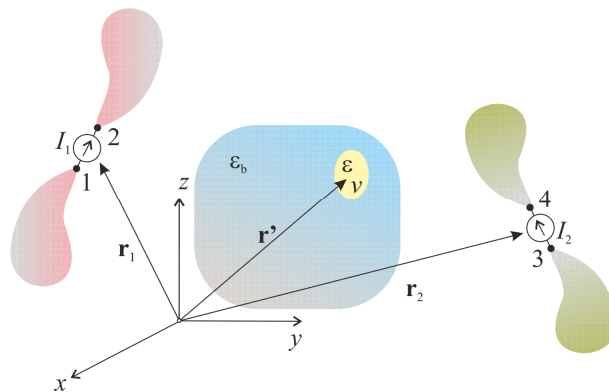


# Алгоритам *beamforming* у произвољној средини



Слика 1. Бистатичка мерна поставка.

Слика 1 приказује антене које се налазе у нехомогеној линеарној средини познате пермитивности  $\epsilon_b$ . Антене се користе за детекцију непознатог објекта пермитивности  $\epsilon$ . Предајна антена емитује инцидентно електромагнетско поље које осветљава испитивани објекат. Услед дејства инцидентног поља, у објекту се индукују електричне струје које стварају расејано поље. Пријемна антена региструје укупно поље, односно, збир инцидентног и расејаног поља. На основу запреминске теореме еквиваленције, расејано поље на месту пријема је

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}_2) = \int_{v'} \overline{\overline{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_1) dv', \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_j) = j\omega(\epsilon - \epsilon_b) \mathbf{E}_{tot}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_j), \quad (2)$$

где је

- $\mathbf{r}'$  вектор положаја произвољне тачке у објекту,
- $v'$  запремина коју заузима објекат,
- $\mathbf{r}_1$  вектор положаја предајне антене,
- $\mathbf{r}_2$  вектор положаја пријемне антене,
- $\overline{\overline{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}')$  дијадичка Гринова матрица,
- $\mathbf{J}_{eq}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_1)$  вектор еквивалентних електричних струја насталих услед дејства предајне антене,
- $\mathbf{E}_{tot}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_1)$  вектор укупног електричног поља у објекту насталог услед дејства предајне антене.

Међутим, антене не мере директно вектор електричног поља, већ неку скаларну величину попут индукованог напона на приступу. У микроталасним мерењима се најчешће мере параметри расејања. Због тога је уместо (1), од већег интереса пренос између антена изражен преко параметара расејања. Може се показати, на основу (1), да је пренос између антена једнак

$$\Delta s_{12} = -\frac{j\omega}{2a_1 a_2} \int_{v'} (\epsilon - \epsilon_b) \mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{tot}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_1) dv', \quad \Delta s_{12} = s_{12} - s_{12}^0, \quad (3)$$

где је

- $s_{12}$  коефицијент трансмисије рачунат у присуству објекта,
- $s_{12}^0$  коефицијент трансмисије рачунат када је објекат уклоњен,
- $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_2)$  вектор електричног поља који би пријемна антена, *када би радила као предајна*, створила на месту  $\mathbf{r}'$  *када објекта не би било*,
- $a_1, a_2$  интензитети инцидентних таласа на  $i$ -тој и  $j$ -тој антени када раде као предајне (погледати дефиницију параметара расејања).

Једначина (3) је нелинеарна, јер су непознате и пермитивност објекта и укупно поље у објекту. С обзиром да је решавање нелинеарних једначина нумерички захтевно и да често доводи до лажних решења, (3) се често упрошћава применом Борнове апроксимације. Борнова апроксимација каже да је код слабих расејача, односно за електрички малих објеката чија је пермитивност приближно једнака пермитивности околине, укупно поље у објекту приближно једнако инцидентном пољу,  $\mathbf{E}_{\text{tot}} \approx \mathbf{E}_{\text{inc}}$ . Након примене Борнове апроксимације, (3) постаје

$$\Delta s_{12} \approx -\frac{j\omega}{2a_1 a_2} \int_v \Delta \epsilon(\mathbf{r}') \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2) dv', \quad \Delta \epsilon(\mathbf{r}') = \epsilon(\mathbf{r}') - \epsilon_b(\mathbf{r}'). \quad (4)$$

