ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

24. јануар 2024.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Сваки задатак носи до 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

1. Систем за архивирање података има један централни сервер и $N = 3$ локалних сервера. На централном серверу чувају се сви подаци, док локални сервери имају ограничени меморијски капацитет од по 64 GB. Постоје 32 различита дигитална податка чије су величине у GB редом записане у следећем низу M = (21, 4, 3, 9, 1, 12, 11, 17, 12, 9, 5, 2, 5, 45, 4, 25, 14, 20, 11, 5, 8, 22, 4, 31, 7, 6, 9, 5, 9, 12, 3, 1), тј. податак 1 има величину 21 GB, податак 2 има величину 4 GB, итд.

Постоји $K = 7$ крајњих корисника који су сви повезани са централним сервером и појединим локалним серверима. Подаци о повезаности са серверима, као и времена појединачних приступа одговарајућем серверу дата су у табели I (централни сервер је означен са 0, а локални сервери својим бројем). На пример, корисник K4 повезан је са централним сервером (време приступа 226 ms) и са локалним сервером 2 (време приступа 86 ms).

Крајњи корисници имају 16 захтева за приступом подацима и истим подацима се приступа више пута. Подаци о захтевима дати су у табели II.

Потребно је минимизирати укупно време које је свим корисницима потребно да приступе свим захтеваним подацима. Оптимизациона функција рачуна се као $f(\mathbf{x}) = \sum_{r=1}^{16} p_r t_r$, где је r редни број захтева, p_r број приступа за захтев r и t_r је време потребно да се приступи захтеваном дигиталном податку. Конкретно, $t_r = \min(t_{r0}, t_{r1}, t_{r2}, t_{r3})$ где је t_{rs} време потребно да се приступи подацима из захтева r на серверу s ($s = 0,1,2,3$) под условом да је одговарајући податак на серверу s и да је корисник повезан са тим сервером.

Табела I. Повезаност крајњих корисника са серверима и одговарајућа времена приступа.

Корисници	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7
Сервери	0 (1012 ms)	0 (467 ms)	0 (321 ms)	0 (226 ms)	0 (361 ms)	0 (522 ms)	0 (1415 ms)
	1 (170 ms)	1 (28 ms)	2 (70 ms)	2 (86 ms)	1 (26 ms)	3 (155 ms)	3 (163 ms)

Табела II. Захтеви корисника за подацима.

Редни број захтева	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Корисник	1	2	5	7	4	3	7	1	6	4	1	5	1	6	2	7
Податак	9	15	5	12	19	8	1	6	3	8	7	17	23	32	9	11
Број приступа	850	358	767	693	799	247	552	211	537	589	400	314	409	70	709	301

(а) Уколико на локалним серверима нема података, израчунати оптимизациону функцију.

(б) Сматрајући да локални сервери **немају ограничење капацитета**, одредити минимално копирање са централног сервера на локалне сервере, тако да оптимизациона функција буде минимална. Записати решење тако да сваки ред текстуалног фајла одговара једном локалном серверу: први број у реду је број локалног сервера, а затим следе бројеви података који су копирани на тај локални сервер. Записати и добијену вредност оптимизационе функције.

(в) Одредити распоред података на локалним серверима уз **ограничење капацитета**, тако да оптимизациона функција буде минимална. Записати решење тако да сваки ред текстуалног фајла одговара једном локалном серверу: први број у реду је број локалног сервера, а затим следе бројеви података који су копирани на тај локални сервер. Записати и добијену вредност оптимизационе функције.

(г) Навести оптимизациони алгоритам који је коришћен за решавање претходне тачке, као и његове параметре.

2. Дато је $N = 12$ слика правоугаоног облика чије су димензије у cm записане у табели I. Одредити правоугаоник минималне површине у који се могу поставити, без преклапања, све задате слике. Сматрати да је ширина слика паралелна x-оси, а висина y-оси Декартовог координатног система. Ротирање слика није дозвољено. Формални запис решења проблема је $\mathbf{x} = (x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots x_N, y_N)$ где су x_k и y_k одговарајуће координате левог доњег темена k-те слике (правоугаоника), $k = 1,2,\ldots N$.

Табела I. Димензије слика.

Ширина (w)	1	2	4	5	5	6	7	9	9	10	12	12
Висина (h)	2	3	3	4	6	7	8	8	10	11	11	13

(а) Дефинисати и записати оптимизациону функцију и објаснити значење свих променљивих у тој формули.

