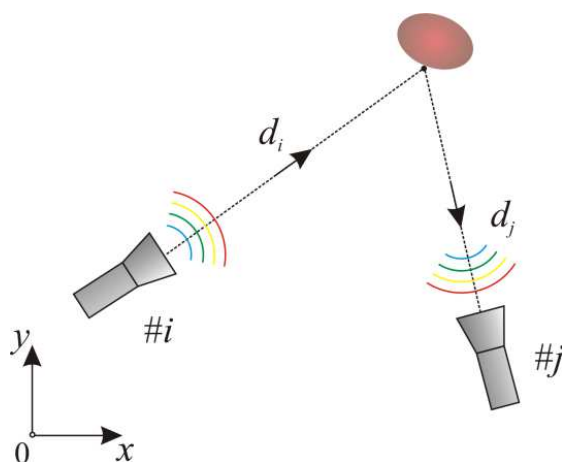


Основи локализације – активно осматрање

Формирање снопа- *beamforming*

Посматрамо сценарио који се састоји од непознатог објекта и произвољног антенског низа од M елемената. На слици 1, издвојене су i -та и j -та антена чије су удаљености од објекта d_i и d_j , респективно.



Слика 1. Део мерног система и испитивани објекат.

Објекат се налази у далеком пољу антена, односно важи да је $d_i, d_j \gg \lambda$, где је λ таласна дужина у датој средини. Претпоставимо да је i -та антена предајна, а да је j -та антена пријемна. Нека предајна антена емитује сигнал чији таласни облик може да се опише функцијом $h(t)$. У случају хомогене линеарне средине без губитака, примљени сигнал је закашњена и ослабљена реплика послатог сигнала

$$s_{ij}(t) \approx A_{ij}h(t - \tau_{ij}), \quad \tau_{ij}(t) = (d_i + d_j)/c, \quad (1)$$

где је A_{ij} слабљење сигнала услед простирања, τ_{ij} кашњење сигнала и c брзина простирања електромагнетског поља у посматраној средини. На сличан начин може да се моделује пренос између било које две антене у низу. У општем случају, кашњења τ_{ij} су другачија за сваки прямо-предајни пар. Да бисмо компензовали различита кашњења, потребно је да све примљене сигнале s_{ij} $i, j = 1, \dots, M$, „померимо унапред“ за τ_{ij} . Сигнал померен у времену је

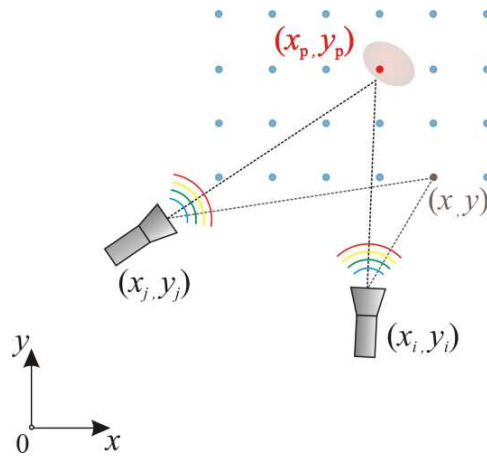
$$s_{ij}(t + \tau_{ij}) = A_{ij}h(t - \tau_{ij} + \tau_{ij}) = A_{ij}h(t). \quad (2)$$

Одатле је сума свих померених сигнала

$$g(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M s_{ij}(t + \tau_{ij}) = h(t) \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij}, \quad (3)$$

реплика оригиналног сигнала, помножена сумом свих слабљења. Да би се сигнали поравнали у времену, потребно је да познајемо кашњења τ_{ij} . Међутим, ми их унапред не знамо јер зависе од положаја објекта који је такође непознат. Због тога дефинишемо скуп тачака које представљају могуће локације траженог објекта. Те тачке припадају такозваној мрежи претраживања. На слици 2 је приказан пример

двoдимензионе мреже претраживања. На слици је такође приказана и права локација објекта, дефинисана координатама (x_p, y_p) .



Слика 2. Мрежа тачака претраживања.

Издвојимо из мреже претраживања тачку са координатама (x, y) и претпоставимо да она припада објекту. У том случају, кашњење сигнала емитованог са i -те антене, расејаног са објекта и примљеног j -том антенном би било

$$T_{ij}(x, y) = \left(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} + \sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} \right) / c, \quad (5)$$

где су (x_i, y_i) Декартове координате антена, $i = 1, \dots, M$. Формирајмо потом суму (4), с тим што уместо τ_{ij} користимо T_{ij}

$$g(t, x, y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M s_{ij}(t + T_{ij}(x, y)) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij} h(t + T_{ij}(x, y) - t_{ij}). \quad (6)$$

Сума ће бити највећа када је $x = x_p$ и $y = y_p$ јер је тада $T_{ij}(x_p, y_p) = \tau_{ij}$. У том случају долази до потпуног поништавања различитих кашњења па се сви примљени сигнали конструктивно сабирају. Стога, позицију објекта можемо да одредимо цртањем функције (6). Наиме, код тачака које се налазе у објекту, сума (6) ће бити много већа него код тачака које су ван објекта.

