

ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

19. септембар 2025.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Сваки задатак носи до 40 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				
ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ				ОЦЕНА

1. Дато је $N = 753$ клаузула у којима фигурише $D = 175$ бинарних променљивих, $x_1, x_2, \dots, x_D \in \{0, 1\}$. Свака клаузула садржи тачно три бинарне променљиве и две логичке операције „или“, означене симболом $\vee$. Једна клаузула је записана као низ три цела броја, где позитиван број одговара променљивој под тим редним бројем, а негативан број одговара инвертованој вредности променљиве под тим редним бројем. На пример, клаузула C , записана као тројка бројева $(110, 6, -152)$, је $C = x_{110} \vee x_6 \vee \bar{x}_{152}$, где $\bar{x}$ представља инвертовану вредност x . Оптимизациона функција се рачуна као

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N \bar{C}_k, \text{ где је } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D), \text{ а } f(\mathbf{x}) \text{ је нумерички једнака укупном броју клаузула које су једнаке нули. Клаузуле}$$

су задате у текстуалном фајлу, <https://mtt.etf.bg.ac.rs/si/IOA/IOA20250919-1.txt>, у чијем сваком реду прва три броја чине запис једне клаузуле, после којих следи нула која означава крај реда.

(а) Навести генералну класу оптимизационих проблема којој припада овај оптимизациони проблем. Образложити одговор.

(б) Израчунати и записати вредност оптимизационе функције за решење $\mathbf{x} = \left(\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{100}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{75} \right)$, где је првих 100 променљивих једнако јединици, а преостале променљиве су нула.

(в) Пронаћи решење $\mathbf{x}_0$ за које $f(\mathbf{x}_0)$ има минималну вредност, коришћењем оптимизационих алгоритама са курса. Решење $\mathbf{x}_0$ записати у пратећи ASCII/TXT фајл који се архивира кроз портал на сајту предмета. Решење записати као низ нула и јединица без размака, зареза и заграда. У простор испод записати минималну пронађену вредност оптимизационе функције $f(\mathbf{x}_0)$ и име пратећег фајла.

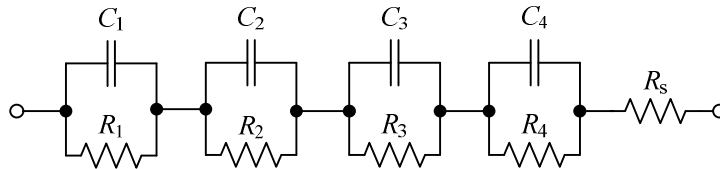
(г) Навести оптимизациони алгоритам коришћен за решавање претходне тачке, као и параметре овог алгоритама. Уколико је коришћено више алгоритама, за сваки навести вредности коришћених параметара.

2. Реални кондензатор измерен је у опсегу учестаности $100 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}$ са кораком од 100 Hz . Резултати мерења дати су у фајлу <https://mtt.etf.bg.ac.rs/si/IOA/IOA20250919-2.txt> где сваки ред одговара једној учестаности. Први број у реду је учестаност у Hz , други број је реални део комплексне импедансе (R_m) у Ω , а трећи број је имагинарни део (X_m) комплексне импедансе у Ω . Потребно је апроксимирати ова мерења мрежом отпорника и кондензатора са слике, при чему су вредности елемената мреже оптимизационе променљиве, а формални запис решења је

$\mathbf{x} = (R_1, R_2, R_3, R_4, C_1, C_2, C_3, C_4, R_s)$. Комплексна импеданса мреже са слике дата је изразом $\underline{Z} = R_s + \sum_{k=1}^4 \frac{R_k}{1 + j2\pi f R_k C_k}$, где је

$j = \sqrt{-1}$ имагинарна јединица. Оптимизациона функција је $f_{\text{opt}}(\mathbf{x}) = \sum_f \left| \frac{\underline{Z} - \underline{Z}_m}{\underline{Z}_m} \right|$, где је $\underline{Z}_m = R_m + jX_m$, а сума се рачуна

по свим учестаностима f . Све отпорности и капацитивности у приказаној мрежи морају бити веће од нуле.



(а) Навести генералну класу оптимизационих проблема којој припада овај оптимизациони проблем. Образложити одговор.

(б) Одредити вредности отпорника и кондензатора у мрежи са слике, тако да се са минималним одступањем апроксимирају мерења. У простору испод записати решење $\mathbf{x}_0$ и одговарајућу вредност оптимизационе функције $f_{\text{opt}}(\mathbf{x}_0)$.

(в) На једном графику, са логаритамском размером по вертикалној (y) оси, нацртати зависност реалног дела и апсолутне вредности имагинарног дела измерене комплексне импедансе (R_m и $|X_m|$) и комплексне импедансе мреже са слике која одговара решењу пронађеном у претходној тачки ($\text{Re}(\underline{Z})$ и $|\text{Im}(\underline{Z})|$), од учестаности (f). У простору испод записати име фајла у којем се налази тражени график (PNG или JPG).

