

ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

27. август 2025.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Сваки задатак носи до 40 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				
ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ				ОЦЕНА

1. Мерењем једне двопортне мреже, приказане на слици 1, добијени су резултати за реални и имагинарни део импедансе на првом и другом приступу $\underline{Z}_{11} = R_{11} + jX_{11}$ и $\underline{Z}_{22} = R_{22} + jX_{22}$, као и за међусобну импедансу $\underline{Z}_{12} = R_{12} + jX_{12}$, где је $j = \sqrt{-1}$. Мерења су извршена у опсегу од $f_{\text{start}} = 10 \text{ Hz}$ до $f_{\text{stop}} = 101020 \text{ Hz}$ на двадесет и једној неуниформно распоређеној учестаности. Измерени подаци записани су у фајловима у којима сваки ред одговара мерењу на једној учестаности. Први податак одговара учестаности на којој је извршено мерење у Hz, а наредна два податка су парови R_{11} и X_{11} (у фајлу z11.txt), или R_{22} и X_{22} (у фајлу z22.txt), или R_{12} и X_{12} (у фајлу z12.txt), у Ω , редом. Ове измерене податке потребно је апроксимирати мрежом приказаном на слици 2. Формални запис решења је $\mathbf{x} = (L_1, R_1, L_{1x}, C_{1x}, R_m, L_2, R_2, L_{2x}, C_{2x})$, где су оптимизационе променљиве одговарајуће вредности елемената мреже са слике 2. Све оптимизационе променљиве морају бити веће од нуле и припадају скупу реалних бројева.

Оптимизациона функција рачуна се према формули $f(\mathbf{x}) = \sum_{f=f_{\text{start}}}^{f_{\text{stop}}} \left(\frac{|\underline{Z}_{11} - \underline{Z}_{11a}|}{|\underline{Z}_{11}|_{\text{max}}} + \frac{|\underline{Z}_{12} - \underline{Z}_{12a}|}{|\underline{Z}_{12}|_{\text{max}}} + \frac{|\underline{Z}_{22} - \underline{Z}_{22a}|}{|\underline{Z}_{22}|_{\text{max}}} \right)$, где су

$|\underline{Z}_{11}|_{\text{max}}$, $|\underline{Z}_{22}|_{\text{max}}$ и $|\underline{Z}_{12}|_{\text{max}}$ највеће вредности модула одговарајућих измерених параметара у опсегу $f_{\text{start}} \leq f \leq f_{\text{stop}}$, а $\underline{Z}_{11a} = R_{11a} + jX_{11a}$, $\underline{Z}_{22a} = R_{22a} + jX_{22a}$ и $\underline{Z}_{12a} = R_{12a} + jX_{12a}$ су (апроксимативне) вредности параметара добијене на основу мреже са слике 2. Вредности комплексних импеданси на приступима мреже са слике 2 могу се добити трансформацијама на следећи начин, сматрајући да је $\omega = 2\pi f$, где је f учестаност у Hz.

Одређивање израза за $\underline{Z}_{11a}$ када је други порт отворен, а први побуђен:

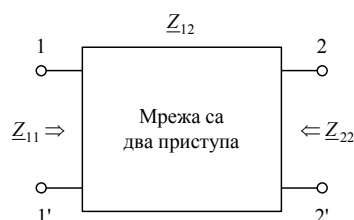
$$\begin{aligned} \underline{Z}_A &= R_2 + j\omega L_{2x} + \frac{1}{j\omega C_{2x}}, \\ \underline{Z}_B &= j\omega L_1 + \frac{\omega^2 L_1 L_2}{j\omega L_2 + \underline{Z}_A}, \\ \underline{Z}_C &= \frac{R_m \underline{Z}_B}{R_m + \underline{Z}_B}, \\ \underline{Z}_D &= R_1 + j\omega L_{1x} + \underline{Z}_C, \\ \underline{Z}_E &= \frac{1}{j\omega C_{1x}} \text{ и} \\ \underline{Z}_{11a} &= \frac{\underline{Z}_E \underline{Z}_D}{\underline{Z}_E + \underline{Z}_D}. \end{aligned}$$

Одређивање израза за $\underline{Z}_{22a}$ када је први порт отворен, а други побуђен:

