

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

1. новембар 2024.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира, литературе и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, учртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Колоквијум носи 20 поена.

ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ					Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	5.	
/							

Скуп од $D = 15$ рачунски захтевних инстанци једног софтвера потребно је извршити на кластеру од 6 сервера. Сервери су идентичних техничких карактеристика. Времена извршавања ових инстанци, на било ком од сервера, су редом $(t_1, t_2, \dots, t_{15}) = (2025, 3136, 7744, 1681, 9216, 7056, 4761, 5625, 2916, 4489, 9604, 5329, 5041, 3007, 4761)$, где је t_k време извршавања k -те инстанце у минутима и $k = 1, 2, \dots, 15$. Потребно је пронаћи оптималну поделу извршавања инстанци по серверима, тако да време извршавања буде минимално. Време извршавања је најдуже време рада сервера у кластеру потребно да се све инстанце изврше на серверима на којима су распоређене. Сваку инстанцу потребно је извршити само једном, на серверу на којем је покренута. У једном тренутку извршава се само једна инстанца софтвера на серверу, тј. није могућа паралелизација на једном серверу. Редослед извршавања инстанци на једном серверу није од интереса. Замена додељених инстанци између два или више сервера, сматрају се идентичним решењем.

Формални запис решења проблема је $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)$, где је $x_k \in \{1, 2, \dots, 6\}$, x_k представља број сервера на којем се извршава k -та инстанца и $k = 1, 2, \dots, D$.

1. (а) Заокружити којој општој класи оптимизационих проблема (SAT, TSP или NLP) припада описани проблем и образложити одговор. (б) За задато $D = 15$ израчунати укупан број решења у оптимизационом простору и образложити одговор.

(а)

SAT

TSP

NLP

(б)

2. Написати формулу којом се израчунава оптимизациона функцију за једно $\mathbf{x}$.

3. Израчунати и записати време извршавања свих инстанци на кластеру за решење $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3)$.

4. Написати програм којим се на случајан начин претражује оптимизациони простор. Коришћењем тог програма записати најбоље пронађено решење и одговарајућу вредност оптимизационе функције после 10^7 израчунавања оптимизационе функције. Код програма као и решење записано у текстуалном фајлу архивирати кроз портал предмета. У простору испод записати минимално пронађено време потребно да се све инстанце изврше на датом кластеру, коришћењем случајног претраживања.

5. Написати програм којим се потпуно (систематски) претражује оптимизациони простор, уз евентуално одсецање делова простора. Помоћу тог програма пронаћи глобални оптимум задатог проблема. Уколико постоји више глобалних оптимума, све их записати. Код програма као и решења записана у текстуалном фајлу архивирати кроз портал предмета. У простору испод записати минимално време потребно да се све инстанце изврше на датом кластеру, као и број пронађених глобалних оптимума.

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 1. НОВЕМБРА 2024. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима означена је у заградама.

1. (а) Проблема се своди на претрагу по партицијама скупа од D елемената, те овај проблем припада SAT класи оптимизационих проблема. (2)

(б) Укупан број решења у оптимизационом простору је $B_{15} = 1\,382\,958\,545$ уколико се посматрају све могуће партиције. Како партиције са до 6 подскупова могу да се примене, оптимизациони простор је могуће редуковати на $B_{15} - \sum_{k=7}^{15} S_{15}(k) = 676\,207\,628$ решења. Коначно, како је оптимално користити све севере у кластеру, оптимизациони простор може да се сведе на претрагу по партицијама скупа од 15 елемената са тачно 6 подскупова, те је у том случају број решења у оптимизационом простору $S_{15}(6) = 420\,693\,273$. (2)

2. $f(\mathbf{x}) = \max \left(\sum_{\forall x_i \in s_1} t_i, \sum_{\forall x_i \in s_2} t_i, \dots, \sum_{\forall x_i \in s_6} t_i \right)$, где је i редни број инстанце која се извршава, s_k је скуп инстанци које се извршавају на серверу k ($k = 1, 2, \dots, 6$), $x_i \in s_k$ означава $x_i = k$ и t_i је време извршавања инстанце под редним бројем i . (2)

3. $f(\mathbf{x}_0) = 18820$ минута, за $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3)$. (2)

4. Уколико се за свако место низа са ограниченим растом (енглески: restricted growth string) генерише цео број са униформном расподелом од нула до за један више од највећег елемента који је пре текућег елемента у низу, после једног извршавања 10^7 израчунавања оптимизационе функције добија се

$\mathbf{x}_0 = (1, 1, 3, 3, 2, 1, 5, 4, 4, 3, 6, 4, 5, 5, 2)$ за које је $f(\mathbf{x}_0) = 13977$ минута.

Наравно, при сваком покретању програма добија се (у принципу) другачије решење. (4)

5. Постоји осам решења за које је $f(\mathbf{x}_0) = 12922$ минута, а то су

$\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 2, 4, 5, 5, 6, 5, 3, 6, 2),$
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 2, 4, 5, 6, 5, 6, 3, 6, 2),$
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 3, 4, 5, 5, 2, 5, 6, 6, 6),$
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 3, 4, 5, 6, 2, 6, 5, 6, 5),$
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 5, 4, 5, 6, 2, 6, 3, 6, 5),$
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 5, 4, 5, 6, 2, 6, 5, 6, 3),$
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 5, 4, 6, 6, 2, 6, 3, 5, 5)$ и
 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 3, 1, 1, 4, 5, 4, 6, 6, 2, 6, 5, 5, 3)$. (8)

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО 7. НОВЕМБРА У 21:00, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ ЈЕ 8. НОВЕМБРА ОД 11:00 ДО 12:00 ЧАСОВА, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64.