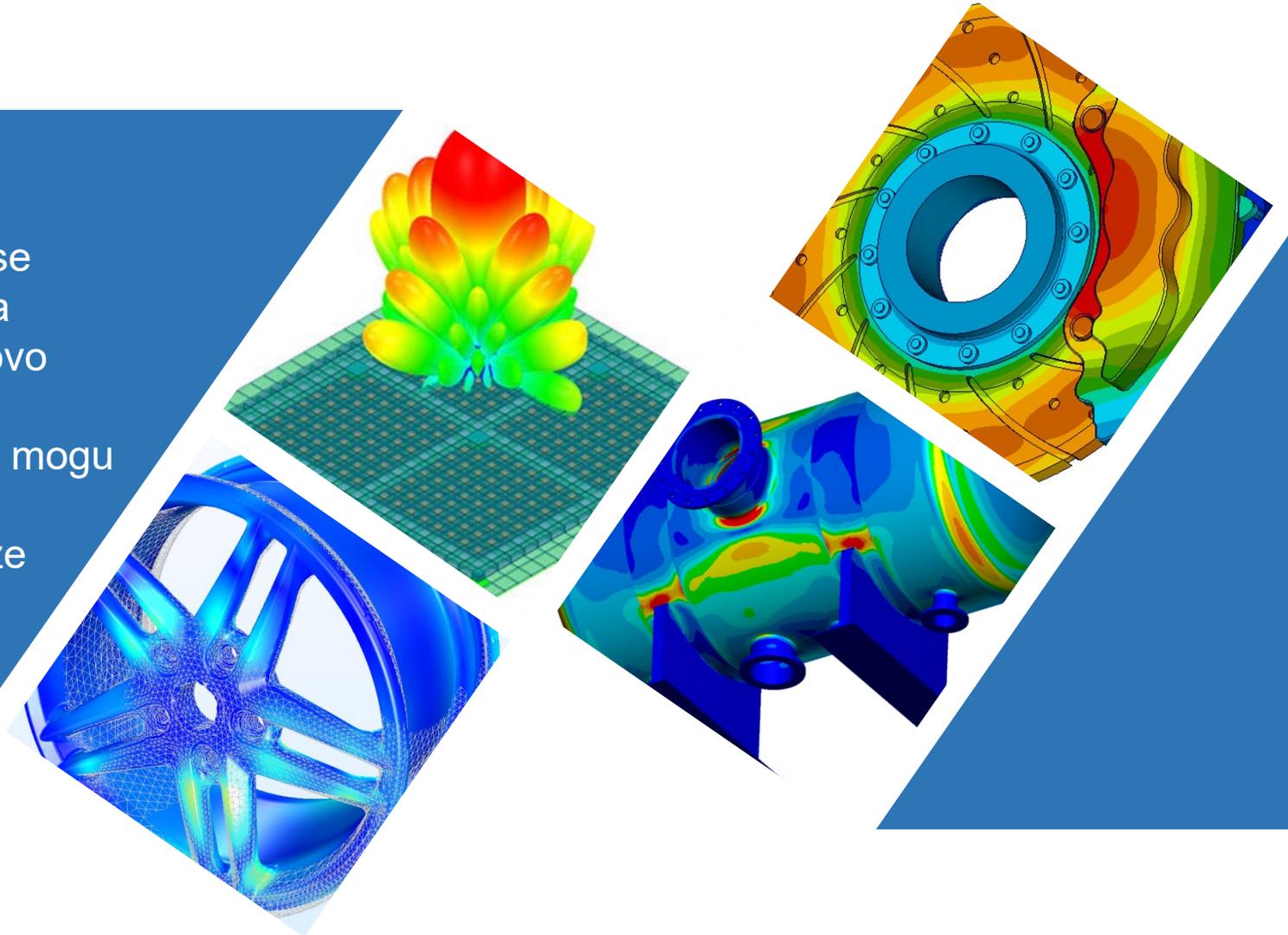
Uvodno predavanje



<http://mtt.etf.bg.ac.rs/ms/amk.htm>

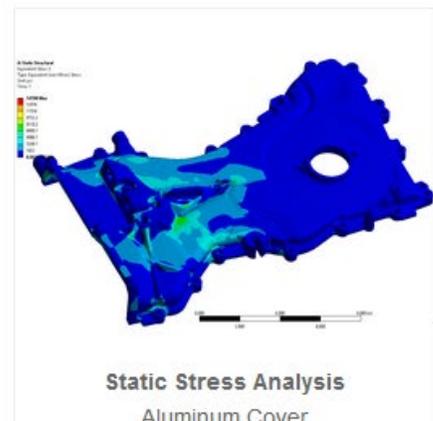
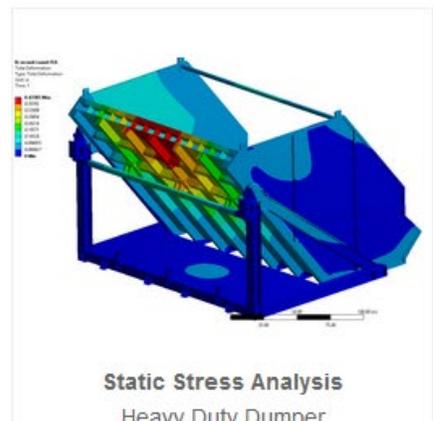
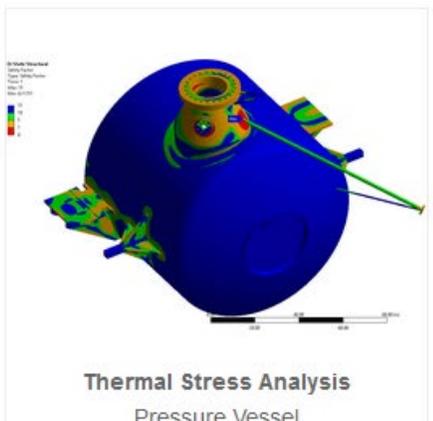