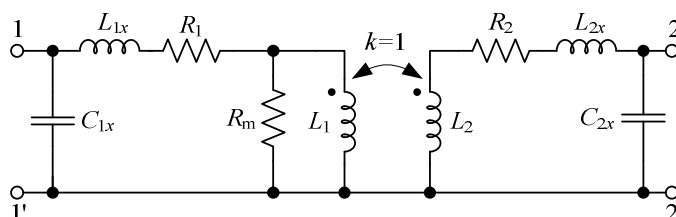
$$\begin{aligned} \underline{Z}_F &= \underline{Z}_E + R_1 + j\omega L_{1x}, \\ \underline{Z}_G &= \frac{R_m \underline{Z}_F}{R_m + \underline{Z}_F}, \\ \underline{Z}_H &= j\omega L_2 + \frac{\omega^2 L_1 L_2}{j\omega L_1 + \underline{Z}_G}, \\ \underline{Z}_I &= \underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_{2x} \text{ и} \\ \underline{Z}_{22a} &= \frac{\underline{Z}_I \frac{1}{j\omega C_{2x}}}{\underline{Z}_I + \frac{1}{j\omega C_{2x}}}. \end{aligned}$$

Одређивање израза за $\underline{Z}_{12a}$ када је један порт побуђен, а други отворен:

$$\begin{aligned} \underline{K}_T &= j\omega \sqrt{L_1 L_2} \frac{\underline{Z}_E \frac{R_m}{\underline{Z}_F + R_m}}{j\omega L_1 + \underline{Z}_G} \text{ и} \\ \underline{Z}_{12a} &= \frac{\frac{1}{j\omega C_{2x}}}{\underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_{2x} + \frac{1}{j\omega C_{2x}}} \underline{K}_T. \end{aligned}$$



Слика 1.



Слика 2.

(а) Израчунати вредност оптимизационе функције за тачку у оптимизационом простору $\mathbf{x}_0 = (75 \cdot 10^{-6}, 40 \cdot 10^{-3}, 10^{-15}, 10^{-15}, 10^9, 20 \cdot 10^{-3}, 2, 10^{-15}, 10^{-15})$, где су јединице за индуктивности H, јединице за капацитивности F и јединице за отпорности Ω .

(б) Нацртати графике на којима су приказани модули комплексних импеданси, са логаритамском размером по вертикалној (у) оси за (а) $|Z_{11}|$ и $|Z_{11a}|$, (б) $|Z_{22}|$ и $|Z_{22a}|$ и (в) $|Z_{12}|$ и $|Z_{12a}|$, за податке из питања (1). У простору испод навести називе фајлова у којима се налазе одговарајући графици у jpeg или png формату.

(в) Навести назив и параметре алгоритма (или алгоритама) који је коришћен за одређивање оптималних параметара мреже са слике 2.

(г) Коришћењем оптимизационог алгоритама наведеног у одговору на питање (3) одредити оптималне параметре мреже са слике 2 и записати их у формату наведеног формалног записа. У простору испод записати добијену минималну вредност оптимизационе функције.

(д) Нацртати графике на којима су приказани модули комплексних импеданси, са логаритамском размером по вертикалној (у) оси за (а) $|Z_{11}|$ и $|Z_{11a}|$, (б) $|Z_{22}|$ и $|Z_{22a}|$ и (в) $|Z_{12}|$ и $|Z_{12a}|$, за податке добијене у питању (4). У простору испод навести називе фајлова у којима се налазе одговарајући графици у jpeg или png формату.

2. Дати су подаци за $N = 500$ кондензатора цилиндричног облика. Подаци су записани у текстуални фајл (cap.txt) у којем сваки ред одговара једном кондензатору и садржи шест података. Први податак у реду је редни број кондензатора, други податак је цена кондензатора у EUR, трећи податак је капацитивност кондензатора (C) у μF , четврти податак је максимални дозвољени напон кондензатора ($U_{\max}$) у V, пети податак је пречник кондензатора (d) у mm и последњи податак је висина кондензатора (h) у mm. При избору кондензатора потребно је: (1) минимизирати цену изабраног кондензатора, (2) максимизирати електричну енергију кондензатора $W_e = \frac{1}{2} C U_{\max}^2$ и (3) минимизирати запремину

кондензатора $V = \frac{d^2 \pi}{4} h$.

(а) Одредити укупан број парето оптималних кондензатора у задатом скупу. У простору испод записати тај број и навести име фајла у којем се налази код коришћен за одређивање парето оптималних кондензатора.

(б) Навести редни број парето оптималног кондензатора са **минималном ценом**. У случају да постоји више решења, потребно их је све навести.

(в) Навести редни број парето оптималног кондензатора са **максималном могућом електричном енергијом**. У случају да постоји више решења, потребно их је све навести.