Проблем се може решити и у фреквенцијском домену. Фуријеова трансформација (6) гласи

$$G(f, x, y) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij} H(f) e^{-j\omega\tau_{ij}} e^{j\omega T_{ij}}, \quad (7)$$

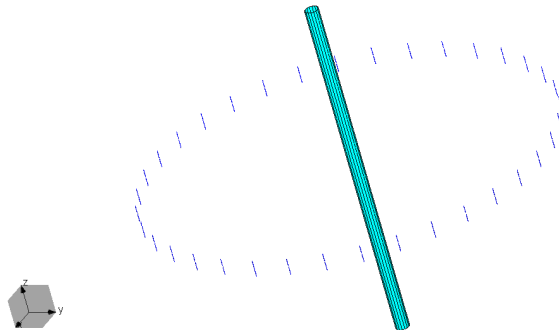
где је $H(f)$ Фуријеова трансформација функције $h(t)$. Када је $x = x_p$ и $y = y_p$, сви сабирци у суми имају исту фазу јер је $T_{ij}(x_p, y_p) = \tau_{ij}$. Због тога, као и у временском домену, (7) има максималну вредност управо на месту где се објекат налази. У супротном, долази до поништавања сабирака због произвољних фаза експоненцијалног члана који се брзо мења.

Задатак: Локализација цилиндра помоћу методе beamforming

У програму WIPL-D направити модел који се састоји од цилиндра, који представља непознати објекат, и кружног низа полуталасних дипола, као што је приказано на слици. Приликом израде модела користити следеће податке:

- Укупан број дипола је M , при чему $M \in \{12, 18, 36, 72\}$.
- Радна учестаност дипола је $f = 3$ GHz.
- Полупречник кружног низа је $R = 0,6$ m.
- Полупречник цилиндра је $b = 2$ cm.
- Висина цилиндра је $H = 1$ m.
- Оса цилиндра пролази кроз тачку (5 cm, 5 cm).

Ради елиминисања директне спреге између антена, направити још један модел који се састоји само од антенског низа. Сматрати да је компонента примљених сигнала која потиче од објекта, пропорционална разлици параметера расејања са и без присуства објекта.



Слика 3. WIPL модел.

У програмском језику Matlab/Octave написати алгоритам за локализацију који се састоји од следећих корака:

- Дефинисати простор претраживања: $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$, $y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$, $x_{\min} = -x_{\max} = 0.2$ m, $y_{\min} = -y_{\max} = 0.2$ m, $n_x = n_y = 50$, где су n_x и n_y , број тачака дуж x -осе и y -осе, респективно. На пример, тачке се једноставно могу дефинисати командом $x = \text{linspace}(x_{\min}, x_{\max}, n_x)$, $y = \text{linspace}(y_{\min}, y_{\max}, n_y)$.
- Дефинисати променљиве које представљају положај елемената антенског низа. У примеру кружног антенског низа имамо да је $x_i^a = R \cos(2\pi(i-1)/M)$, $y_i^a = R \sin(2\pi(i-1)/M)$, $i = 1, \dots, M$.
- Одредити вредност пиксела као

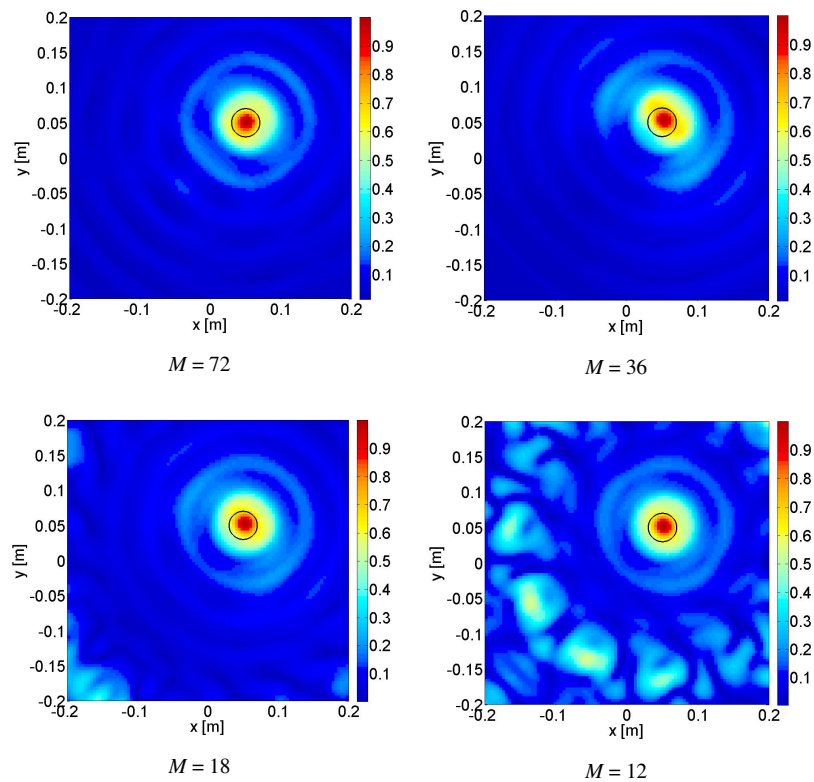
$$I(x_k, y_l) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \Delta s_{ij} e^{j\omega T_{ij}(x_k, y_l)}, \quad T_{ij}(x_k, y_l) = \left(\sqrt{(x_k - x_i^a)^2 + (y_l - y_i^a)^2} + \sqrt{(x_k - x_j^a)^2 + (y_l - y_j^a)^2} \right) / c,$$

где је Δs_{ij} разлика коефицијената трансмисије рачунатих са и без објекта.

