

ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

25. фебуар 2026.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табели. Сваки задатак носи до 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				
ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ				ОЦЕНА

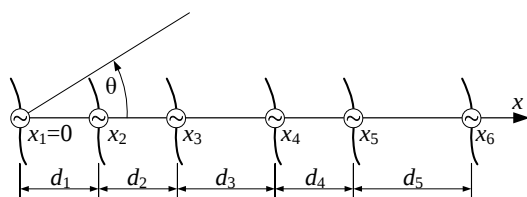
1. Дат је скуп $S = \{1, 2, \dots, N\}$ целих бројева, где је $N = 20$. Нека су $\mathbf{x}_a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$, $\mathbf{x}_b = (b_1, b_2, \dots, b_N)$ и $\mathbf{x}_c = (c_1, c_2, \dots, c_N)$ пермутације скупа S . Оптимизациона функција рачуна се као $f(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b, \mathbf{x}_c) = \max_{k=1, 2, \dots, N} (\sqrt{a_k} + \sqrt{b_k} + \sqrt{c_k} - 2\sqrt{N})^2$.

(а) Израчунати број решења у оптимизационом простору овог проблема.

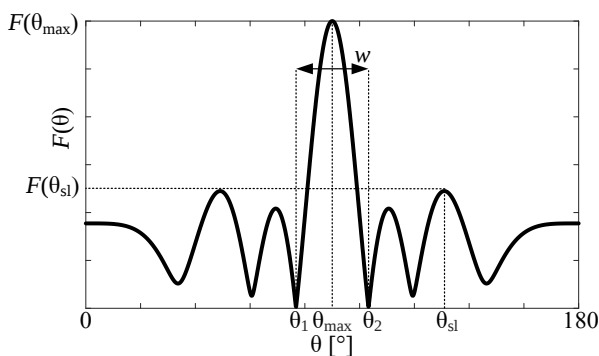
(б) Пронаћи пермутације $\mathbf{x}_{a0}$, $\mathbf{x}_{b0}$ и $\mathbf{x}_{c0}$ за које оптимизациона функција има минималну вредност, коришћењем оптимизационих алгоритама са курса. Решење записати у пратећи ASCII/TXT фајл који се архивира кроз портал на сајту предмета. У простор испод записати минималну пронађену вредност оптимизационе функције $f(\mathbf{x}_0)$ и име пратећег фајла.

(в) Навести оптимизациони алгоритам коришћен за решавање претходне тачке, као и параметре овог алгоритама. Уколико је коришћено више алгоритама, за сваки навести вредности коришћених параметара.

2. На слици 2.1 приказано је шест идентичних антена постављених дуж x -осе, које чине антенски низ. Дијаграм зрачења овог низа дат је изразом $F(\theta) = \left| \sum_{i=0}^5 \exp \left(j 2 \pi \cos \theta \sum_{p=0}^i d_p \right) \right|$, где је $j = \sqrt{-1}$, $\exp$ је експоненцијална функција, тј. $\exp(x) = e^x$, d_p је растојање између антена p и $p+1$ нормализовано на таласну дужину, при чему је $d_0 = 0$, а $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ је угао између x -осе и посматраног правца. Главни правац зрачења $\theta_{\max}$ одговара углу за који дијаграм зрачења има максимум, $F(\theta_{\max}) = \max_{0 \leq \theta \leq 180^\circ} F(\theta)$. Ширина главног листа је $w = \theta_2 - \theta_1$, где су θ_1 и θ_2 углови у степенима који одговарају локалним минимумима дијаграма зрачења који су најближи правцу главног листа и важи $\theta_1 < \theta_{\max} < \theta_2$ (слика 2.2). Правци ван главног листа припадају бочним листовим, тј. опсезима $0 \leq \theta < \theta_1$ и $\theta_2 < \theta \leq 180^\circ$. Правац највећег бочног листа θ_{sl} одговара углу за који дијаграм зрачења има максимум, $F(\theta_{sl}) = \max_{0 \leq \theta < \theta_1 \text{ и } \theta_2 < \theta \leq 180^\circ} F(\theta)$. Потискивање бочних листова је $S = 20 \log_{10} \frac{F(\theta_{sl})}{F(\theta_{\max})}$ и изражава се у децибелима. Нормализована растојања између суседних антена у низу налазе се у опсегу $0,5 \leq d_p \leq 1$, $p = 1, 2, \dots, 5$. Потребно је минимизирати потпискивање ($\min S$) и минимизирати ширину главног листа ($\min w$). Усвојени запис решења је $\mathbf{x} = (d_1, d_2, d_3, d_4, d_5)$. Дијаграм зрачења рачунати у 1801 еквидистантној тачки за θ , тј. $\theta_k = (k-1) \cdot 0,1^\circ$, $k = 1, 2, \dots, 1801$.



Слика 2.1



Слика 2.2

(а) За скуп од четири задата решења $R = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4\}$, где је $\mathbf{x}_1 = \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$, $\mathbf{x}_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$, $\mathbf{x}_3 = \left(\frac{1}{2}, 1, 1, 1, 1\right)$ и $\mathbf{x}_4 = \left(1, \frac{3}{4}, 1, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$, израчунати вредности оптимizacionих функција S и w , и одредити парето оптимална решења у R .