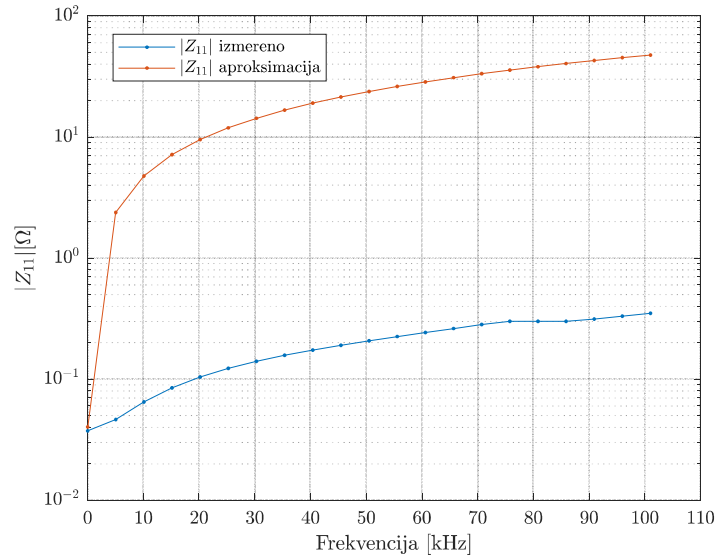
(г) Навести редни број парето оптималног кондензатора са **минималном запремином**. У случају да постоји више решења, потребно их је све навести.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 27. АВГУСТА 2025. ГОДИНЕ

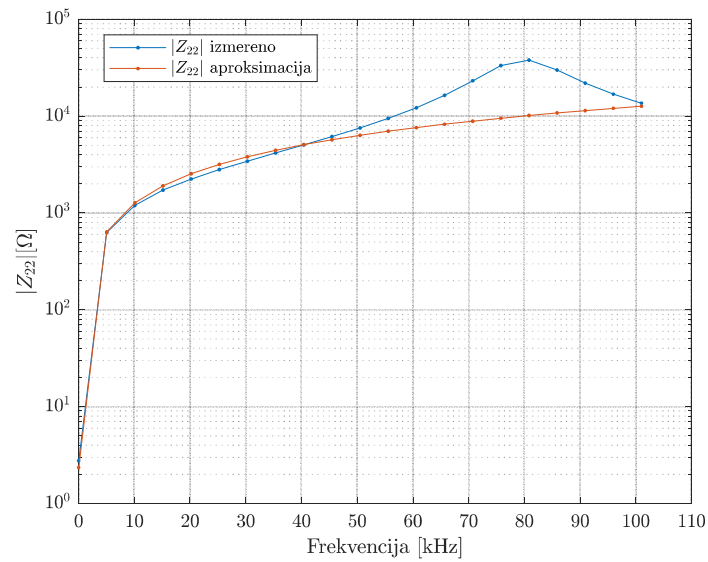
Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (a) $f(\mathbf{x}_0) \approx 1670,2$. (12)

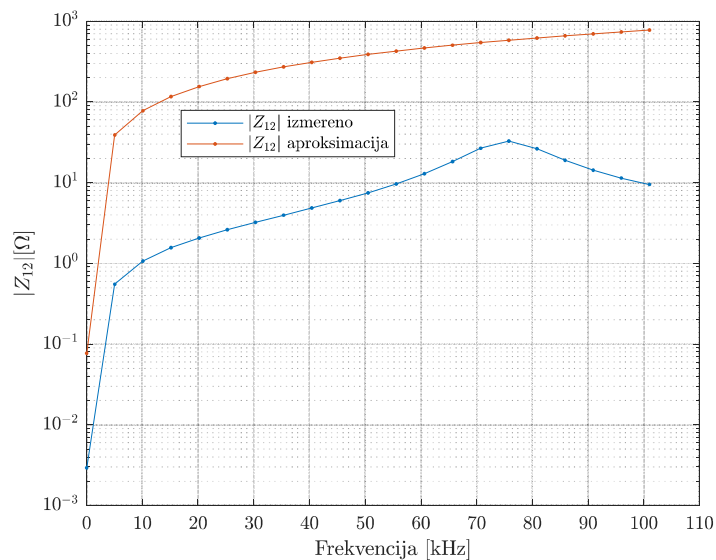
(б) Тражени графици приказани су на сликама 1.1, 1.2 и 1.3. (6)



Слика 1.1.



Слика 1.2.

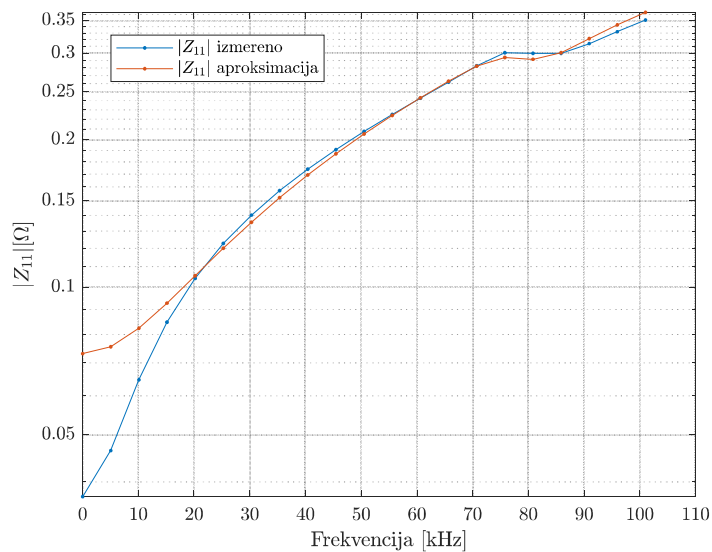


Слика 1.3.