(б) Навести границе за оптимизациони простор које су коришћене при решавању.

(в) Навести оптимизациони алгоритам коришћен за решавање.

(г) Записати најбоље добијено решење и површину минималног правоугаоника у који су постављене све слике.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 24. ЈАНУАРА 2024. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) $f(\mathbf{x}) = 5\ 678\ 389$ ms . (3)

(б) Под условом да локални сервери немају ограничење капацитета, минимално копирање података се централног сервера, $\mathbf{x}_0'$, је

```
1 5 6 7 9 15 17 23
2 8 19
3 1 3 11 12 32
```

за које се добија $f(\mathbf{x}_0') = 858\ 623$ ms . (3)

(в) Оптимално копирање података, $\mathbf{x}_0''$, је

```
1 5 6 7 9 15 17 23
2 8 19
3 1 3 11 12 32
```

за које се добија $f(\mathbf{x}_0') = 858\ 623$ ms . (10)

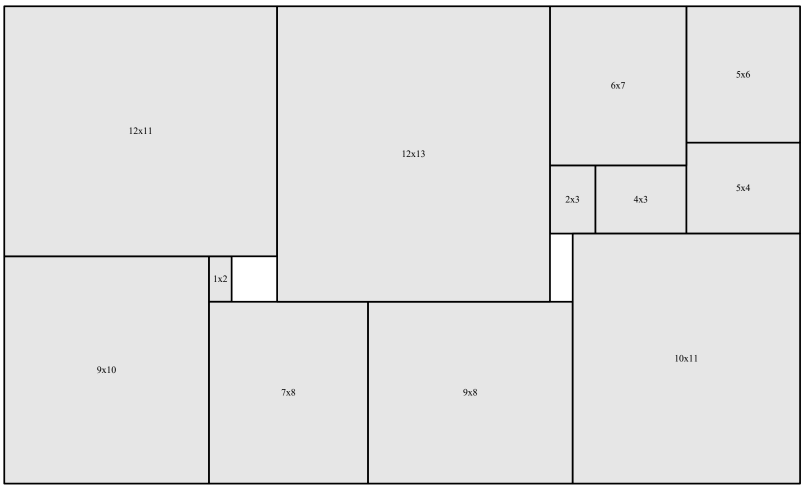
(г) Уколико се копирање податка j на локални сервер i означи бинарном променљивом $x_{i,j} \in \{0,1\}$, задатак се своди на проблем (целобројног) линеарног програмирања. При томе, потребно је разматрати само податке који се налазе у захтевима. (4)

2. (а) Оптимизациона функција може се дефинисати као $f(\mathbf{x}) = S + 10^3 P$, где је S површина правоугаоника који садржи све слике $S = (x_{\max} - x_{\min})(y_{\max} - y_{\min})$, $x_{\max} = \max(x_1, x_2, \ldots x_N)$, $x_{\min} = \min(x_1, x_2, \ldots x_N)$, $y_{\max} = \max(y_1, y_2, \ldots y_N)$, $y_{\min} = \min(y_1, y_2, \ldots y_N)$, а $P = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} P_{i,j}$ је укупна површина преклапања свих слика, при чему је $P_{i,j} = \max\left(\left(x_i + w_i - x_j\right)\left(y_i + h_i - y_j\right), 0\right)$. Могуће је и на друге начине дефинисати оптимизациону функцију. (5)

(б) Ако се слике нарећају једна до друге у правцу x-осе, онда се добију границе за x-координате $0 \le x_k \le \sum_{i=1}^{N} w_i$, а ако се исто уради у правцу y-осе, онда се добију границе за y-координате $0 \le y_k \le \sum_{i=1}^{N} h_i$, $k = 1,2,\ldots N$. (2)

(в) Задатак је могуће (приближно) решити различитим алгоритмима: диференцијалном еволуцијом, оптимизацијом јатом итд. (3)

(г) Најбоље познато решење приказано је на слици испод, за које је $f(\mathbf{x}_0) = 35\ \text{cm} \times 21\ \text{cm} = 735\ [\text{cm}^2]$ при чему је $\mathbf{x}_0$=(9,8, 24,11, 26,11, 30,11, 30,15, 24,14, 9,0, 16,0, 0,0, 25,0, 0,10, 12,8, 12,12) [cm]. (10)



- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 25. ЈАНУАРА У 14:00, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 25. ЈАНУАРА ОД 14:00 ДО 15:00 ЧАСОВА У ЛАБОРАТОРИЈИ 64.