ИСПИТ ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

18. март 2026.

Напомене. Испит траје 180 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој таблици. Сваки задатак носи до 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ЗАДАТАК		Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	
/				

ПРЕДИСПИТНЕ ОБАВЕЗЕ	**ОЦЕНА**

1. У једној области потребно је поставити базне станице (инфраструктуру) за мрежу за бежични пренос података. На располагању је M базних станица, којима је потребно покрити максимално N корисника. Свака потенцијална локација базне станице j, $j = 1,2,...,M$, дефинисана је Декартовим координатама (x_j, y_j) и има фиксну цену активирања f_j у хиљадама динара, максимални број корисника које може да покрије K_j и полупречник покривања R_j у метрима. За сваког корисника i, познате су координате (x_i, y_i), $i = 1,2,...,N$, а постоји и пенал који се плаћа уколико корисник није покривен P_i у хиљадама динара. Корисник може бити покривен само једном базном станицом која је постављена, а у чијем се домету корисник налази (тј., координате корисника налазе се у кругу полупречника R_j око те базне станице).

Укупни трошкови једнаки су збиру укупне цене постављања базних станица и укупних пенала за непокривене кориснике. Циљ је пронаћи оптимално постављање базних станица тако да укупни трошкови буду минимални. Решење проблема представити у форми $\mathbf{z} = (z_1, z_2, ..., z_M)$ где је z_j индикатор да ли је на локацији j постављена базна станица или не ($z_j = 0$ ако станица није постављена, односно $z_j = 1$ ако је станица постављена). При додели корисника, базне станице се обрађују редоследом којим су задате у подацима. Свакој постављеној базној станици додељује се до K_j најближих непокривених корисника који се налазе унутар њеног домета.

У фајлу z1.txt доступни су сви подаци. У првом реду налазе се два цела броја: M (број базних станица) и N (број корисника). После тога следи M редова, где сваки ред одговара једној потенцијалној базној станици са пет података $(x_j\ y_j\ f_j\ K_j\ R_j)$. Потом следи N редова, где сваки ред има три податка о кориснику $(x_i\ y_i\ P_i)$.

(а) Написати формулу за израчунавање оптимизационе функције за овај проблем.

(б) Израчунати број решења у оптимизационом простору овог проблема.

(в) За задате податке одредити на којим локацијама је потребно поставити базне станице тако да укупни трошкови буду минимални. У простору испод записати остварене минималне трошкове, укупан број непокривених корисника и име текстуалног фајла у којем је записано решење, **z**.

(г) Навести оптимизациони алгоритам коришћен за решавање претходне тачке, као и параметре овог алгоритама. Уколико је коришћено више алгоритама, за сваки навести вредности коришћених параметара.

2. Непозната секвенца $S = s_0 s_1 s_2 \dots s_{G-1}$ састоји се од $G = 200$ елемената, који припадају скупу $s_k \in \{1,2,3,4\}$, где су $k = 0,1,2,\dots,G-1$ индекси елемената ове секвенце. Ради одређивања секвенце S урађено је $N = 25$ очитавања њених подсеквенци, које су све једнаких дужина и садрже $L = 40$ узастопних елемената. Нису познати индекси на којима се налазе први елементи очитаних подсеквенци. Познато је да се сваки елемент секвенце S налази у бар једној подсеквенци и да се део сваке подсеквенце преклапа са бар још једном подсеквенцом. На основу (оптималног) преклапања подсеквенци потребно је одредити непознате индексе на којима су очитане подсеквенце и пронаћи секвенцу S. Усвојени запис решења проблема је $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, где је x_p индекс првог елемента подсеквенце p у секвенци S. Подсеквенце су дате у текстуалном фајлу z2.txt, где сваки ред одговара једној очитаној подсеквенци.