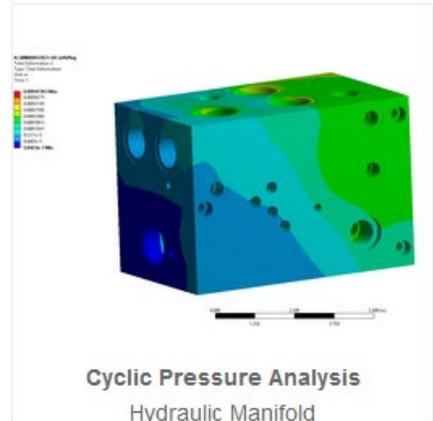
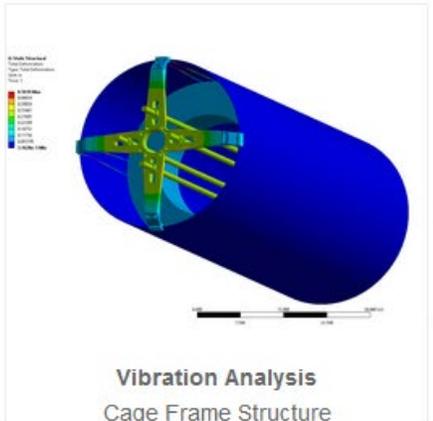
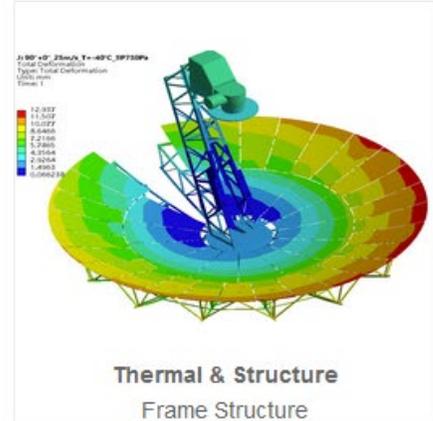
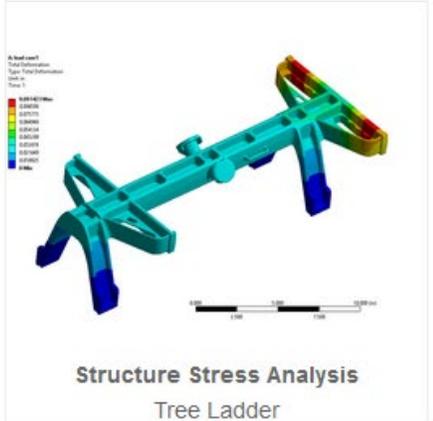
# Zašto izabrati ovaj predmet?

