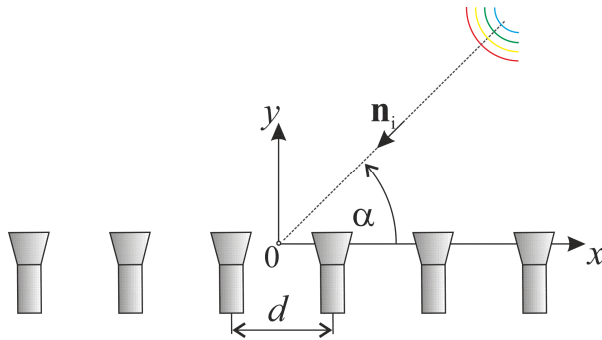


Beamforming алгоритам: Процена правца доласка таласа

Претпоставимо да се у далеком пољу пријемног антенског низа налази непознати извор зрачења. На основу измерених напона на приступима антена можемо да одредимо правац одакле зрачење долази (eng. *direction of arrival*, DOA).

Слика 1 приказује линеаран униформан антенски низ код кога су антене постављене дуж x -осе. Овакав низ омогућава одређивање правца доласка сигнала у једној равни. У посматраном примеру, раван претраживања је xOy -раван, а тражени угао је означен са α . Ако желимо да одредимо правац доласка сигнала у тродимензионом простору, потребно је антене распоредити по површи.



Слика 1. Антенски низ и инцидентни сигнал.

Да услов о далеком пољу био испуњен, потребно је да дужина низа буде много мања од удаљености низа од извора зрачења. У том случају, сматрамо да до низа стиже раван талас који можемо представити изразом

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 e^{-j\beta \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_i}, \quad (1)$$

где је \mathbf{r} вектор положаја тачке у којој меримо поље, $\mathbf{n}_i = -\cos\alpha \mathbf{i}_x - \sin\alpha \mathbf{i}_y$ јединични вектор који описује правац наилазак таласа, $\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ фазни коефицијент и E_0 вектор електричног поља у координатном почетку. Однос вектора електричног поља измерених на месту j -те и прве антене износи

$$\frac{\mathbf{E}(\mathbf{r}_j)}{\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)} \approx \frac{E_0 \exp(-j\beta \mathbf{r}_j \cdot \mathbf{n}_i)}{E_0 \exp(-j\beta \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_i)} = \exp(-j\beta \mathbf{n}_i \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_1)). \quad (2)$$

С обзиром да је растојање између суседних антена једнако d , положај j -те антене у односу на прву антену у низу дат је са

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_1 + d(j-1)\mathbf{i}_x. \quad (3)$$

Одатле следи да је поље на месту j -те антене

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \exp(+j\beta d(j-1)\cos\alpha). \quad (4)$$

Индукована електромоторна сила пропорционална је инцидентном електричном пољу, те имамо да је напон на приступу j -те антене

$$V_j \approx V_1 \exp(+j\beta d(j-1)\cos\alpha). \quad (5)$$

Примљени сигнали имају приближно исте ефективне вредности, али им се фазе разликују. Замислимо да хоћемо да саберемо све примљене сигнале, али након што им претходно уједначимо фазе. Одговарајућа сума би била

$$S(\alpha) = \sum_{i=1}^M V_i \exp(-j\beta d(i-1)\cos\alpha), \quad (6)$$

где је M укупан број антена. Множењем са $\exp(-j\beta d(i-1)\cos\alpha)$ поништава се фаза i -те антене јер је $\arg(V_i) = j\beta d(i-1)\cos\alpha$ (\arg означава аргумент комплексног броја). Када заменимо (5) у (6) добијамо да је

$$S(\alpha) = \sum_{i=1}^M V_i \exp(-j\beta d(i-1)\cos\alpha) = \sum_{i=1}^M V_i \exp(+j\beta d(i-1)\cos\alpha) \exp(-j\beta d(i-1)\cos\alpha) = M V_1. \quad (7)$$