На слици испод приказан је пример овог проблема за $G = 20$, $L = 7$ и $N = 5$.

```
                   x4       x2          x3       x1       x5
                    ↓        ↓           ↓        ↓        ↓
Индекси        ──►  0  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
Секвенца S     ──►  3  4  3  4  1  1  3  1  2  1  2  4  2  4  1  2  4  3  1  1
Подсеквенца #1 ──►                                2  4  2  4  1  2  4
Подсеквенца #2 ──►           4  1  1  3  1  2  1
Подсеквенца #3 ──►                       1  2  1  2  4  2  4
Подсеквенца #4 ──►  3  4  3  4  1  1  3
Подсеквенца #5 ──►                                         4  1  2  4  3  1  1
```

(а) Одредити границе у којима се налазе оптимизационе променљиве.

(б) Израчунати број решења у оптимизационом простору.

(в) Дефинисати оптимизациону функцију и у простору испод записати формулу за израчунавање ове функције. Образложити да ли се тражи минимум или максимум оптимизационе функције.

(г) Решити описани проблем коришћењем алгоритама обрађених у оквиру курса. У текстуалном фајлу записати најбоље добијено решење, $\mathbf{x}_0$ и пронађену секвенцу S. У простору испод записати име фајла у којем се налази решење.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ИСПИТА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 18. МАРТА 2026. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. (а) Оптимизациона функција дата је формулом $f_{\mathrm{opt}}(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{M} z_j f_j + \sum_{i=1}^{N} e_i P_i$, где је $e_i = 0$ ако је корисник покривен, односно $e_i = 1$ ако корисник није покривен. (2)

(б) Број решења је $2^{35} = 34\,359\,738\,368$.(2).

(в) Најбоље познато решење је $\mathbf{z}_0 = (0,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,1,0,0,0)$, при чему је $f_{\mathrm{opt}}(\mathbf{z}_0) = 26353$ хиљада динара, а 41 корисник није покривен. Постоји и друга решења са истом вредношћу оптимизацине функције и истим бројем непокривених корисника. На пример:
$\mathbf{z}_0' = (1,1,0,1,1,1,1,1,1,0,1,0,0,1,1,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,0,0,1,1,0,1,0,0,0)$ и
$\mathbf{z}_0'' = (1,1,0,1,1,0,1,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,0,0,1,1,0,1,0,0,0)$. (14)

(г) Задатак се може решити сваким глобалним оптимизационим алгоритмом или поновљеним локалним оптимизационим алгоритмом за SAT класу проблема. Коришћени параметри зависе од изабраног алгоритма. (2)

2. (а) $0 \le x_p \le G - L$, тј. $0 \le x_p \le 160$. (2)

(б) Број могућих решења је $161^{25} \approx 15 \cdot 10^{54}$. (2)

(в) $f_{\mathrm{opt}}(\mathbf{x}) = \sum_{p=1}^{N} \sum_{k=p+1}^{N} d(p,k)$, где је $d(p,k)$ број елемената који се разликују на позицијама заједничких индекса у секвенци S за подсеквенце p и k, а на основу текућег $\mathbf{x}$. Тражи се минимум, тј. нула, наведене оптимизационе функције. Могуће су и другачије формулације оптимизационе функције. (2)

(г) $\mathbf{x}_0$ = (57, 128, 69, 26, 64, 75, 10, 30, 27, 133, 119, 63, 130, 57, 130, 10, 160, 6, 57, 40, 121, 59, 0, 144, 107), при чему је $f_{\mathrm{opt}}(\mathbf{x}_0) = 0$. (10)

Тражена секвенца S је
```
41123211331124333143143114442143322411211121442313
41333341411233343343442331143443342141121234433321
23232422212241124122123412414411114411223342443234
32423231142333233421334142244442112143142414121324.
```
(4)

- РЕЗУЛТАТИ ИСПИТА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 18. МАРТА 2026. ГОДИНЕ У 15:30 ЧАСОВА НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У РАДОВЕ ЈЕ У ЛАБОРАТОРИЈИ 64 18. МАРТА 2026. ГОДИНЕ ОД 15:30 ДО 15.45 ЧАСОВА.