- Praktično svi inženjerski problemi mogu se opisati sistemom diferencijalnih jednačina
- FEM predstavlja univerzalan alat za njihovo rešavanje
- Jednom naučeni algoritmi FEM-a lako se mogu prilagoditi na bilo koji problem
- CAD predstavlja standard dizajna i analize

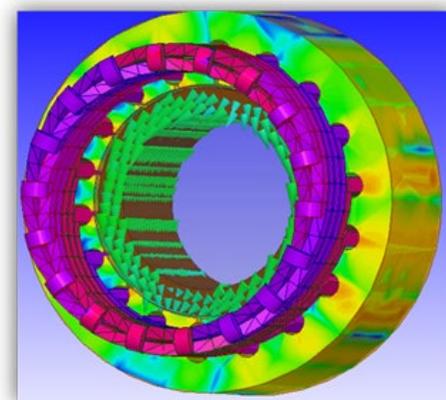
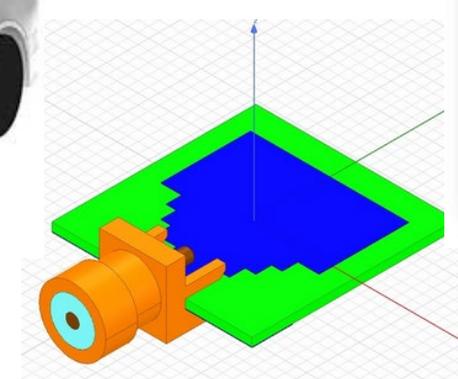
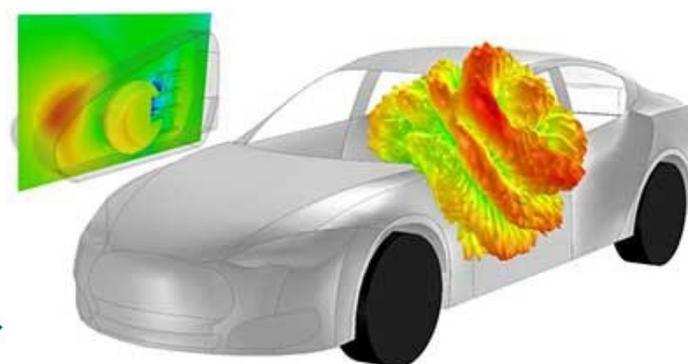
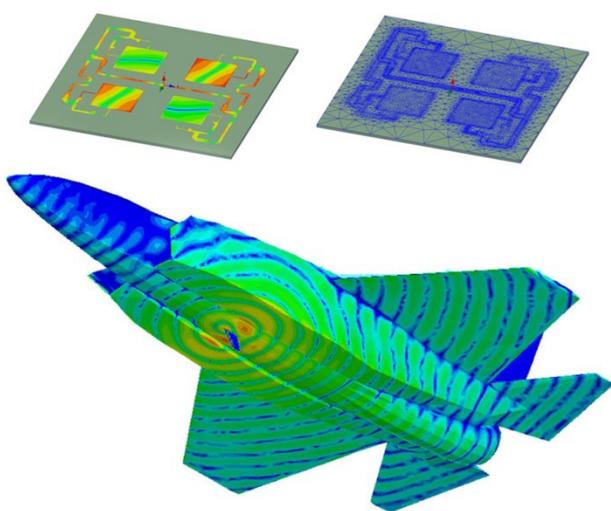
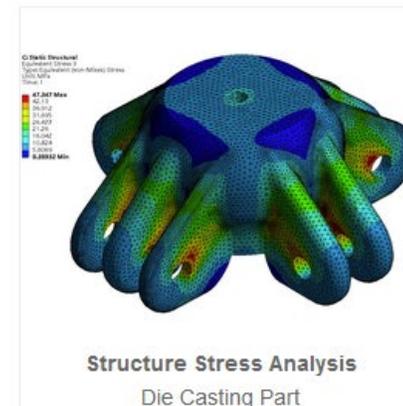
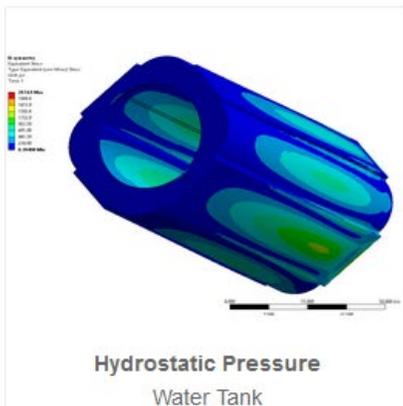
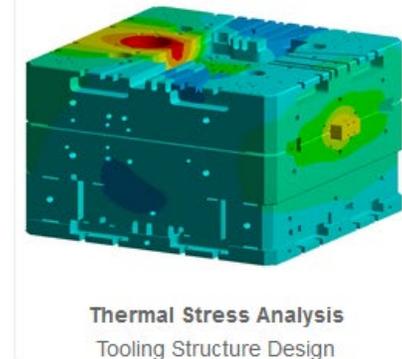
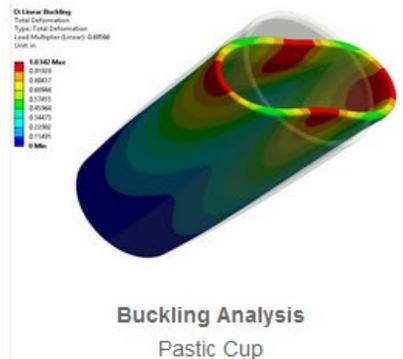