(г) Навести оптимизациони алгоритам који је коришћен и његове параметре.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 19. СЕПТЕМБАР 2025. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Проблема припада SAT класи, јер се решење записује као низ бита. (2)

(б) $f(\mathbf{x}) = 105$. (10)

(в) Постоји бар једно решење задатка.

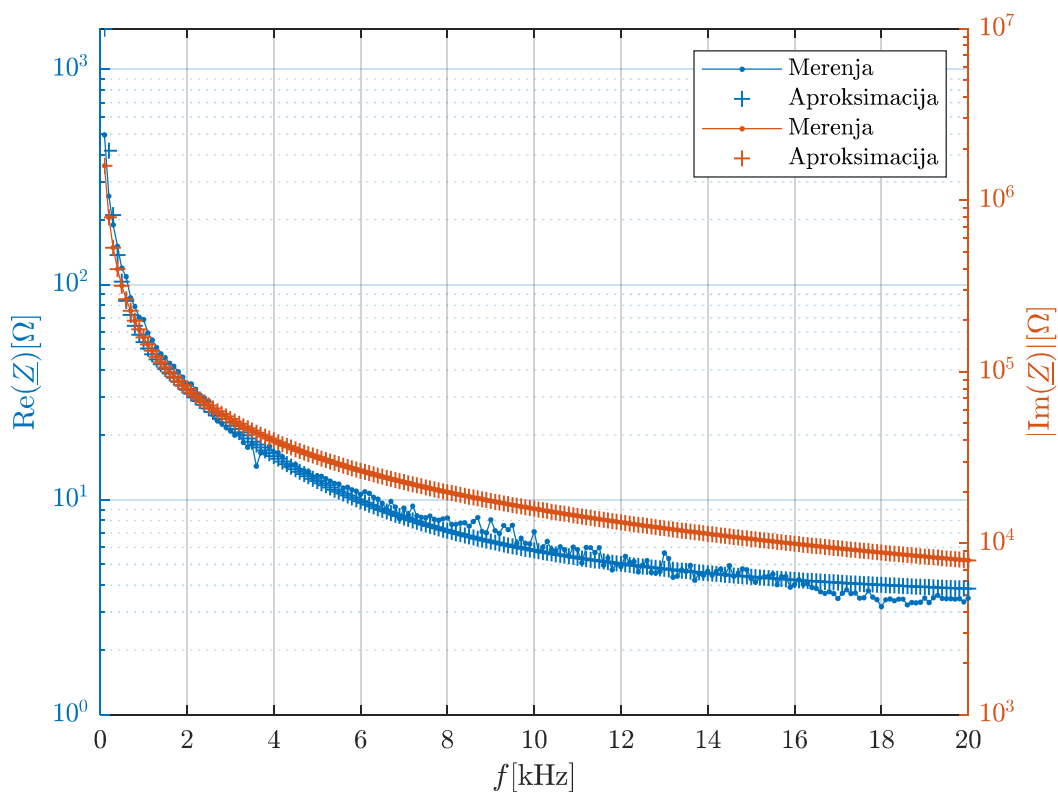
$\mathbf{x}_0 \rightarrow$ 0011 0011 1010 0000 0100 1110 1110 1100 0001 0110 1111 1001 0110 0111 1110 0000
1100 0000 0001 0000 0101 0111 1101 0110 0111 0110 1010 0101 1100 1111 1011 0000 0100
1100 0111 0001 1110 1011 0010 0000 1011 0110 1110 001 (20)¹ и $f(\mathbf{x}_0) = 0$ (5).

(г) Задатак се може решити сваким глобалним оптимизационим алгоритмом или поновљеним локалним оптимизационим алгоритмом, који је могуће применити на SAT класу проблема. Коришћени параметри зависе од изабраног алгоритма. (3)

2. (а) Проблема припада NLP класи, јер се решење записује као низ реалних бројева. (2)

(б) $\mathbf{x}_0 = (4,1454 \cdot 10^1, 1,6168 \cdot 10^6, 5,0245 \cdot 10^6, 1,6839 \cdot 10^9, 1,5181 \cdot 10^{-6}, 1,0466 \cdot 10^{-6}, 3,3677 \cdot 10^{-7}, 1,0047 \cdot 10^{-9}, 3,1662)$, где је јединица за отпорности Ω , а за капацитивности F, при чему је $f_{\text{opt}}(\mathbf{x}_0) \approx 0,01585$. (20)

(в) График је приказан на слици испод. (15)



(г) Задатак се може решити било којим оптимизационим алгоритмом који је могуће применити на NLP класу проблема. Коришћени параметри зависе од изабраног алгоритма. (3)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО
19. СЕПТЕМБРА 2025. ГОДИНЕ У 15 ЧАСОВА НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У РАДОВЕ ЈЕ У ЛАБОРАТОРИЈИ 64
19. СЕПТЕМБРА 2025. ГОДИНЕ ОД 15:00 ДО 15.30 ЧАСОВА.

¹ Ради прегледности зарези између вредности оптимизационих променљивих, као и заграде, су изостављени из записа, а бити су груписани у групе до четири бита.