- Нацртати слику помоћу низа наредби:

```
I=abs(I);  
I=I/max(max(I));  
image(xp,yp,I,'CDataMapping','scaled');  
set(gca,'YDir','normal')  
ctb=colormap('jet');  
colormap(ctb);  
colorbar('location','EastOutside');  
set(gca,'fontsize',30,'TickDir','in');  
daspect([1,1,1]);
```

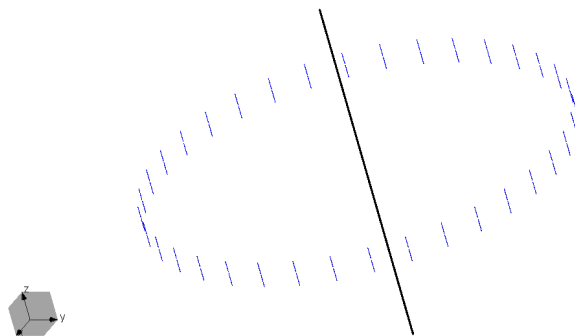
Очекивани резултат је приказан на слици 4. На основу добијених реконструкција, закључујемо да повећање број дипола само донекле повећава квалитет слике. Оптималан број елемената у низу зависи од величине испитиваног простора и износи приближно $M_{\text{opt}} = 2O/\lambda + 1$, где је O обим испитиваног простора. У посматраном примеру тај број је $M_{\text{opt}} \cong 33$. Даљим повећавањем броја антена количина информација остаје иста, а систем се непотребно усложњава.



Слика 4. Реконструкција цилиндра добијена помоћу низова различитих димензија.

Задатак: Утицај учестаности на резолуцију слике

Резолуција је најситнији детаљ који се јасно разазнаје на слици. Резолуција може да одреди на основу реконструкције тачкастих расејача у тродимензионалном простору, односно танких цилиндара у дводимензионалном простору. Ради једноставности, посматрамо (приближно) дводимензиони проблем приказан на слици 5. (Да би проблем био у потпуности дводимензион, уместо дипола требало би посматрати побуду бесконачно дугачким танким струјним нитима.)

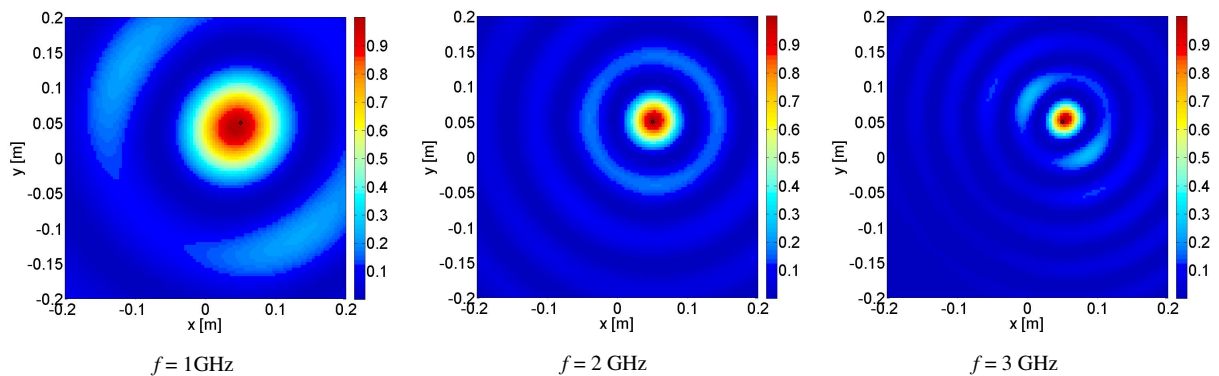


Слика 5. Модел танког цилиндра у присуству кружног низа дипола.

Модификовати претходни WIPL-D модел тако да буде испуњено

- Укупан број дипола је $M = 36$.
- Радна учестаност дипола је $f \in \{1, 2, 3\}$ GHz.
- Полупречник кружног низа је $R = 0,6$ m.
- Полупречник цилиндра је $b = 2$ mm.
- Висина цилиндра је $H = 1$ m.
- Оса цилиндра пролази кроз тачку (5 cm, 5 cm).

Очекивани резултати реконструкције су приказани на слици 6. Стваран пресек цилиндра је означен црном бојом. Са слика се уочава како са порастом учестаности расте и резолуција слике, а самим тим и побољшава способност система да разликује два блиска објекта.



Слика 6. Резултати реконструкције добијени на различитим учестаностима.