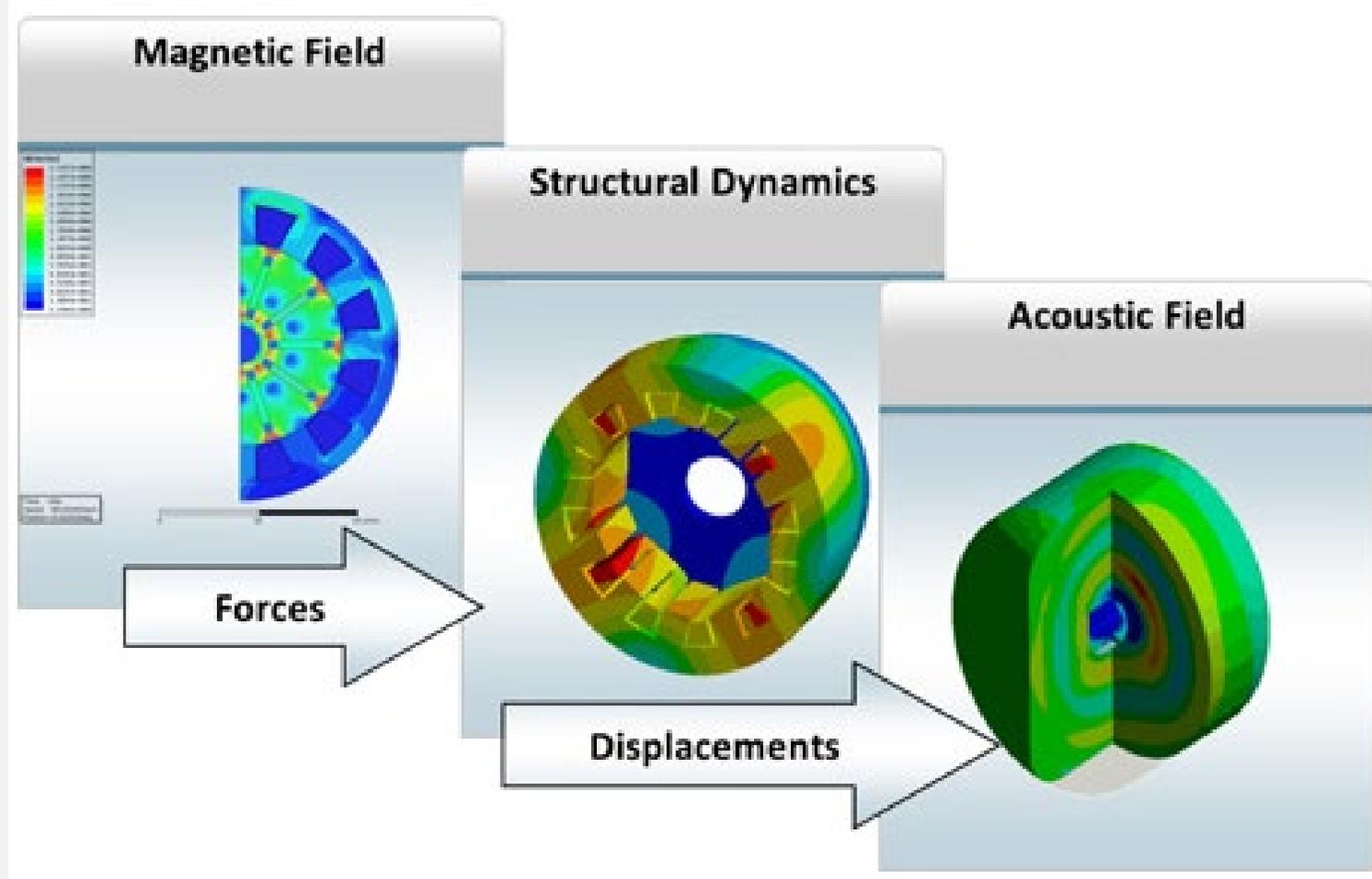


# Neke od primena FEM-a (2)



# Neke od primena FEM-a (3)





# Multiphysics

FEM omogućava simultano rešavanje spregnutih diferencijalnih jednačina koje opisuju različite fizičke fenomene

