ИСПИТ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

29. јануар 2021.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Задаци укупно носе до 50 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

1. Логички израз F има $D=50$ бинарних променљивих, $x_1, x_2,...x_D \in \{0,1\}$. Израз се састоји од $N=218$ клаузула, тј. $F = C_1 \wedge C_2 \wedge ... \wedge C_N$, где је C_k k-та клаузула, а симбол $\wedge$ представља логичку операцију „и“. Свака клаузула садржи тачно три бинарне променљиве и две логичке операције „или“, означене симболом $\vee$. Једна клаузула је записана као низ три цела броја, где позитиван број одговара променљивој под тим редним бројем, а негативан број одговара инвертованој вредности променљиве под тим редним бројем. На пример, клаузула C, записана као тројка бројева $(1,-2,\ 3)$, је $C = x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3$, где $\overline{x}$ представља инвертовану вредност x. Оптимизациона функција се рачуна као $f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{N} \overline{C}_k$, где је $\mathbf{x} = (x_1, x_2,...x_D)$, а $f(\mathbf{x})$ је нумерички једнака укупном броју клаузула које су једнаке нули. Клаузуле су задате у текстуалном фајлу, http://mtt.etf.bg.ac.rs/si/IOA/IOA20210129Z1.txt, у којем у сваком реду има три броја која чине запис једне клаузуле.

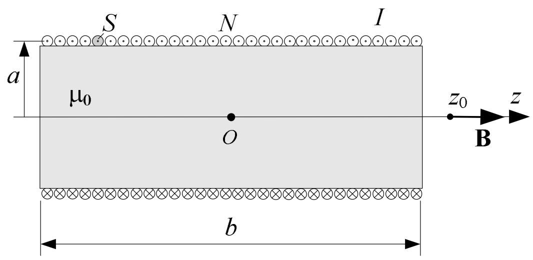
(а) Навести генералну класу оптимизационих проблема којој припада овај оптимизациони проблем. Образложити одговор.

(б) Израчунати и записати вредност оптимизационе функције за решење $\mathbf{x} = \left(\underbrace{1,1,...1}_{25}, \underbrace{0,0,...0}_{25}\right)$, где је првих 25 променљивих једнако јединици, а преостале променљиве су нула.

(в) Пронаћи решење $\mathbf{x}_0$ за које $f(\mathbf{x}_0)$ има минималну вредност, коришћењем оптимизационих алгоритама са курса. Решење $\mathbf{x}_0$, као и $f(\mathbf{x}_0)$, записати у простору испод или у пратећи ASCII/TXT фајл који се архивира кроз портал на сајту предмета.

(г) Навести оптимизациони алгоритам коришћен за решавање претходне тачке, као и параметре овог алгоритама. Уколико је коришћено више алгоритама, за сваки навести вредности коришћених параметара.

2. На слици 2.1 приказан је попречни пресек електромагнета у облику соленоида који је дефинисан својим полупречником a, дужином b, укупним бројем завојака N и струјом у завојцима I. Интензитет магнетске индукције, на оси електромагнета (z-оси), на одстојању z_0 од његовог центра, дат је изразом $B = \frac{\mu_0 NI}{2b}\left(\frac{z_0 + b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 + b/2)^2}} - \frac{z_0 - b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 - b/2)^2}}\right)$, а $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m је пермеабилност вакуума. Укупна отпорност свих завојака је $R = N\frac{2\pi a}{\sigma S}$, где је $\sigma = 58\,\text{MS/m}$ специфична проводност бакарне жице и S је површина попречног пресека жице. Полупречник a налази се у опсегу $a_{\min} \le a \le a_{\max}$, где је $a_{\min} = 10^{-2}$ m и $a_{\max} = 20 \cdot 10^{-2}$ m. Дужина b је у опсегу $b_{\min} \le b \le b_{\max}$, где је $b_{\min} = 10^{-1}$ m и $b_{\max} = 5 \cdot 10^{-1}$ m. Површина попречног пресека жице S је у опсегу $S_{\min} \le S \le S_{\max}$, где је $S_{\min} = \frac{1}{2}10^{-6}\ \text{m}^2$ и $S_{\max} = 3 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$. Пречник жице је $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$, те је $N = \frac{b}{d} = b\sqrt{\frac{\pi}{4S}}$ укупан број завојака који су намотани густо и у једном слоју. Одстојање од центра соленоида је $z_0 = \frac{b}{2} + \delta$, где је $\delta = 10^{-2}$ m. Струја је константна и износи $I = 1\,\text{A}$. Потребно је максимизирати интензитет магнетске индукције, $\max B = \frac{\mu_0 I}{2}\sqrt{\frac{\pi}{4S}}\left(\frac{z_0 + b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 + b/2)^2}} - \frac{z_0 - b/2}{\sqrt{a^2 + (z_0 - b/2)^2}}\right)$ и минимизирати укупну отпорност $\min R = \frac{2\pi ab}{\sigma S}\sqrt{\frac{\pi}{4S}}$. Усвојени запис решења је $\mathbf{x} = (a, b, S)$.