Уколико је расејач електрички мали, можемо сматрати да су  $\Delta \epsilon$  и  $\mathbf{E}_{\text{inc}}$  константни унутар објекта. Одатле следи да је (4) приближно

$$\Delta s_{12} \approx k \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_1) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_2), \quad k = -\frac{j\omega \Delta \epsilon v}{2a_1 a_2}. \quad (5)$$

где је  $v$  запремина објекта. Константа  $k$  је непозната величина која није од интереса приликом добијања слике објекта. Њена вредност постаје битна када, поред облика, желимо да одредимо и састав објекта.

Једначина (5) је полазна тачка већине линеарних алгоритама инверзног расејања. Она се може генерализовати за пренос између произвољне две антене у низу који се састоји од  $M$  елемената

$$\Delta s_{ij} \approx k \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_j), \quad k = -\frac{j\omega \Delta \epsilon v}{2a_i a_j}, \quad (6)$$

где су сада  $\mathbf{r}_i$  и  $\mathbf{r}_j$  вектори положаја  $i$ -те и  $j$ -те антене,  $i, j = 1, \dots, M$ . Ако су све антене идентичне, коефицијент  $k$  је приближно исти за све примопредајне парове.

У овом одељку ћемо показати примену (6) у случају алгорита *beamforming*. Као када се непознати објекат налази у слободном простору, најпре делимо простор претраживања на дискретну мрежу тачака  $x_m, y_n, m = 1, \dots, N_x, n = 1, \dots, N_y$ . За сваку тачку на мрежи формирамо суму

$$I(x_i, y_j) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \Delta s_{ij} (\mathbf{E}_{\text{inc}}(x_i, y_j; \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(x_i, y_j; \mathbf{r}_j))^*, \quad (7)$$

где оператор звездица означава конјуговање. Уколико је посматрана тачка претраживања једнака стварној позицији објекта, имамо да је

$$I(x_i = x', y_j = y') \approx k \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_j) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_i) (\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_j) \cdot \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_i))^* =$$

$$k \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \|\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_j)\|_2^2 \|\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_i)\|_2^2. \quad (8)$$

Када тачка припада објекту долази до фазне компензације, због чега (8) има велику вредност. У супротном, када тачка претраживања не припада објекту, фазе сабирака су различите те је сума мала.

У ваздуху, важи да је

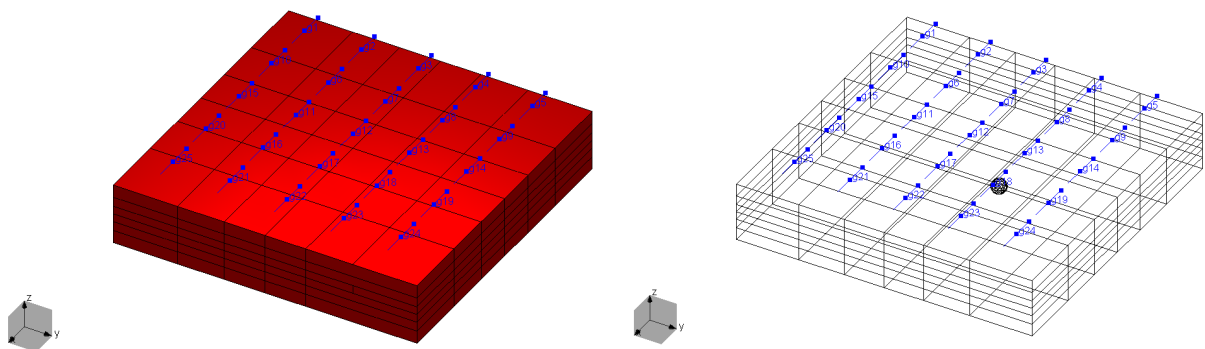
$$\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_j) \propto e^{-j\beta \|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_j\|}, \quad \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_i) \propto e^{-j\beta \|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i\|}. \quad (9)$$