Компензовањем фазе добили смо суму чија је вредност M пута већа од примљеног сигнала на првој антени. Међутим, то је захтевало познавање угла α , који је у општем случају непознат. Када бисмо уместо α користили било који други угао, ϕ , добили бисмо мању суму

$$S(\alpha) \geq S(\phi), \quad \phi \neq \alpha, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi. \quad (8)$$

Одатле следи главна идеја алгоритма *beamforming* који се састоји из следећих неколико корака. Најпре, дефинишемо дискретну угаону променљиву $\phi_k = \frac{2\pi}{N}k$, $k = 0, \dots, N-1$, која представља потенцијалне правце наиласка таласа. Потом, за сваки угао ϕ_k рачунамо суму

$$S(\phi_k) = \sum_{i=1}^M V_i \exp(-j\beta d(i-1)\cos\phi_k). \quad (9)$$

Како је сума највећа када је $\phi_k = \alpha$, следи да из максимума функције $S(\phi_k)$ можемо да одредимо тражени правац. Тачност процене ће зависити од електричне величине антенског низа (дужина низа подељена са таласном дужином) и броја антена у низу.

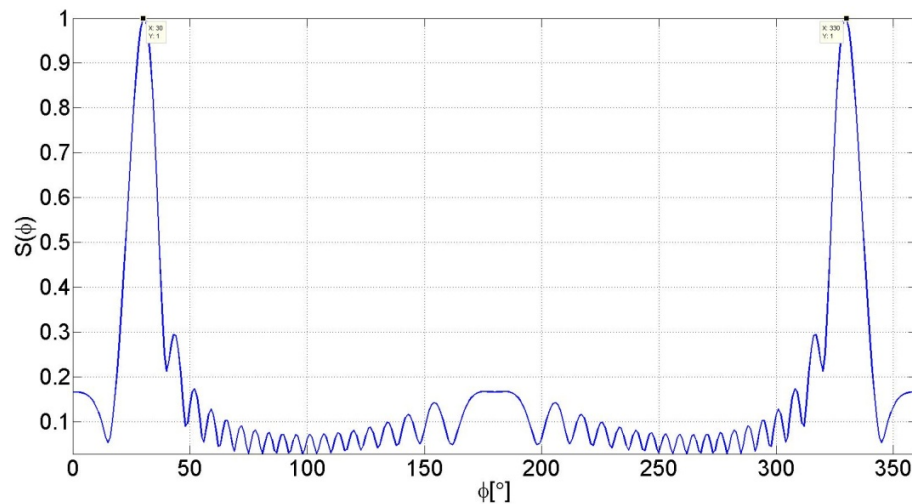
Задатак: Одредити правац доласка једног извора зрачења

У програмском пакету WIPL, моделовати извор зрачења као полуталасни дипол чије су координате у поларном координатном систему $R = 3 \text{ m}$, $\phi = 30^\circ$. Потом, направити униформан антенски низ који се састоји од $M = 20$ полуталасних дипола. Централна учестаност низа је $f = 3 \text{ GHz}$, а диполи се налазе на растојању $d = 5 \text{ cm}$. Поставити низ дуж x -осе, са симетрично распоређеним диполима око координатног почетка. У програму изабрати опцију *antenna, one generator at a time*. (Модел из LinArray1 из прилога.)

Резултате симулације учитати из фајла са екстензијом *ad1*. У њему се налазе имепдансни, адмитансни и параметри расејања између свих антена, укључујући и извор зрачења. Извору зрачења одговара индекс 1, док антене у пријемном низу имају индексе $2, \dots, M+1$. За симулацију екперимента користићемо параметре расејања (S). Напон на приступу j -те антене у низу (индекс $j+1$), услед дејства извора зрачења (индекс 1), са тачношћу до једне мултипликативне константе, једнак $v_j = s(j+1,1)$. Написати алгоритам у програмима Matlab/Octave за одређивање правца

1. Дефинисати угаону променљиву наредбом $\phi = 0 : \frac{2\pi}{N} : 2\pi$, $N = 360$.
2. За сваку вредност угаоне променљиве, одредити вредност функције $S(\phi)$.
3. Нацртати апсолутну вредност функције $S(\phi)$ наредбом $\text{plot}(\phi, \text{abs}(S(\phi)))$.

