

# ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

19. фебруар 2021.

**Напомене.** Испит траје 180 минута<sup>1</sup>. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табели. Први задатак укупно носи до 20 поена, а други до 30 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				
ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ				<b>ОЦЕНА</b>

1. У табели I задато је 10 мерних тачака,  $x_m$ , као и два скупа одговарајућих измерених вредности,  $y_{m1}$  и  $y_{m2}$ . Потребно је измерене вредности апроксимирати **једном** функцијом, чији је аналитички израз  $y_{\text{app}}(x) = A \arctan(B - \ln(x^C)) + D$ , где су  $A, B, C$  и  $D$  константе које је потребно одредити,  $\arctan(x) = \tan^{-1}(x)$  и  $\ln(x) = \log_e x$ . Непознате константе припадају скупу позитивних реалних бројева.

Табела I. Мерне тачке и измерене вредности.

$x_m$	1	2	5	10	20	50	100	200	300	400
$y_{m1}$	7,8	7,8	7,8	7,8	7,2	4,5	4,1	3,0	2,9	2,9
$y_{m2}$	7,9	7,9	7,9	7,9	6,7	4,6	3,9	3,0	3,1	2,8

(а) Усвојити једну формулацију оптимизационе функције за решавање овог проблема и записати ту оптимизациону функцију. Навести да ли се тражи минимум или максимум усвојене оптимизационе функције.

(б) Навести оптимизациони алгоритам (или алгоритме) коришћен за решавање, као и параметре коришћеног алгоритма.

(в) Пронаћи и записати вредности  $A, B, C$  и  $D$  за које задата аналитичка функција  $y_{\text{app}}$  најбоље апроксимира измерене вредности. У простору испод, или у пратећи ASCII/TXT фајл, записати вектор  $\mathbf{x}_0 = (A, B, C, D)$  и пронађену вредност оптимизационе функције,  $f(\mathbf{x}_0)$ .

(г) На истом графику, у логаритамској размери по обе осе, нацртати задате измерене вредности и пронађену аналитичку апроксимацију. Улазну променљиву  $x$  варирати у опсегу  $x \in [1, 1000]$  са кораком  $\Delta x = 1$ . Добијени график и одговарајући код архивирати кроз портал на сајту предмета.

<sup>1</sup> Студенти који желе да користе PyCharm на факултетским рачунарима, требало би да на следећи начин подесе лиценцу:

1. одабрати **License server**,
2. у пољу **server address** унети: <http://zeus.etf.rs:8886> и
3. кликнути на **activate**.

2. На располагању стоји  $N = 100$  идентичних реалних напонских генератора, сваки електромоторне силе  $E = 10 \text{ mV}$  и унутрашње отпорности  $R = 50 \Omega$ . На слици 2а приказан је један такав генератор. Дат је и пријемник отпорности  $R_p = 75 \Omega$ . Потребно је повезати генераторе и пријемник тако да снага пријемника буде максимална. Генератори се везују у групе које чине паралелно везани генератори, а затим се такве групе везују редно, као што је приказано на слици 2б. Референтни смер електромоторних сила увек је исти за све генераторе у једној групи, као и за све групе. Број

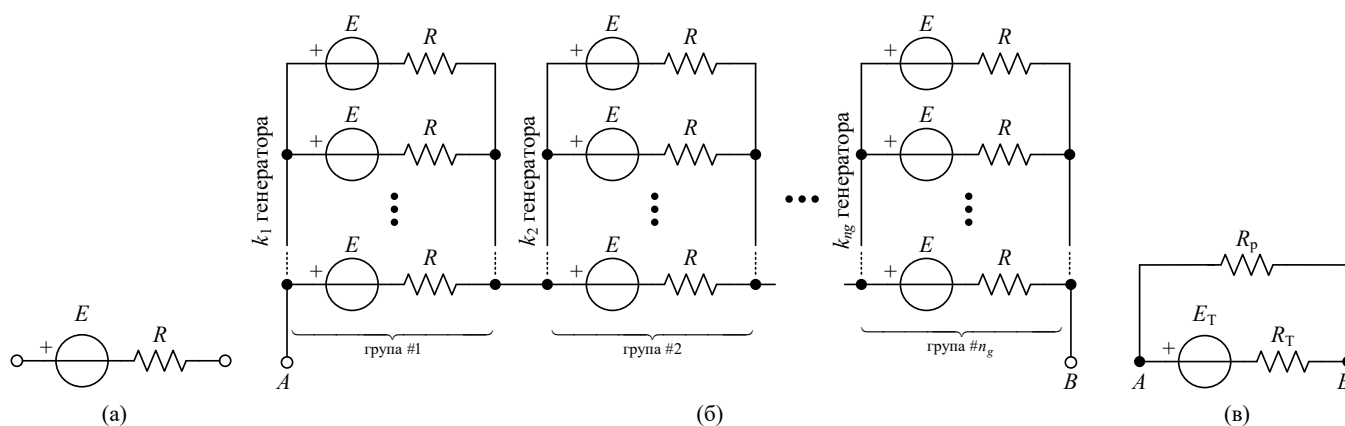
генератора у свакој групи може бити различит, а сви генератори морају бити искоришћени, тј.  $\sum_{n=1}^{n_g} k_n = 100$ , где је  $n_g$