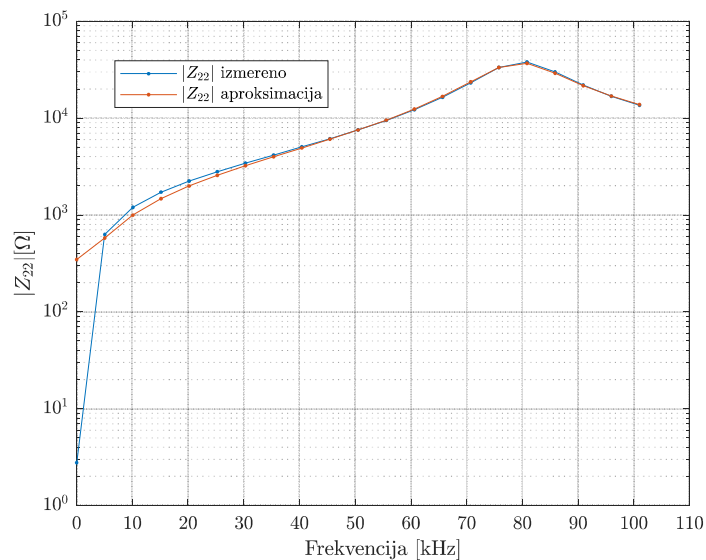
(в) Оптимални параметри описане мреже могу се добити коришћењем Nelder-Mead симплекс алгоритма или симулираног каљења. (2)

(г) Оптимални параметри мреже су $\mathbf{x}_{\text{opt}} = (3.864\text{e-}08, 7.314\text{e-}02, 5.553\text{e-}07, 5.458\text{e-}11, 4.42\text{e-}02, 5.017\text{e-}03, 346.5, 9.32\text{e-}03, 2.894\text{e-}10)$, где су јединице за индуктивности H, јединице за капацитивности су F и јединице за отпорности су Ω , а одговарајућа вредност оптимизационе функције је $f(\mathbf{x}_{\text{opt}}) \approx 2,93$. (14)

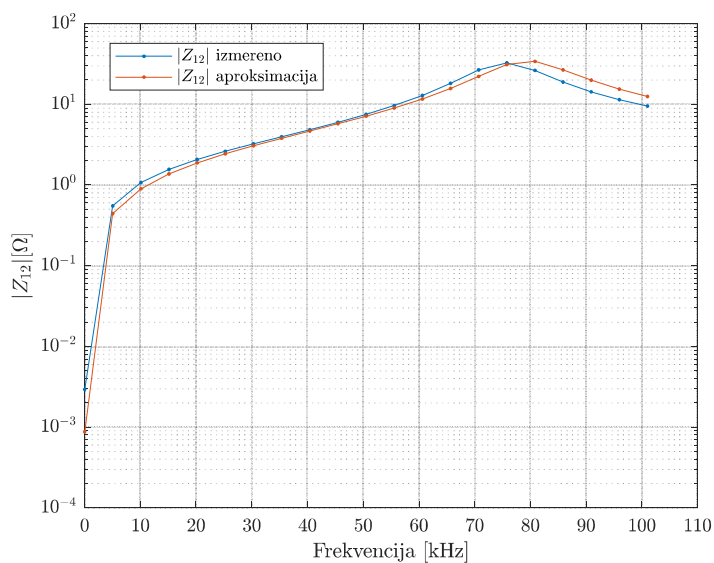
(д) Тражени графици приказани су на сликама 1.4, 1.5 и 1.6. (6)



Слика 1.4.



Слика 1.5.



Слика 1.6.

2. (а) Број парето оптималних кондензатора у задатом скупу је 68. (25)
 (б) Кондензатор под редним бројем 383 има минималну цену и припада парето фронту. (5)
 (в) Кондензатор под редним бројем 375 има максималну електричну енергију и припада парето фронту. (5)
 (г) Кондензатори под редним бројевима 383, 408 и 424 имају минималну запремину и припадају парето фронту. (5)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ
ДО 27. АВГУСТА У 18:00, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ
27. АВГУСТА ОД 18:00 ДО 18:30 ЧАСОВА У ЛАБОРАТОРИЈИ 64.