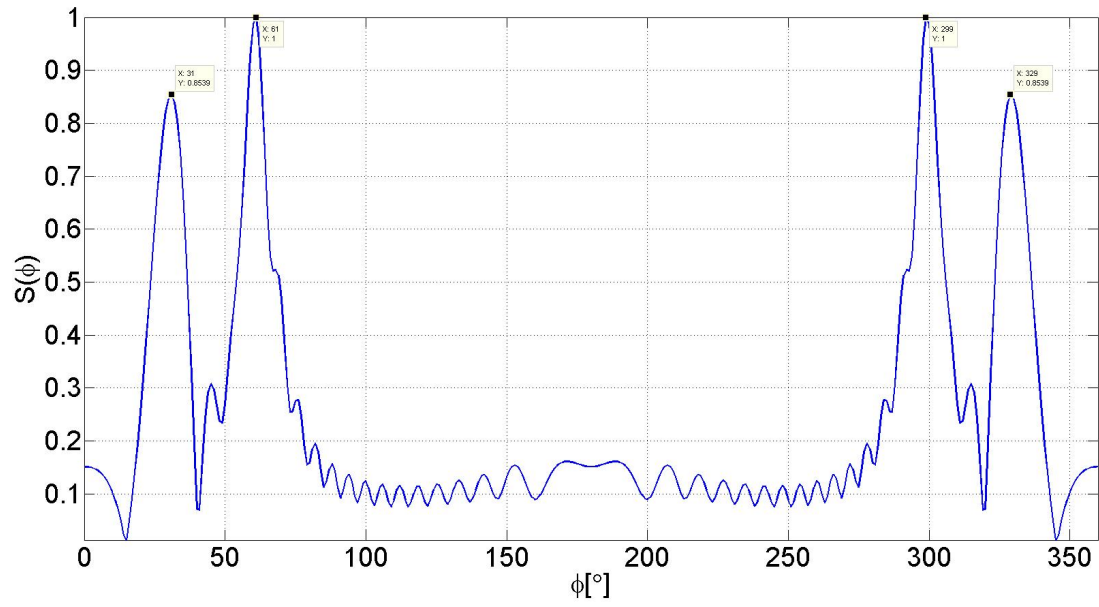
Очекивани резултат је приказан на слици 2. Због симетрије, низ не разликује сигнале који долазе из правца α и $\pi - \alpha$.



Слика 2. Резултат методе *beamforming* у случају једног инцидентног сигнала ($\phi_1 = 30^\circ$).

Задатак: Одредите правце доласка два извора зрачења

Испититати могућност методе да разликује два извора зрачења који долазе из блиских правца. Направити WIPL модел у коме ће постојати два извора зрачења (LinArray2 у прилогу). Као и у претходном примеру, изворе моделовати као полуталасне диполе. Предајне диполе поставити на локацијама $R = 3 \text{ m}$, $\phi = 30^\circ$ и $R = 3 \text{ m}$, $\phi = 60^\circ$. Користити податке за антенски низ из претходног примера. Индекси генератора првог и другог извора зрачења су сада, 1 и 2, респективно, док су индекси генератора антена у низу $3, \dots, M+2$. Напон на приступу j -те антене у низу услед здруженог дејства оба извора моделовати као $v_j = s(j+2,1) + s(j+2,2)$. Одредити правце оба извора помоћу алгоритма *beamforming*. Очекиван резултат је приказан на слици 3.



Слика 3. Резултат методе *beamforming* у случају два инцидентна сигнала ($\phi_1 = 30^\circ, \phi_2 = 60^\circ$).