Слика 2.1.

(а) За скуп од четири задата решења $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\}$, где је $\mathbf{x}_1 = (a_{\min}, b_{\max}, S_0)$, $\mathbf{x}_2 = (\frac{a_{\max}}{4}, b_{\max}, S_0)$, $\mathbf{x}_3 = (\frac{a_{\max}}{2}, b_{\max}, S_0)$ и $\mathbf{x}_4 = (a_{\max}, b_{\max}, S_0)$, а $S_0 = 10^{-6}\ \text{m}^2$, израчунати вредности оптимизационих функција, B и R, и одредити решења која су парето оптимална из овог скупа.

(б) Проценити и нацртати парето фронт овог оптимизационог проблема. Користити случајно претраживање или систематско претраживање са бар 10^6 итерација. Одговарајући код и добијени график архивирати кроз портал на сајту предмета.

(в) Уколико постоји, пронаћи и записати парето оптимално решење $\mathbf{x}_0$ за које је $B \approx 650\,\mu\text{T}$.

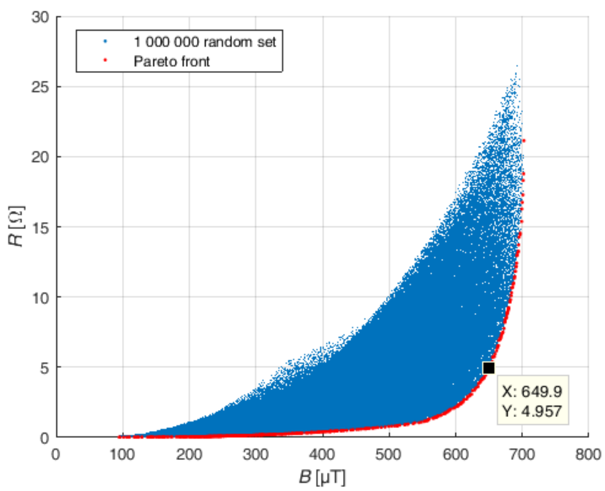
ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 29. ЈАНУАРА 2021. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Проблем припада SAT класи, јер се решење записује као низ бита. (2)
(б) $f(\mathbf{x}) = 20$. (6)
(в) Постоји више решења, од којих су нека дата у наставку.
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0000 1101 0011 0011 0101 0000 1100 0111 1010 00` (8)[1] и $f(\mathbf{x}_0) = 0$ (2),
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0000 1100 0111 1010 00`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0000 1100 0111 1010 10`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0001 1100 0111 1010 10`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0000 1101 0111 0011 0101 0001 1100 0111 1010 00`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0011 0011 0101 0001 1100 0111 1010 10`,
$\mathbf{x}_0$ → `0100 0001 1101 0010 1101 0111 0011 0101 0001 1100 0111 1010 00`.
(г) Задатак се може решити сваким глобалним оптимизационим алгоритмом или поновљеним локалним оптимизационим алгоритмом, који је могуће применити на SAT класу проблема. Коришћени параметри зависе од изабраног алгоритма. (2)

2. (а) Вредности оптимизационих функција за задата решења су
$\mathbf{x}_1$`(1.00e-02, 5.00e-01, 1.00e-06): `$(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$`=(1.630e-04, 4.800e-01)` (1)
$\mathbf{x}_2$`(5.00e-02, 5.00e-01, 1.00e-06): `$(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$`=(4.450e-04, 2.400e+00)` (1)
$\mathbf{x}_3$`(1.00e-01, 5.00e-01, 1.00e-06): `$(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$`=(4.910e-04, 4.800e+00)` (1)
$\mathbf{x}_4$`(2.00e-01, 5.00e-01, 1.00e-06): `$(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$`=(4.906e-04, 9.601e+00)` (1)
У задатом скупу $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ и $\mathbf{x}_3$ су парето оптимална. (4)

(б) Парето фронт је процењен на основу 1 000 000 случајно изабраних решења из задатог оптимизационог простора и приказан је на слици испод. Коришћен је генератор случајних бројева са униформном расподелом. (16)



Процењени парето фронт на основу 1 000 000 случајно изабраних решења.

(в) Тражено парето оптимално решење постоји и налази се у непосредној околини решења
$\mathbf{x}_0$`(6.8e-02, 2.7e-01, 5.0e-07): `$(B_{[T]}, R_{[\Omega]})$`≈(6.5e-04, 5.0e+00)` (6)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 30. ЈАНУАРА У 21 ЧАС, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64, ЈЕ 31. ЈАНУАРА ОД 8:00 ДО 9:00 ЧАСОВА.

[1] Ради прегледности зарези између вредности оптимизационих променљивих, као и заграде, су изостављени из записа, а бити су груписани у групе до четири бита.