

ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ
ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА

5. децембар 2025.

Напомене. Колоквијум траје 120 минута. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба овога листа папира и рачунара. Коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Кодове програма коришћених за решавање питања архивирати преко сајта предмета. Решења питања признају се само уколико садрже извођење, образложење или уколико постоји архивиран одговарајући код. Попунити податке о кандидату у следећој табlici. Колоквијум носи 20 поена.

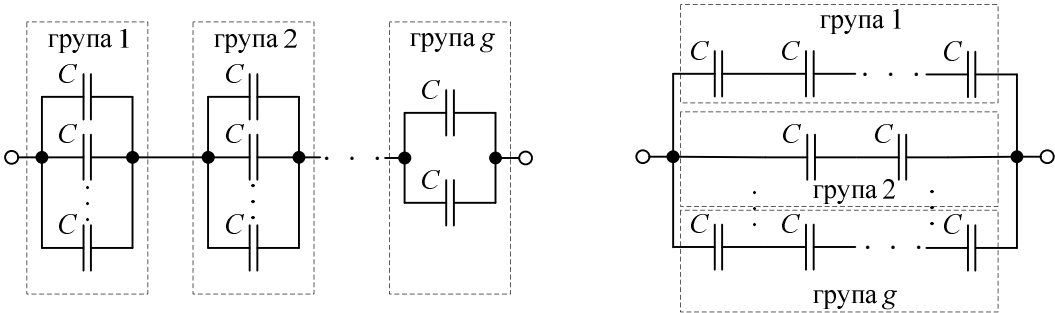
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ		ПИТАЊЕ				Укупно
Индекс (година/број)	Презиме и име	1.	2.	3.	4.	
/						

Дато је укупно $N = 65$ идентичних кондензатора, капацитивности $C = 47 \text{ pF}$. Ови кондензатори се повезују у групе, при чему број кондензатора у групи може бити један или више. Разматрају се две топологије приказане на слици 1. У првој топологији приказаној на слици 1а, кондензатори су у једној групи повезани паралелно, а затим се такве групе везују редно. У другој топологији приказаној на слици 1б кондензатори су у једној групи повезани редно, а затим се такве

групе везују паралелно. Еквивалентна капацитивност p паралелно везаних кондензатора је $C_{\text{ep}} = \sum_{k=1}^p C_k$, а еквивалентна

капацитивност r редно повезаних кондензатора је $\frac{1}{C_{\text{er}}} = \sum_{k=1}^r \frac{1}{C_k}$. Потребно је одредити редослед повезивања кондензатора

на задате начине, како би се остварила тражена капацитивност C_0 . При повезивању не морају да се искористе сви кондензатори, тј. укупан број кондензатора t , у читавој вези, је из опсега $1 \leq t \leq N$. Промене редоследа кондензатора у оквиру једне групе, као и промене редоследа група у вези сматрају се идентичним решењем.



(а) Редно везане групе (б) Паралелно везане групе
Слика 1. Разматране топологије повезивања кондензатора.

1. (а) Изабрати један запис (кодовање) решења овог оптимизационог проблема. (б) Записати ком скупу припадају оптимизационе променљиве, као и њихове границе. (в) Израчунати број различитих решења овог проблема. Образложити поступак или приложити одговарајући код.

(а)

(б)

(в)

2. Усвојити и записати формулу за израчунавање оптимизационе функције, за сваку разматрану топологију. Образложити да ли се током оптимизације тражи минимум, максимум или нула записане оптимизационе функције.

3. Написати програм којим се потпуно (систематски) претражује оптимизациони простор и помоћу тог програма пронаћи редоследе повезивања кондензатора који најбоље апроксимирају следеће капацитивности: (а) $C_{01} = 33 \text{ pF}$ (б) $C_{02} = 283 \text{ pF}$ и (в) $C_{03} = 801 \text{ pF}$. Записати решења, вредност оптимизационе функције која одговара тим решењима и јасно назначити на коју топологију се односи решење. Уколико постоји више решења, записати решење са најмањим бројем искоришћених кондензатора.

(а)

(б)

(в)

4. Одредити и записати (а) најмању целобројну капацитивност $C_{0\min}$ и (б) највећу целобројну капацитивност $C_{0\max}$ које се могу добити описаним везама кондензатора, за капацитивности дате у pF. (в) За капацитивности из опсега $1 \text{ pF} \leq C_0 \leq 1000 \text{ pF}$ одредити и записати укупан број целобројних капацитивности (у pF) које се могу остварити бар једном од разматраних топологија, тако да је $|C_0 - C_e| \leq 10^{-9} \text{ pF}$, где је C_e еквивалентна капацитивност читаве везе.

(а)

(б)

(в)

ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА СА ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ИНЖЕЊЕРСКИХ ОПТИМИЗАЦИОНИХ АЛГОРИТАМА ОДРЖАНОГ 5. ДЕЦЕМБРА 2025. ГОДИНЕ

Расподела поена по питањима је означена у заградама.

1. Проблем се своди на претрагу по свим могућим партицијама броја искоришћених кондензатора t , $1 \leq t \leq N$.

(а) Један избор повезивања кондензатора може се записати као партиција броја t , $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_u)$ где је $1 \leq u \leq t$. (1)

(б) Оптимизационе променљиве припадају скупу целих бројева, при чему је $t \geq x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_u \geq 1$ и $t = \sum_{k=1}^u x_k$. (1)

(в) Укупан број различитих решења је $2 \sum_{t=1}^N P(t) = 28\,641\,392$, где је $P(t)$ укупан број партиција броја t . (3)

2. Оптимизациона функција се може израчунати као L_1 норма разлике тражене капацитивности C_0 и еквивалентне капацитивности остварене везе C_e , $f(\mathbf{x}) = |C_0 - C_e|$, где је $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C} \sum_{g=1}^{g_{\max}} \frac{1}{x_g}$ за топологију са слике 1а, односно

$C_e = C \sum_{g=1}^{g_{\max}} \frac{1}{x_g}$ за топологију са слике 1б, а $g_{\max}$ је укупан број повезаних група. Тражи се минимум ове оптимизационе функције. Могуће је искористити и друге формулације за оптимизациону функцију. (2)

3. (а) Решење за које је $f(\mathbf{x}_1) = 0$, а има најмањи број искоришћених кондензатора је

$\mathbf{x}_1 = (11, 3, 1)$,
коришћењем топологија са слике 1а. (2)

(б) Решење за које је $f(\mathbf{x}_2) = 0$, а има најмањи број искоришћених кондензатора је

$\mathbf{x}_2 = (47, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$,
коришћењем топологија са слике 1б. (2)

(в) Најбоље решење је $f(\mathbf{x}_3) \approx 1,72 \times 10^{-3}$ [pF]

$\mathbf{x}_3 = (17, 11, 7, 4, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$,
коришћењем топологија са слике 1б. (2)

4. (а) $C_{0\min} = 1$ pF (1), (б) $C_{0\max} = 3055$ pF (1) и (в) постоји 155 целобројних капацитивности (у pF) из траженог опсега које се могу остварити бар једном од разматраних топологија са задатом тачности. (5)

- РЕЗУЛТАТИ КОЛОКВИЈУМА БИЋЕ ОБЈАВЉЕНИ ДО
10. ДЕЦЕМБРА У 21 ЧАС, НА САЈТУ ПРЕДМЕТА.
- УВИД У ЗАДАТКЕ, У ЛАБОРАТОРИЈИ 64, ЈЕ
12. ДЕЦЕМБРА ОД 11:15 ДО 12:00 ЧАСОВА.