Када се (9) уврсти у (8), добија се исти облик за алгоритам *beamforming* који смо извели за расејаче у слободном простору

$$I(x_i, y_j) \approx \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \Delta s_{ij} e^{j\beta \|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_j\|} e^{j\beta \|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i\|}. \quad (10)$$

### Задатак: Локализација закопаног објекта

У следећем примеру, илустроваћемо примену алгоритма *beamforming* ради добијања слике закопаног објекта. Ради симулације екперимента, потребно је направити модел у програму WIPL-D. Земљу представити као диелектрично тело облика квадра, страница  $a = b = 1 \text{ m}$  и  $c = 0,2 \text{ m}$ . Средиште квадра поставити у центар координатног система. Усвојити за пермитивност земље  $\epsilon_r = 6 - j$ . Непознати објекат моделовати као метално тело у облику сфере, полупречника  $r = 2,5 \text{ cm}$ . Координате центра сфере су  $x = z = 0$ ,  $y = 0,1 \text{ m}$ . Положај објекта одредити помоћу низа полуталасних дипола који раде на учестаности  $f = 1 \text{ GHz}$ . Диполи су распоређени у виду униформног планарног низа од  $5 \times 5$  елемената, као што је илустровано на слици 2. Осе дипола су у правцу  $x$ -осе, а растојање између суседних антена је  $\Delta_x = \Delta_y = 2,5h$ , где је  $h$  дужина крака дипола. Низ се налази на висини  $5 \text{ cm}$  изнад површине земље.

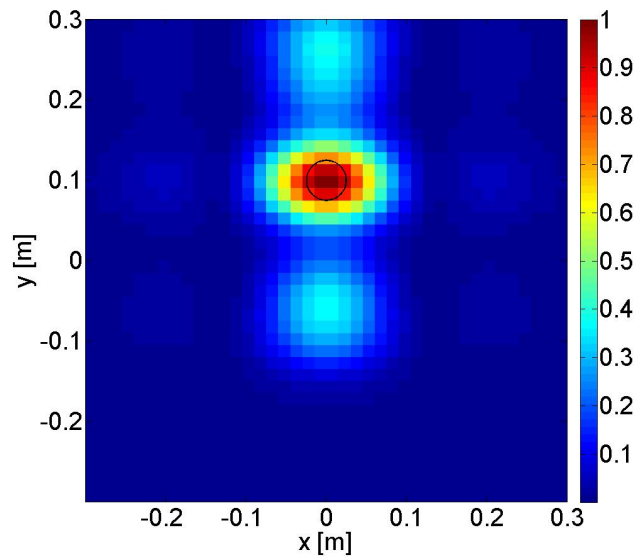


Слика 2. Модел у програму WIPL-D.

Када се заврши електромагнетска анализа, из одговарајућег фајла са екстензијом *.ad1*, треба учитати елементе матрице расејања,  $s_{ij}$ . У реалним ситуацијама, ове податке бисмо учитали са анализатора мреже.

Потом, направити идентичан модел из кога треба уклонити објекат. Овај модел служи за одређивање параметара расејања,  $s_{ij}^0$ , и инцидентног поља  $\mathbf{E}_{\text{inc}}$ . Поље се рачуна помоћу опције NEAR FIELD (блиско поље). Дефинисати мрежу тачака за прорачун блиског поља:  $x_{\text{max}} = y_{\text{max}} = 0,3 \text{ m}$ ,  $x_{\text{min}} = y_{\text{min}} = -0,3 \text{ m}$ ,  $z = 0$ . Број тачака претраживања дуж координатних оса је:  $N_x = N_y = 40$  и  $N_z = 1$ . Тачке у којима рачунамо блиско поље су уједно и тачке претраживања. Добијене вредности треба прочитати из фајла са екстензијом .pf1.

На основу (8) и добијених података, имплементирати алгоритам *beamforming* у програму Matlab/Octave. Очекивани резултат је приказан на слици 3.



Слика 3. Реконструкција закопаног објекта добијена применом алгоритма *beamforming*.