Одговоре записати у простору испод.

(б) Проценити и нацртати парето фронт овог оптимizacionог проблема. Користити случајно претраживање. У простору критеријума (S и w), на истом графику, нацртати бар 30 000 случајно изабраних решења која су униформно распоређена у оптимizacionом простору и процењени парето фронт. Одговарајући код и добијени график у PNG формату архивирати кроз портал на сајту предмета. У простору испод написати назив фајла у PNG формату.

(в) У простору испод, записати парето оптимално решење $\mathbf{x}_0$ пронађено у претходној тачки за које је w максимално, као и вредности оптимizacionих функција које одговарају овом решењу $S(\mathbf{x}_0)$ и $w(\mathbf{x}_0)$.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 25. ФЕБРУАРА 2026. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Број решења у оптимизационом простору је $(20!)^3 \approx 144 \cdot 10^{53}$. (5)

(б) Минимално познато решење је

$\mathbf{x}_{a0} = (2, 18, 13, 16, 20, 9, 14, 1, 11, 15, 5, 17, 8, 10, 12, 7, 4, 3, 6, 19)$

$\mathbf{x}_{b0} = (20, 11, 3, 7, 1, 12, 6, 18, 14, 16, 13, 10, 8, 4, 2, 5, 17, 9, 19, 15)$

$\mathbf{x}_{c0} = (11, 3, 15, 7, 14, 8, 9, 16, 5, 2, 12, 4, 13, 17, 18, 19, 10, 20, 6, 1)$

(10) и $f(\mathbf{x}_{a0}, \mathbf{x}_{b0}, \mathbf{x}_{c0}) \approx 131 \cdot 10^{-3}$ (2).

(в) Задатак се може решити сваким глобалним оптимизационим алгоритмом или поновљеним локалним оптимизационим алгоритмом, који је могуће применити на проблеме чији запис одговара пермутацијама. Коришћени параметри зависе од изабраног алгоритма. (3)

2. (а) Вредности оптимизационих функција за задата решења су

$\mathbf{x}_1: (S_{[\text{dB}]}, w_{[\text{°}]}) = (-12.4256, 25.6)$ (1)

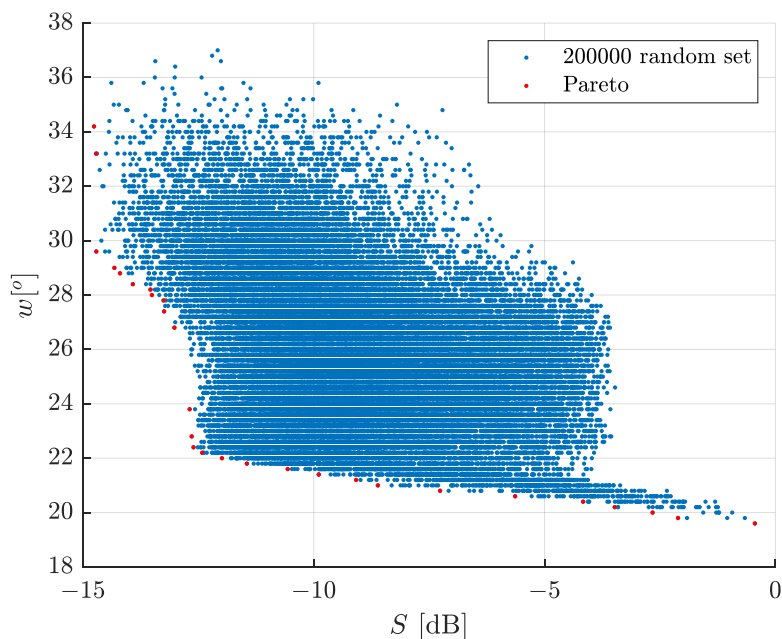
$\mathbf{x}_2: (S_{[\text{dB}]}, w_{[\text{°}]}) = (-10.1194, 28.6)$ (1)

$\mathbf{x}_3: (S_{[\text{dB}]}, w_{[\text{°}]}) = (-3.52183, 20.0)$ (1)

$\mathbf{x}_4: (S_{[\text{dB}]}, w_{[\text{°}]}) = (-10.4204, 22.4)$ (1)

У задатом скупу, $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_3$ и $\mathbf{x}_4$ су парето оптимална решења. (3)

(б) Парето фронт је процењен на основу 200 000 случајно изабраних решења из задатог оптимизационог простора и приказан је на слици испод. Коришћен је генератор случајних бројева са униформном расподелом. (10)



Процењени парето фронт на основу 200 000 случајно изабраних решења.

(в) Тражено парето оптимално решење за скуп решења представљен на претходној слици је

$\mathbf{x}_0 = (0.6536, 0.6150, 0.5065, 0.5412, 0.6363): (S_{[\text{dB}]}, w_{[\text{°}]}) = (-14.7584, 34.2000)$ (3)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО
27. ФЕБРУАРА 2026. ГОДИНЕ У 15 ЧАСОВА НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У РАДОВЕ ЈЕ У ЛАБОРАТОРИЈИ 64
27. ФЕБРУАРА 2026. ГОДИНЕ ОД 15:00 ДО 15.30 ЧАСОВА.