укупан број група и  $k_n$  је број паралелно везаних генератора у групи  $n$ . При томе важе следећа ограничења:  $n_g \geq 1$  и  $k_n \geq 1$ . Веза генератора се може заменити еквивалентним реалним напонским генератором електромоторне силе

$E_T = n_g E$  и унутрашње отпорности  $R_T = \sum_{n=1}^{n_g} \frac{R}{k_n}$  (Тевененов генератор). Замена места група генератора не утиче на

параметре еквивалентног генератора, те се тако добијене везе не сматрају различитим. Између крајева везе генератора (тачке  $A$  и  $B$ ) прикључен је пријемник  $R_p$ , као на слици 2в. У том случају, снага пријемника дата је изразом

$$P = R_p \left( \frac{E_T}{R_T + R_p} \right)^2.$$



Слика 2.

(а) Израчунати и записати број различитих веза генератора. Образложити начин на који је одређен овај број.

(б) Одредити и записати број група генератора  $n_g$  и број генератора у свакој групи, тако да снага пријемника буде максимална.

(в) Израчунати и записати максималну снагу пријемника, као и  $E_T$  и  $R_T$  у том случају.

(г) Навести коришћени оптимизациони алгоритам и његове параметре.

# ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 19. ФЕБРУАРА 2021. ГОДИНЕ

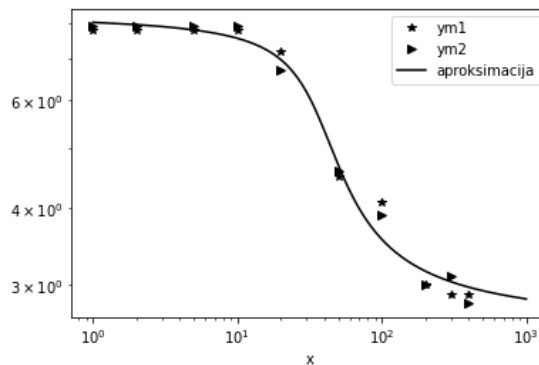
Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Једна дефиниција оптимизационе функције је  $f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{10} (y_{m1}(x_{mk}) - y_{app}(x_{mk}, \mathbf{x}))^2 + (y_{m2}(x_{mk}) - y_{app}(x_{mk}, \mathbf{x}))^2$ , где је  $\mathbf{x} = (A, B, C, D)$ , а  $x_{mk}$  су мерне тачке из табеле I. (2) За изабрану оптимизациону функцију проблем се своди на одређивање минимума  $f(\mathbf{x})$ . (2)

(б) Простор је најпре претражен случајном претрагом у 1000 итерација, а из најбоље пронађене тачке пуштен је *Nelder-Mead Simplex* алгоритам. Задатак се може решити и другим оптимизационим алгоритмима који се могу применити на генералну класу NLP оптимизационих проблема. (2)

(в) За параметре  $\mathbf{x}_0 = (1,85135212, 6,13632204, 1,7301099, 5,41628002)$  вредност оптимизационе функције је  $f(\mathbf{x}_0) = 0,97033$ . (8)

(г) Добијени график је приказан на слици 1. (6)



Слика 1. Измерене вредности и апроксимација.

2. (а) Број различитих веза генератора једнак је укупном броју партиција броја 100, тј.  $P(100) = 190\,569\,292$ . (6)

(б) Максимална снага пријемника добија се за  $n_g = 12$ , при чему је  $(k_1, k_2, \dots, k_{12}) = (9, 9, 9, 9, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8)$ . (16)

(в) Максимална снага пријемника је  $P_{\max} \approx 49,82841 \mu\text{W}$  (2),  $E_T = 120 \text{ mV}$  (2) и  $R_T = \frac{650}{9} \Omega \approx 72,222 \Omega$  (2).

(г) Проблем је могуће решити потпуном претрагом по свим партицијама броја 100 или коришћењем било ког оптимизационог алгоритма који је могуће применити на генералну SAT класу оптимизационих проблема, где је веза генератора записана као бинарно кодована композиција броја 100. Параметри зависе од изабраног оптимизационог алгоритма. (2)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 20. ФЕБРУАРА У 21 ЧАС, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64, ЈЕ 21. ФЕБРУАРА ОД 18:30 ДО 19:00 ЧАСОВА.